- **Gaussova věta o divergenci:** $\oint_S \vec{F} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \operatorname{div}(\vec{F}) dV$

- **Stokesova věta o rotaci:** $\oint_l \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_S \operatorname{rot}(\vec{F}) \cdot \overrightarrow{dS}$

- **Maxwellovy-Lorentzovy rovnice ve vakuu**
  - Popisují nestacionární elmag. pole (na mikroskopické – atomární úrovni) buzené rozložením zřídel ρ a $\vec{j}$ (pohyblivými nabitými částicemi)
  - Tyto částice jsou popsány rozložením mikroskopických nábojových a proudových hustot, které ovšem nejsou přímo měřitelné.
- **Maxwellovy rovnice v látkovém prostředí**
  - Od Lorentzových rovnic můžeme přejít k rovnicím Maxwellovým tak, že mikroskopické veličiny vystředujeme přes dostatečně velké prostorové a časové intervaly. Tyto střední hodnoty lze již měřit přístroji. U nábojů a proudů pak musíme rozlišovat veličiny volné (ρ_v a $\overrightarrow{j_v}$) a veličiny vázané v látce, které jsou zahrnuty v $\vec{D}$ a $\vec{H}$.

1. Gaussův zákon elektrostatiky

- **Tok intenzity elektrického pole** $\vec{E}$ plochou S je $\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}$
- Tok vektoru plochou je maximální, je-li rovnoběžný s normálou k této ploše a nulový, je-li kolmý k normále. (viz skalární součin v integrálu $\vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = |\vec{E}||\overrightarrow{dS}| \cos \alpha$).
- Tok vytákající z plochy je kladný, vtékající je záporný.

- **Gaussův zákon**: *Tok elektrického pole libovolnou uzavřenou plochou je roven celkovému náboji obklopeném touto plochou děleno ε_0.*

$$\Phi = \boxed{\oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_\alpha q_\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

  - S použitím Gaussový věty o divergenci (S je hranicí V) lze vyjádřit v diferenciálním tvaru:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \operatorname{div}(\vec{E}) dV = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV \implies \boxed{\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

- V látkovém prostředí (dielektriku) rozlišujeme hustotu volných nábojů ρ_v a vázaných nábojů $\rho_{pol} = -\operatorname{div}(\vec{P})$. Pak máme Maxwellku:

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho_v + \rho_{pol}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\rho_v - \operatorname{div}(\vec{P})\right) \implies \operatorname{div}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \boxed{\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho_v}$$

- Integrací přes objem a použitím Gaussovy věty o divergenci získáme integrální tvar:

$$\boxed{\oint_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = Q}$$

- Vektor **elektrické indukce** $\vec{D}$ zahrnuje vlastnosti vnějšího pole i vázaných nábojů. Nábojová hustota ρ_v na pravé straně teď tedy obsahuje pouze volné náboje. $\vec{P}$ je vektor polarizace – udává celkový elektrický dipólový moment jednotky objemu.

2. Neexistence magnetického monopólu

- Experimentálně víme, že neexistují magnetické náboje (magnetické monopóly). Magnetické pole je solenoidální (bez zdrojů). Siločáry jsou buď uzavřené křivky, nebo končí a začínají v nekonečnu. Tok magnetické intenzity uzavřenou plochou je tedy roven nule:

$$\Phi = \boxed{\oint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0} \implies \boxed{\operatorname{div}(\vec{B}) = 0}$$

3. Faradayův zákon elektromagnetické indukce

- **Elektromagnetická indukce** – časové změny magnetického indukčního toku (nestacionární magnetické pole) způsobují ve vodiči vznik indukovaného elektromotorického napětí.
  - Zdroje nestacionárního mag. pole: Pohybující se magnet, Vodič v klidu, kterým prochází proměnný proud (např. střídavý proud), Pohybující se vodič (s jakýmkoliv proudem)

- **Faradayův zákon elmag. Indukce:** $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$; $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$; ε_{ind} se indukuje ve smyčce, která je hranicí plochy S (u které zkoumáme mag. indukční tok Φ); nezáleží na konkrétním tvaru plochy
  - V praxi: smyčka (cívka) se otáčí v homogenním magnetickém poli a tím se mění mag indukční tok / nebo se v dutině cívky otáčí permanentním magnetem.

- **Lenzův zákon** – Indukovaný elektrický proud $I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$ má v uzavřeném obvodu takový směr, že svým magnetickým polem (které vytváří) působí proti změně mag. indukčního toku, která je jeho příčinou
  - Proto je ve Faradayově zákoně znaménko –
  - Jinak by se magnetické pole zvyšovalo nade všechny meze!
  - I_{ind} (resp. ε_{ind}) se tedy snaží zabránit změně ind. mag. toku (která ho vyvolala)

- Maxwellka:

$$\varepsilon_{ind} = \boxed{\oint_l \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}} \text{ ; kde } l \text{ je hranice } S \text{, tedy } l = \partial S$$

$$\text{použijeme Stokesovu větu o rotaci: } \oint_l \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_S \operatorname{rot}(\vec{E}) \cdot \overrightarrow{dS} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$$

$$\implies \boxed{\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

4. Ampérův zákon (+ Maxwellův posuvný proud)

- Pokud spočítáme cirkulaci magnetické indukce podél kružnice (myšlená smyčka), kterou obepnemu nekočně dlouhý přímý vodič, získáme: $\Gamma = \oint_l \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I$. Stejný výsledek platí pro libovolnou uzavřenou křivku.
  - Cirkulace je nenulová pouze pokud uzavřená křivka obepíná proud. To stejné platí i pokud křivka není v rovině kolmé na proud, stačí prostě aby křivka obepínala proud.

- **Ampérův zákon:** *Cirkulace magnetické indukce podél libovolné uzavřené (myšlené) křivky je rovna celkovému proudu, který tato křivka obepíná, násobenému μ_0.*

$$\Gamma = \boxed{\oint_l \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{in}} = \mu_0 \sum_\alpha I_\alpha = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS}$$

- Dále musíme započítat **Maxwellův posuvný proud** $\overrightarrow{J_M} = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$ (aby platila rce. kontinuity $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j}) = 0$)
  - Ten není spojen s přesunem nábojů! Koeficient $\frac{1}{c^2}$ je velmi malý, projeví se proto až při velmi rychlých změnách $\vec{E}$. Při malých změnách (např. $f = 50$ Hz v zásuvce) lze zanedbat.
  - Při vysokých frekvencích $\overrightarrow{J_M}$ zanedbat nelze. V takovém případě dochází k vyzařování elmag. vln, vodič se tedy stává anténou.
  - Máme Maxwellku ve vakuu:

$$\boxed{\oint_l \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \int_S \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot \vec{dS} + \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot \vec{dS}}$$

- S použitím Stokesovy věty o rotaci získáme

$$\oint_l \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_S \mathrm{rot}(\vec{B}) \cdot \vec{dS} = \int_S \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot \vec{dS} + \int_S \mu_0 \vec{j} \cdot \vec{dS} \implies \boxed{\mathrm{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}}$$

- Pro látkové prostředí rozlišujeme hustoty volných proudů $\overrightarrow{J_v}$, magnetizačních proudů $\overrightarrow{J_m} = \mathrm{rot}(\vec{M})$, polarizačních proudů $\overrightarrow{J_{pol}} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ a Maxwellův posuvný proud $\overrightarrow{J_M} = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$. Pak platí:

$$\mathrm{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \overrightarrow{J_{celkem}} = \mu_0 \left(\overrightarrow{J_v} + \overrightarrow{J_m} + \overrightarrow{J_{pol}} + \overrightarrow{J_M}\right) = \mu_0 \left(\overrightarrow{J_v} + \mathrm{rot}(\vec{M}) + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}\right)$$

$$\mathrm{rot}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) = \overrightarrow{J_v} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{rot}(\vec{H}) = \overrightarrow{J_v} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

- Integrací přes plochu a Stokesovou větou o rotaci získáme integrální tvar:

$$\int_S \mathrm{rot}(\vec{H}) \cdot \vec{dS} = \boxed{\begin{gathered}\oint_l \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int_S \overrightarrow{J_v} \cdot \vec{dS} + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} \cdot \vec{dS} \\ \oint_l \vec{H} \cdot \vec{dl} = I + \frac{\partial \Psi}{\partial t}\end{gathered}}$$

SHRNUTÍ – Maxwellky v diferenciálním tvaru a látkovém prostředí:

Gaussův zákon elektrostatiky	$\mathrm{div}(\vec{D}) = \rho_v$
Neexistence magnetického monopólu	$\mathrm{div}(\vec{B}) = 0$
Faradayův zákon elektromagnetické indukce	$\mathrm{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Ampérův zákon (+ Maxwellův posuvný proud)	$\mathrm{rot}(\vec{H}) = \overrightarrow{J_v} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

- Vztahy mezi $\vec{E}, \vec{B}$ a $\vec{D}, \vec{H}$ se nazývají materiálové vztahy a je třeba je určit experimentálně ($\vec{D} = \varepsilon E$, $\vec{H} = \vec{B}/\mu$)