

实验十 自适应滤波器设计与应用

一. 实验目的

1. 理解最小均方 LMS 算法实现自适应滤波器的基本原理。
2. 观察影响自适应 LMS 算法收敛性、收敛速度以及失调量的多种因素，领会自适应信号处理方法的优缺点。
3. 学习用自适应滤波器抑制心电信号中的干扰。

二. 实验原理

1. 自适应滤波器主要由两部分组成：一是系数可调的数字滤波器；二是用来调节或修正滤波器系数的自适应算法，算法在进行滤波运算的同时不断地调整滤波因子，使它们适应输入信号的相关特性，以取得良好的滤波效果。滤波因子的调整依赖于实际输出与希望输出的差异，通过某个自适应算法来实现。本实验采用最小均方 LMS 自适应滤波器进行滤波。
2. 最小均方 LMS 自适应滤波结构原理图如下：

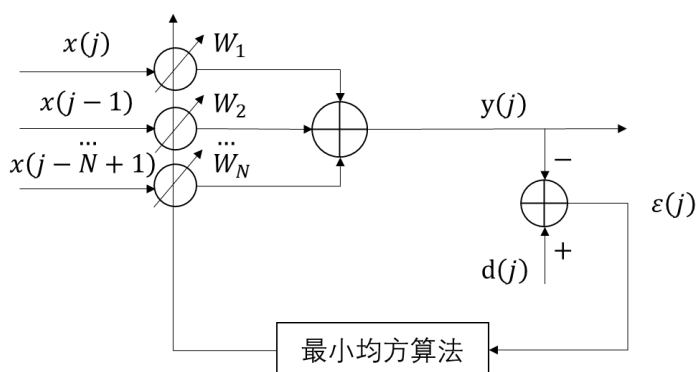


图 1 LMS 自适应滤波结构原理图

设 $x(j), x(j-1), x(j-2), \dots, x(j-N+1)$ 为 j 时刻观察信号 $x(j)$ 在不同延时组成的延时单元，作为参考信号 $X(j)$ ，即 $X(j) = [x(j), x(j-1), x(j-2), \dots, x(j-N+1)]$ ； $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ 组成滤波器的加权系数 $W(j)$ ， N 表示滤波器的阶数； $d(j)$ 表示滤波前的输入信号， $y(j)$ 表示滤波后的输出信号，而 $\varepsilon(j)$ 为它们的差值，其中 $d(j) = s(j) + x'(j)$ ， $s(j)$ 表示需要提取的信号，与 $x(j)$ 不相关， $x'(j)$ 表示与 $x(j)$ 相关的干扰。最小均方算法(LMS)的表示式如下：

$$\varepsilon(j) = d(j) - X(j)W(j) \quad (5-1)$$

$$W(j+1) = W(j) + \mu \varepsilon(j) X(j) \quad (5-2)$$

μ 是一个控制算法收敛速度与稳定性的常数，称之为收敛因子或步长因子。

这样，当 $j+1$ 时刻新观察信号 $x(j+1)$ 输入后，把参考信号 $X(j)$ 更新如下：

$$X(j+1) = [x(j+1), x(j), x(j-1), \dots, x(j-(N-2))]$$

再按照 (5-1) 式重新计算误差 $\varepsilon(j+1)$ 和 (5-2) 式更新加权系数 $W(j+2)$ (W 的初始值可以赋零或者利用 randn 函数随机产生)。如此，随着新数据不断输入，重复使用式子 (5-1) 和 (5-2)，使 W 逐渐趋近于最佳解，即维纳解 W^* ，于是 $\varepsilon(j)$ 就不断逼近 $s(j)$ ，这就是最小均方算法的基本原理。对于 LMS 算法，收敛条件为： $0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}$ ， λ_{\max} 是自相关矩阵 R_{xx} 的最大特征值。

$$\text{自相关矩阵 } R_{xx}: \begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \dots & R(1-N) \\ R(1) & R(0) & \dots & R(2-N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R(N-1) & R(N-2) & \dots & R(0) \end{bmatrix}$$

3. 最小均方 LMS 自适应滤波的改进方法——归一化最小均方 NLMS 自适应滤波：NLMS 的原理与 LMS 原理基本相同，只对 LMS 的权值更新公式做了改进，即将公式 (5-2) 改为：

$$W(j+1) = W(j) + \frac{\mu \varepsilon(j) X(j)}{|X(j)|^2} \quad (5-3)$$

式中， $|X(j)|$ 表示 $X(j)$ 的模。

三. 实验内容

1、利用最小均方 LMS 自适应滤波去除心电信号中的工频干扰，其中输入信号为 d ，参考信号为 X ，加权系数为 W ，初始值赋 0，根据以下不同的条件，去除心电信号中的干扰：

- 1) 作图显示输入信号和参考信号。（输入信号： $d.mat$ ，参考信号： $X.mat$ ）
- 2) 已知滤波器的阶数 6，当收敛因子分别为 $\mu = 0.0005$ 、 $\mu = 0.003$ 、 $\mu = 0.05$ 、 $\mu = 0.3$ 和 $\mu = 0.5$ 时，通过 (5-1) 和 (5-2) 两式求输出信号 ε ，同时作图显示 ε 和 $d - \varepsilon$ 。讨论 μ 值对自适应滤波结果的影响，并计算 LMS 算法收敛的 μ 值范围。
- 3) 当 $\mu = 0.003$ 时，求解滤波器阶数 $p = 10, p = 20, p = 30$ 和 $p = 40$ 时的输出信号 ε ，同时作图显示 ε 和 $d - \varepsilon$ 。探究 p 值对自适应滤波结果的影响，并分析原因。

2、现引入两个滤波效果评价参数——皮尔森相关系数和信噪比。

两个连续变量之间的皮尔森相关系数衡量了变量之间的线性相关程度。两个连续变量 X 和 Y 的皮尔森相关系数等于它们之间的协方差 $\text{cov}(X,Y)$ 除以它们各自标准差的乘积 $\sigma_X\sigma_Y$:

$$\rho(X,Y) = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y} \quad (5-4)$$

信噪比表示了信号和噪声所占的能量之比。定义为:

$$\text{SNR} = 10\log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^{N-1} x_{\text{signal}}(i)^2}{\sum_{i=1}^{N-1} x_{\text{noise}}(i)^2} \right) \quad (5-5)$$

式中, x_{signal} 表示信号, x_{noise} 表示噪声, SNR 的单位为 dB。

实验要求:

利用 LMS 和 NLMS 去除心电信号中的肌电干扰。实验中给出心电信号 ECG.mat, 肌电信号 EMG.mat, 加权系数为 W , 初始值赋 0, 请根据以下要求构造信号并设置参数, 比较 LMS 和 NLMS 的异同:

1) 构造输入信号 $d = \text{EMG} + \text{ECG}$, 参考信号 $X = \text{EMG}$, 并作图显示输入信号 d 和参考信号 X 。

2) 已知 LMS 和 NLMS 滤波器阶数 $p = 7$, 收敛因子 (步长) $\mu = 0.0045$

a) 分别利用 LMS 和 NLMS 方法求输出信号 ε , 同时作图显示 ε 、 $d - \varepsilon$ 观察在相同参数下两种方法滤波后所得信号的差异, 并分析原因。

b) 计算两种方法的 $\rho(d, \text{ECG})$ 和 $\rho(\varepsilon, \text{ECG})$, 比较两种方法滤波前后相关系数的差异。

c) 计算两种方法滤波前后的信噪比, 比较两种方法滤波前后信噪比的差异。

四. 实验报告要求

报告要求如下:

西安交通大学实验报告

成绩	
----	--

课 程 医学信号处理 _____ 实 验 日 期: 年 月 日

专业班级 _____ 组别 _____ 交 报 告 日 期: 年 月 日

姓名学号 _____ 学号 _____ 报 告 退 发: (订正、重做)

教师审批签字:

报告内容应包含实验名称, 实验目的, 实验内容及结果, 实验结果与回答分析讨论等。

五. 相关 MATLAB 函数

1. 函数 corr

功能: 用于求两变量之间的皮尔森相关系数

语法: `corr(X,Y,'Type','Pearson')`

说明: X、Y 为两个长度相等的向量。

2. 函数 eig

功能: 用于求方阵的特征值和特征向量

语法: `[x,y] = eig(A)`

说明: A 为方阵, x 为特征向量, y 为特征值的对角阵。