

实验七 随机信号统计特征分析

一. 实验目的

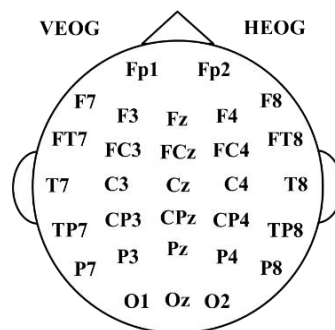
1. 理解随机信号的各种统计特征。
2. 学习用 MATLAB 语言编写统计特征程序。
3. 观察不同通道脑电信号的统计特征。

二. 实验内容

1. 给定 1500 点随机白噪声信号 $noise_x$ 和 $noise_y$ (见数据 `noise.mat`)，计算 $noise_x$ 和 $noise_y$ 的均值、方差及均方值；并分别计算 $noise_x$ 、 $noise_y$ 自相关函数、自协方差函数、互相关函数、互协方差函数，并作图显示结果。(数据单位为: V)

2. 使用 1 中的信号 $noise_x$ 加上余弦信号 x 构成的随机信号 z ，作图显示 x 和 z 的图形。分别计算 x 、 z 的自相关函数，以及 x 和 z 的互相关函数，并作图显示。($x(t) = \cos(2\pi f t + \omega)$, $f = \frac{1}{40}$, $\omega = \frac{1}{15}\pi$, 信号采样的时间间隔 $t=0:1:1499$)

3. 给出三个通道的脑电信号 EEG_Fz、EEG_F4、EEG_Oz (其中 Fz 和 F4 导联在额部，Oz 导联在枕部)。分别计算各导联脑电信号的均值、方差、均方值以及自相关函数，作图显示脑电信号和自相关函数。另外，计算 EEG_Fz 和 EEG_F4、EEG_Fz 和 EEG_Oz，EEG_F4 和 EEG_Oz 脑电的互相关函数，并作图显示。(数据长度均为 10s，信号采样率 1000Hz，单位: μV)



脑电极分布图

4. 分析讨论

1) 使用 `randn` 函数分别产生长度不同的白噪声信号 x_1 (500 点)、 x_2 (10000 点), 计算它们的均值、方差以及均方值, 分别计算信号 x_1 、 x_2 自相关函数并作图显示。试问数据长度对自相关函数的结果有何影响?

2) 如果令信号 $noise_z = noise_x + 2$, 计算 $noise_z$ 与 $noise_y$ 的互相关函数、互协方差函数, 并将所得结果与上述 1 中的相应结果进行对比、讨论。

3) 如将上述 2 中余弦信号 x 幅值扩大或缩小至 N 倍, 对比结果有何变化? 并分析其原因。(N 取值: 0.01, 0.33, 5, 30)

4) 对上述 3 中计算出的不同脑电通道之间的互相关函数值进行讨论。

三. 实验报告要求

报告要求如下:

西安交通大学实验报告

| | |
|----|--|
| 成绩 | |
|----|--|

课 程 医学信号处理 实 验 日 期: 年 月 日

专业班级 组别 交 报 告 日 期: 年 月 日

姓名学号 学号 报 告 退 发: (订正、重做)

同 组 者 教师审批签字:

报告内容应包含实验名称, 实验目的, 实验内容及结果, 实验结果与回答分析讨论等。

附录:

随机信号分析原理和方法

现实生活中, 随机信号无处不在。例如, 各种无线电系统及电子设备中的噪声与干扰, 生物医学中的心电图 (ECG)、脑电图 (EEG)、肌电图 (EMG) 以及我们每天发出的语音信号等都是随机信号。随机信号和确定性信号不同, 它不能通过一个确定的数学公式或者图表来描述, 也不能准确地予以预测。因

此，对随机信号一般只能在统计的意义上研究，这就决定了其分析与处理的方法和确定性信号相比有着较大的差异。

1) 均值(mean)

均值定义为离散随机信号 $x(n)$ 的所有样本函数，在同一时刻取值的统计平均值称为集平均，简称均值。

对于有限长随机离散信号序列，为计算其均值估计，可写成：

$$E[x(n)] = \hat{\mu}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N x(n)$$

当序列长度足够长时，均值估计能够无限逼近真实均值。

在 **Matlab** 中的函数 *mean* 可实现随机离散信号均值的计算。其调用公式如下：

$$y = \text{mean}(x)$$

其中， x 为离散随机序列， y 为其平均值。

2) 方差(var)

方差是用来说明离散随机信号各可能值对其平均值的偏离程度，是随机信号在均值上下起伏变化的一种度量。

对于有限长随机离散信号序列，计算其方差估计，可按下式计算：

$$\sigma_x^2(n) = \sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N [x(n) - \mu_x]^2$$

在 **MATLAB** 中提供了计算标准差的函数 *var*，其调用公式如下：

$$y = \text{var}(x)$$

其中， x 为离散随机序列， y 为其方差。

3) 标准差(std)

标准差又称为均方差，标准差是方差的算术平方根。反映一个信号的离散程度。

对于有限长随机离散信号序列，计算其方差估计，可按下式计算：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}$$

在 **MATLAB** 中提供了计算标准差的函数 *std*，其调用公式如下：

$$y = \text{std}(x)$$

其中, x 为离散随机序列, y 为其标准差。

4) 相关函数 (xcorr)

已知随机序列 $\{X_n\}$ 的一段样本数据 $X_n, n=1,2,\dots,N-1$ 利用这段数据估计自相关函数的方法有:

a. $\{X_n\}$ 为遍历性零均值广义平稳随机过程, 无偏估计 (对实数序列):

$$\hat{R}_N(m) = \frac{1}{N-|m|} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m), -(N-1) \leq m \leq N-1$$

$$\hat{R}_N(m) = \hat{R}_N(-m)$$

该估计的特点: 尽管是无偏估计, 但不是一致估计, 方差很大, 不是一致估计, 不是一种好的估计方法。

b. 有偏估计:

$$R'_N(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m)$$

该估计特点: 是一致估计, 比无偏估计法误差小, 因此工程上常用该方法计算。

MATLAB 提供了计算离散随机信号互相关函数 **xcorr**, 其调用公式如下:

$$r = \text{xcorr}(x, y, 'option')$$

其中, x, y 为长度是 N 的两个独立离散随机序列, r 为互相关函数估计, 'option' 为控制项, 取 'biased' 时, 计算有偏互相关估计, 取 'unbiased' 时, 计算无偏互相关估计。当 x 和 y 是同一信号时, 计算的是自相关函数的估计。

5) 协方差函数 (xcov)

MATLAB 提供了计算离散随机信号互协方差函数 **xcov**, 其调用公式如下:

$$c = \text{xcov}(x, y, 'option')$$

c 是返回两个离散时间序列的互协方差。如果 x 和 y 的长度不同, 函数会在较短向量的末尾添加零, 使其长度与另一个向量相同。'option' 为控制项, 取 'biased' 时, 计算有偏协方差估计, 取 'unbiased' 时, 计算无偏互协方差估计。当 x 和 y 是同一信号时, 计算的是自协方差函数的估计。

6) randn 函数

功能: 产生标准正态分布的随机数或矩阵

语法: `randn(n,m)`

说明: 产生的矩阵大小为 $n*m$, 若写成 `randn(n)`, 默认产生 n 阶方阵。