 **國立臺灣科技大學**

**財務金融研究所碩士班**

**碩士學位論文**

**學號：M11218014**

**XXXX**

**研究生：王士誠**

**指導教授：薛博今 博士**

**繆維中 博士**

**中華民國一一四年六月**

# 摘要

# Abstract

# 誌謝

# 目錄

# 圖目錄

# 表目錄

# 第一章、緒論

# 第二章、文獻探討

# 第三章、資料來源

## 3.1資料來源

本研究之樣本採用Deribit交易所[[1]](#footnote-1)提供之比特幣歐式現金結算選擇權歷史交易數據，包含每日交易量、收盤價、隱含波動率、現貨價及期貨價，期間涵蓋2020年1月至2024年4月。

依據資訊服務公司The Block公司公布之數據統計[[2]](#footnote-2)，於全球加密貨幣選擇權市場中，Deribit交易所之比特幣選擇權交易量為三大平台－Deribit、OKX及Binance中占比最大，且未平倉量占市場總量80% 以上（如圖3-1）。

一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型, 行 的圖片

自動產生的描述 一張含有 文字, 螢幕擷取畫面, 字型 的圖片

自動產生的描述

圖3-1：比特幣選擇權市場交易量與未平倉量數據統計  
（資料來源：The Block官方網站）

Deribit交易所成立於2016年，總部位於荷蘭，名字由「Derivatives」與「Bitcoin」組合而成，為最早推出加密貨幣選擇權商品的交易所，因具備高流動性和深度，Deribit已成為全球最大的比特幣選擇權交易平台。其提供之比特幣歐式現金結算選擇權合約全天候皆可交易[[3]](#footnote-3)，到期日為每天08:00 (UTC+0)，並具有1日、2日、3日、1週、2週、3週後，以及每月月底（1、2、4、5、7、8、10、11月）與季度（3、6、9、12月）合約。

## 3.2比特幣選擇權交易市場概況

本研究將透過比特幣選擇權歷史交易數據進行實證分析，探討選擇權市場中的隱含波動率與市場預期價格變動之關聯性，並計算風險中立機率密度函數（Risk Neutral Density），分析其於不同市場氛圍下之變化。

本研究透過對Deribit交易所數據進行分析，呈現圖3-2中買權與賣權的月交易量變化。如圖所示，自2020年10月起，選擇權交易量顯著增長，此趨勢歸因於2020年10月之前，Deribit僅提供年度合約，而後增設了每日、每週及每季度到期之商品，從而推動交易量快速上升；至2023年9月，交易量再次大幅增長，主因為受到比特幣現貨價格大幅上漲之影響，買權交易量更於2024年2月達到歷史新高，顯示出市場對比特幣價格上漲之強烈預期。整段期間內，交易量存在明顯波動，反映了市場活躍度的變化，尤其在比特幣價格劇烈波動時更為明顯。自2023下半年開始，交易量明顯上升，顯示出比特幣選擇權交易市場流動性與深度之增強。

一張含有 文字, 繪圖, 螢幕擷取畫面, 行 的圖片

自動產生的描述

圖3-2：2020年1月至2024年4月比特幣選擇權買權、賣權每月交易量

# 第四章、研究方法

## 4.1以理論計算風險中立機率密度之方法

下文中，符號C、P、S、K、及T均代表選擇權標準意義：C為買權價格、P為賣權價格、S為標的資產現價、K為履約價格、r為無風險利率、T為選擇權距到期日天數，本研究也將使用表示為風險中立機率密度函數（Risk Neutral Probability Density Function, RND）和表示為風險中立分布函數（Risk Neutral Distribution Function）。

買權價格是其在到期日天數T前之收益預期，折現回當前之價值。於風險中立之情形下，該預期價格則可基於風險中立機率計算，並以無風險利率進行折現，公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

接著將買權價格C對履約價格K進行一次偏微分，可導出風險中立分布函數，公式如下：

移項可得風險中立分布函數為：

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

接著對公式(2)中之履約價格K再次進行偏微分，可導出於履約價格K處之RND：

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

於實際選擇權交易市場，由於履約價格為離散形式，因此可利用觀察到之選擇權價格，透過有限差分法（Finite Difference Methods, FDM）求得公式(2)與公式(3)之近似解。假設距到期日T時，市場上有N個不同履約價格的選擇權，其中K1代表最低履約價格，KN代表最高履約價格。我們將使用履約價格分別為Kn-1、Kn和Kn+1的三個選擇權，來求得以Kn為中心之的近似值，公式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |
|  | () |

公式(1)至(5)說明了如何以理論方式從一組買權價格C中推導出介於履約價格K2和KN-1間之RND。類似的推導方式亦可應用於從賣權價格P中計算RND，對於賣權而言，與公式(2)至(5)對應之等價表達式如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |
|  | () |
|  | () |
|  | () |

於本研究中，ΔX為一固定之常數值，用以建構等距分布之人工選擇權價格，以填補市場中離散履約價格間之空缺值。此處理方式可解決交易數據稀疏或不均之問題，並確保履約價格之間距一致，便於透過有限差分法進行數值計算，提高估算結果之準確性。

## 4.2以實務計算風險中立機率密度之方法

前一節所介紹的方法假設存在一組選擇權價格，且這些價格完全符合理論定價關係（公式(1)）。然而，當將其應用於實際市場中交易的選擇權價格時，會面臨幾個重要的問題與挑戰。首先，必須謹慎處理觀察到的選擇權價格中的市場缺陷，否則可能導致推導出的RND出現無法接受的特性，例如RND在某些區域出現負值。其次，需找到適當的方法來補全RND在K2到KN-1範圍之外的尾部。本節將介紹本研究與回顧文獻中提出之從市場選擇權價格中計算RND的方法，並說明我們在此採用的技術。

在傳統金融市場中，選擇權定價模型（如Black-Scholes模型）通常使用無風險利率作為參數，該利率一般由政府債券等低風險資產的收益率代表。然而，在比特幣等加密貨幣市場中，無風險利率的適用性受到限制，因此不被廣泛使用。其因為，比特幣市場缺乏統一的無風險資產。由於加密貨幣市場的去中心化特性，並無政府債券此類被廣泛接受之無風險資產，難以確定單一通用之無風險利率，使無風險利率在此市場中難以適用；並且，比特幣價格之波動率遠高於傳統資產。波動劇烈之特性對於選擇權價格的影響較無風險利率更為顯著，因此交易者更關注隱含波動率的變化，而非無風險利率；其次，在加密貨幣市場中，利率環境可能受到交易所規則與市場供需的影響，並不一定與傳統的無風險利率相關，傳統的利率指標難以反映加密貨幣市場的實際情形；此外，持有比特幣的成本與持有傳統貨幣或資產的成本不同，包括安全性面向和技術風險等因素，這些成本難以透過無風險利率量化，進一步限制了無風險利率在比特幣選擇權定價中的適用性。

本研究採用Deribit交易所之比特幣選擇權交易價格，其為適應加密貨幣市場的特性，計算選擇權價格時採用了更合適的模型（以比特幣計價），符合交易市場使用需求。為符合研究所需，本研究觀察傳統Black-Scholes模型（公式(10)），並與Deribit交易所提供之計算公式（公式(11)）比較可知，將Deribit交易所報價乘上比特幣現貨價格即可得到以美元計價之比特幣選擇權價格。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  | () |
|  | () |
|  |  |
| 其中，CBS為Black-Scholes買權價格（以美元計價）、CDeribit為Deribit交易所比特幣買權價格（以比特幣計價）、S0為比特幣現貨價格、N(x)：常態分布的累積分布函數、K為履約價格、r為無風險利率、T為選擇權有效期、F為比特幣期貨價格、ln為自然對數、σ為年化標準差。 |  |

**比特幣不適用無風險利率**

**說明比特幣的Black-Scholes**

**使用價外選擇權，先轉換為IV，期貨價附近的IV做平均**

**再用Spline擬合with one knot（小於一條線、大於一條線）at the money（去找python定義）**

**使用離散公式計算RND**

## 4.3配適風險中立機率密度尾端分布

**那個人使用GEV or GPD，需要3個參數，提到那3個條件，因為會產生kinks（找他怪怪但我們不怪的）**

**所以我們modify他的條件，改用GPD，僅需2個參數**

**說明擬合條件，跟第3個條件**

**參考GEV、GPD論文**

# 第五章、實證結果分析

**參考GPD那篇論文、Jackwerth、韻軒學姐**

**兩個方法有什麼異同？**

**比較實際買權價格差異**

# 參考文獻

1. Deribit交易所官方網站：<https://www.deribit.com/> [↑](#footnote-ref-1)
2. 資料來源：<https://www.theblock.co/data/crypto-markets/options> [↑](#footnote-ref-2)
3. Deribit選擇權合約說明：<https://www.deribit.com/kb/options> [↑](#footnote-ref-3)