# 第二章、文獻回顧

## 2.1風險中立機率密度之理論發展

風險中立機率密度（Risk-neutral Density, RND）的概念最早由Breeden和Litzenberger (1978) 提出。他們證明了可從選擇權價格中提取市場對標的資產未來價格分布的預期，此開創性研究為選擇權定價理論開啟了嶄新方向。Shimko (1993) 進一步提出將市場選擇權價格轉換至隱含波動率空間進行插值的技術，此方法利用了隱含波動率曲線較價格數據更為平滑且連續的特性，有助於提升RND估計的準確度。

Christoffersen et al. (2013) 深入探討了選擇權隱含資訊的預測能力，發現風險中立偏態能有效預測未來報酬率的方向與幅度。Chang et al. (2013) 則從另一個角度切入，研究風險中立峰度與市場報酬的關聯性，指出較高的風險中立峰度往往預示著未來較大的市場波動。

於極端市場情境下，Birru和Figlewski (2012) 針對2008年金融危機期間的S&P 500指數選擇權進行研究，發現RND形狀會隨市場壓力增加而產生顯著變化。為更準確描述此類極端情況，他們採用廣義極值分配（GEV）完善RND尾部估計，此方法在處理極端市場條件時展現出優異效果 (Hosking & Wallis, 1987)。

針對極值理論的基礎研究，Balkema和de Haan (1974) 提出的閾值超越模型為後續金融市場極端事件的研究奠定重要基礎。他們的研究證明，當樣本超過足夠高的閾值時，其分配會收斂至廣義柏拉圖分配，此發現對於估計金融市場的尾部風險具有關鍵意義。Neumann和Skiadopoulos (2013) 則深入研究S&P 500選擇權的高階風險中立矩，發現市場對波動率、偏態與峰度的預期具有顯著的可預測性，特別是在市場波動較大的期間。

## 2.2風險中立機率密度之估計方法

McNeil和Frey (2000) 提出結合GARCH模型與極值理論（EVT）的創新方法，用以估計金融時間序列的尾部風險。他們特別強調，廣義柏拉圖分布（GPD）在建模金融時間序列極端事件時具有獨特優勢。Conrad et al. (2013) 進一步擴展了這個概念，提出了一個結合GARCH模型與混合常態分配的方法，特別適用於捕捉金融市場中的非對稱波動特徵。

Figlewski (2008) 針對美國市場投資組合進行深入研究，提出一套完整的風險中立機率密度估計框架，並進行了系統性整理，將其分為參數法和非參數法兩大類，為實務應用提供重要參考。Orosi (2015) 提出一種新穎的參數法來估計風險中立機率密度函數，該方法透過設定適當的函數形式，並對模型參數施加限制條件，能夠產生具良好性質的風險中立密度估計。He et al. (2022) 則建議使用GPD估計RND尾部，此方法在處理極端市場條件時特別有效。最近，Uberti (2023) 提出了一種新的半參數估計方法，結合了參數法的穩定性和非參數法的靈活性，為RND估計提供了新的研究方向。

Ammann (2019) 針對風險中立動差的穩健估計方法進行深入研究。透過模擬與實證分析，提出能有效減少市場雜訊、極端價格變動或流動性不足等情況下估計偏誤的改良方法。此研究為金融實務工作者提供更可靠的工具，以精確捕捉市場風險資訊，對資產定價與風險管理具重要意義。

Hayashi (2020) 提出一套從波動率微笑分析風險中性機率密度函數的創新方法，該研究擴展了現有以履約價格為基礎的分析方法，透過外匯選擇權的實證分析，作者證實此分析方法所導出的風險中性機率密度函數能完全避免數值方法可能產生的近似誤差。

Dong et al (2024) 提出創新Implied Willow Tree (IWT)方法，解決重建風險中立隨機過程的研究缺口，有別於傳統僅重建風險中性機率密度函數的方法，該研究直接從跨到期日的市場選擇權價格資料重建完整的風險中立過程，無需依賴任何預設參數模型。實證顯示此方法在美式選擇權、亞洲選擇權定價計算上的有效性，且對原始資料中的雜訊具備良好的處理能力。

## 2.3金融市場之實證研究

### 2.3.1傳統金融市場研究

Mohrschladt和Schneider (2021) 使用高頻交易資料分析價內外期權的隱含波動度差異，發現價內期權包含重要的市場資訊。Li et al. (2024) 的研究指出，風險中性偏態對未來股票報酬具有顯著預測能力，尤其在經濟衰退期間表現更為顯著。此發現與 Cujean和Hasler (2017) 的理論預測一致。

Feng et al. (2024) 最新研究發現，市場情緒與選擇權隱含波動率之間存在強烈關聯，特別是在市場不確定性較高的時期。Köse et al. (2024) 則從市場微觀結構的角度，研究了交易者行為對選擇權價格形成的影響，發現機構投資人的交易行為對RND形狀有顯著影響。

在報酬預測方面，Amaya等人 (2015) 的實證研究發現，已實現偏態對股票橫斷面報酬具有顯著解釋力，且此預測能力在控制其他風險因子後仍然顯著。Bali和Zhou (2016) 則從風險與不確定性的角度切入，發現市場不確定性與預期報酬間存在顯著關聯，特別是在總體經濟不確定性較高的時期。Campbell和Thompson (2008) 的開創性研究則提出了一個重要的方法論貢獻，他們建立了評估預測模型經濟價值的框架，並證實即使看似微小的預測能力也可能帶來可觀的經濟效益。

### 2.3.2加密貨幣市場研究

在加密貨幣市場方面，Zulfiqar和Gulzar (2021) 研究發現，主要加密貨幣交易所提供的選擇權交易，為投資人提供了更多元的避險工具。Baur和Smales (2022) 則針對比特幣期貨市場的交易行為進行深入研究，發現槓桿資金交易者（leveraged money traders）在比特幣期貨市場中扮演關鍵角色，不僅持有最大部位，且通常呈現淨空頭狀態，這些交易者展現其能夠準確預測最大的市場波動之能力，透過調整空頭部位實現獲利。López-Cabarcos et al. (2021) 深入分析了比特幣市場的投資者情緒與價格波動的關係，發現社群媒體情緒指標對短期價格變動具有顯著預測力。

Chordia et al. (2021) 的研究指出，比特幣選擇權市場的RND往往呈現顯著的左偏和超額峰度。Akyildirim et al. (2020) 進一步發現，加密貨幣市場在投資者恐懼情緒升高時表現出較高波動性，且與傳統市場波動性指標呈現顯著相關。

在加密貨幣市場的動態特性研究方面，Li等人 (2021) 發現MAX動量效應在加密貨幣市場特別顯著。具體而言，過去表現最佳的加密貨幣在未來期間仍傾向維持較佳表現，此現象與傳統金融市場的動量效應類似，但強度更為顯著。這項發現不僅補充了我們對加密貨幣市場微觀結構的理解，也為投資策略的設計提供了重要啟示。

Liu & Chen (2024) 研究發現，市值較大的加密貨幣表現出左偏特性，而市值較小的則呈現右偏，且非對稱性風險與未來報酬呈現負相關，意即偏度較低的加密貨幣通常能產生較高的報酬，無論市場波動率高低，偏度與報酬皆存在顯著負相關。

### 2.3.3市場效率與預測能力研究

Mei et al. (2017) 探討已實現偏態（realized skewness）與已實現峰態（realized kurtosis）對股市波動度預測的影響，樣本外預測結果顯示，已實現偏態與已實現峰態對未來波動度具有顯著的負向影響，且已實現偏態在中長期預測區間的表現優於已實現峰態，而在短期預測中則效果有限。

Wang和Yen (2018) 研究顯示，基於極值理論建構的選擇權隱含尾部風險指標能有效預測標的資產未來變動。實證結果發現，S&P 500指數與VIX選擇權所隱含的尾部風險對未來報酬具顯著預測能力，特別在經濟衰退期間表現更為明顯。此研究為投資人提供了利用選擇權市場資訊預測極端市場事件的實證依據。

Chen et al. (2018) 針對崩盤風險與風險中立機率密度函數的關聯性進行深入探討。研究團隊提出一種更為簡便的方法來估計風險中性高階動差，結果顯示，風險中立機率密度函數，特別是其高階動差，在預測及解釋崩盤風險與風險溢酬方面具有顯著解釋能力，其中偏態與風險溢酬具高度正相關，峰態則與外匯交換利差存在正相關，且峰態越高代表市場出現極端事件機率增加。此外，研究發現風險中立機率密度函數的高階動差與總體經濟變數呈現密切的共同變動關係，其表現優於傳統Black-Scholes模型所隱含的波動率。

Kim與Park (2018) 之實證研究顯示，選擇權隱含偏態與後續股票報酬呈現顯著負相關，即使控制多項公司特性變數後仍然成立。Jackwerth (2020) 分析S&P 500指數選擇權的風險中立機率時發現，市場在重大事件發生時往往需要一定時間才能完全反映其影響。Jondeau等人 (2020) 研究個別股票偏態對指數期貨報酬的預測能力，實證結果顯示此指標在預測標普500指數期貨報酬方面展現顯著效果。即使控制流動性風險及經濟循環因素後，此預測關係依然成立，且個別偏態在樣本外預測指數期貨報酬方面同樣表現卓越。Liu and Tsyvinski (2021) 研究加密貨幣市場的風險與報酬特性，發現存在顯著的動量效應。

Cortés et al (2020) 探討使用半非參數（SNP）方法，從西德州中級原油(WTI)選擇權中推導隱含風險中立密度函數的效能。研究結果表明，相較於傳統的對數常態分布，對數SNP分布能更準確地捕捉WTI原油價格的RND，其中偏度與峰度包含與石油市場預期相關的重要資訊，在發生極端事件時尤其明顯，若出現負偏度，表示市場預期標的價格下跌可能性較高；若出現高狹峰，則表示價格出現極端變化可能性較高，且高狹峰與負偏度通常同時出現。

Bali和Murray (2013) 以及Conrad等人 (2013) 的研究顯示，風險中立偏態與未來股票報酬間存在顯著的負向關係，這與投資者偏好正偏態的理論預期相符。Fuertes et al. (2022) 研究發現，風險中立偏態（RNSK）在商品期貨價格預測中具重要作用，買入RNSK為正值的期貨並賣出RNSK為負值的期貨能產生顯著超額報酬，尤其在期貨市場處於正價差階段時表現更佳，為商品期貨市場的資產配置與風險管理提供新視角。Lehnert (2022) 探討風險中立偏態與避險基金尾部風險之間的關聯性，實證結果顯示，指數選擇權市場的賣空行為會導致風險中立市場偏態與報酬間的負向關係，挑戰了傳統將選擇權隱含偏態視為下行風險指標的觀點。Liu et al. (2023) 則運用機器學習方法預測加密貨幣報酬率，證實前期報酬率具有強大的預測能力。

Böök et al. (2025) 提出一種新的方法 (BIRS) 來估計波動率微笑，使用S&P 500指數的短期選擇權數據，以此推導出穩健的條件波動率、偏度和峰度指標。這些指標具有預測美國股票風險溢酬、市場波動率、偏度和峰度的能力，無論是在樣本內還是在樣本外，均優於基於歷史回報計算出的等效指標。