

Bài tập

□ Bài 1

- Số Fibonacci được định nghĩa

$$F_0 = 1, F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Xây dựng thuật toán quy hoạch động tính F_n

□ Bài 2

- Số Catalan được định nghĩa

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ \sum_{i=1}^{n-1} T(i).T(n-i) & n > 1 \end{cases}$$

Xây dựng thuật toán quy hoạch động tính T_n

Bài tập

□ Bài 3

Một băng cát-xét gồm 2 mặt, mỗi mặt có thể ghi được d phút (chẳng hạn $d=30$). Một đĩa CD chứa n bài hát có tổng thời lượng m phút ($m>d$, chẳng hạn $m=78$). Bài hát i có thời lượng d_i phút, $d_i>0$. Cần chọn các bài hát từ đĩa CD ghi lên các mặt băng cát-xét sao cho tổng thời lượng là lớn nhất. Một bài hát được ghi lên một mặt đĩa hoặc không được ghi.

Gọi $time(i, t_1, t_2)$ là thời lượng lớn nhất có thể ghi lên băng cát-xét, trong đó t_1 (t_2) là thời lượng lớn nhất có thể ghi lên mặt thứ nhất (mặt thứ hai), và chỉ sử dụng i bài hát đầu tiên. Khi đó $time(n, d, d)$ là giải pháp của bài toán.

Hãy thực hiện:

1. Xây dựng hệ thức truy hồi tính $time(i, t_1, t_2)$.
2. Xây dựng thuật toán đệ quy tính hệ thức truy hồi trên.
3. Đánh giá độ phức tạp thuật toán đệ quy tính hệ thức truy hồi trên (giả thiết $d_i = 1$ với mọi i).
4. Xây dựng thuật toán quy hoạch động.
5. Đánh giá độ phức tạp thuật toán quy hoạch động.