

ICP(Iterative Closest Point)

两组点集之间的匹配

National Laboratory of Pattern Recognition

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences

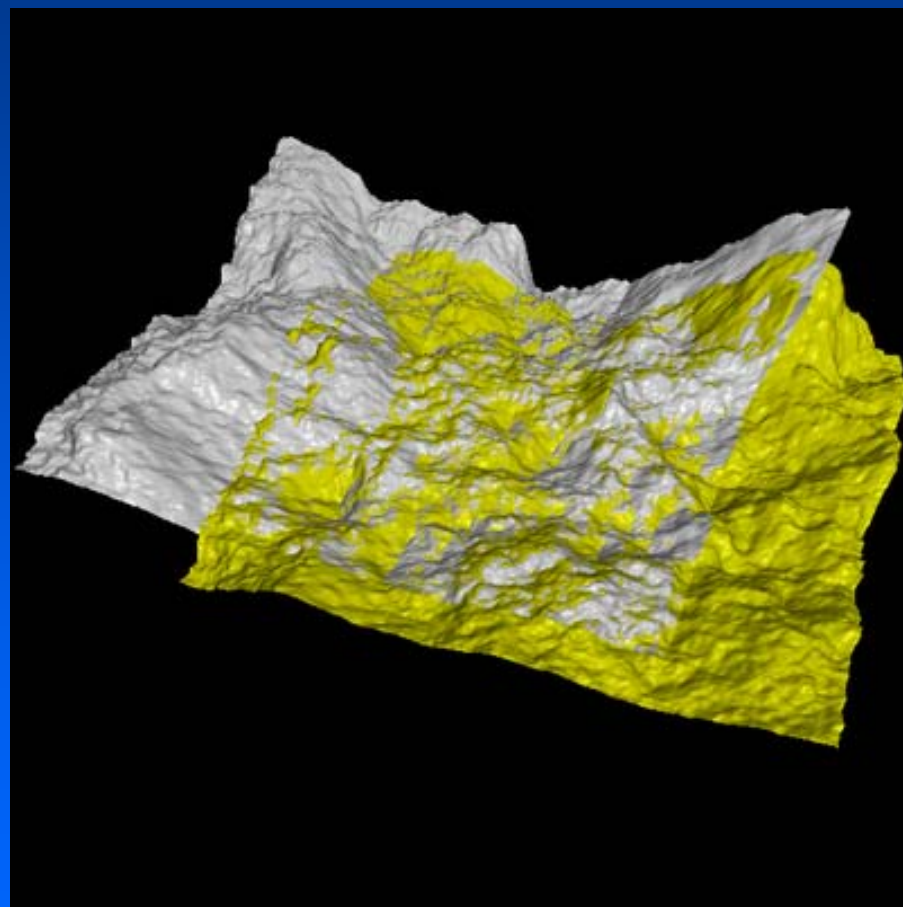


模式识别国家重点实验室

中国科学院自动化研究所

研究背景

■ 对齐两个相互交叠的曲面



National Laboratory of Pattern Recognition

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences

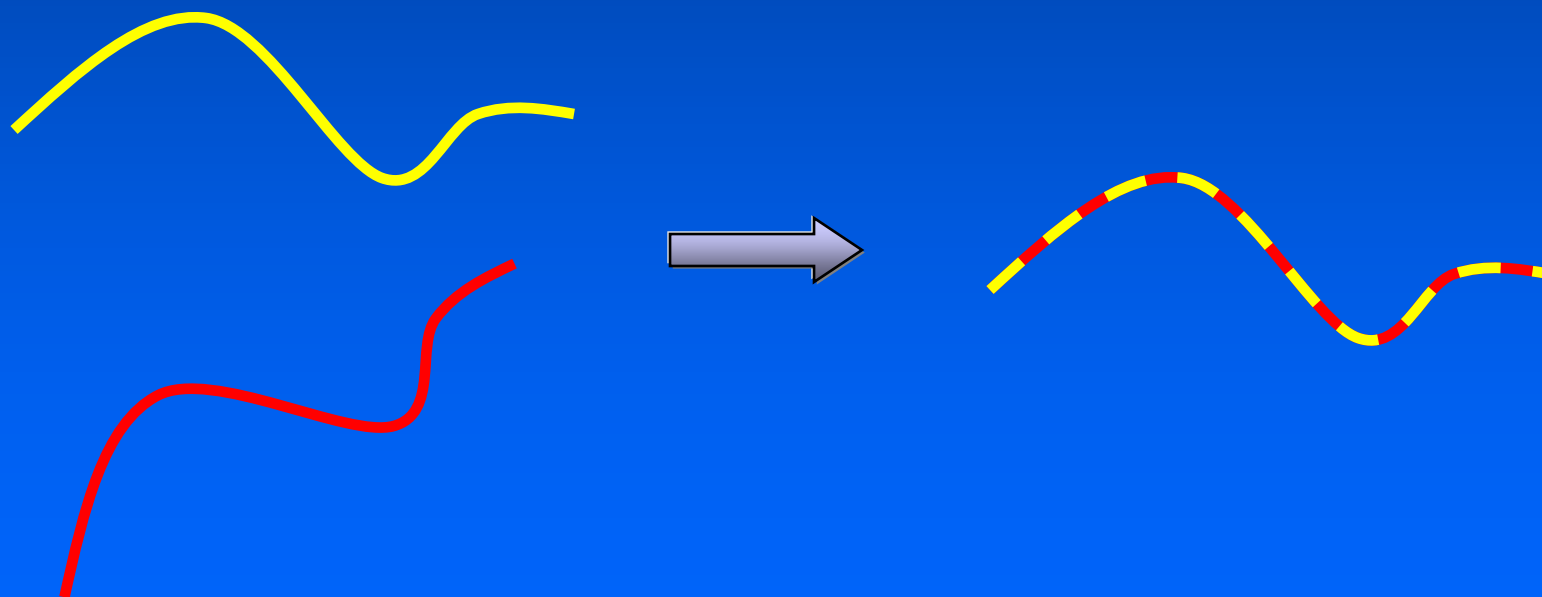


模式识别国家重点实验室

中国科学院自动化研究所

研究背景

■ 对齐两个相互交叠的曲线



National Laboratory of Pattern Recognition

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences



模式识别国家重点实验室

中国科学院自动化研究所

问题

■ 已知：两个对应点集合

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

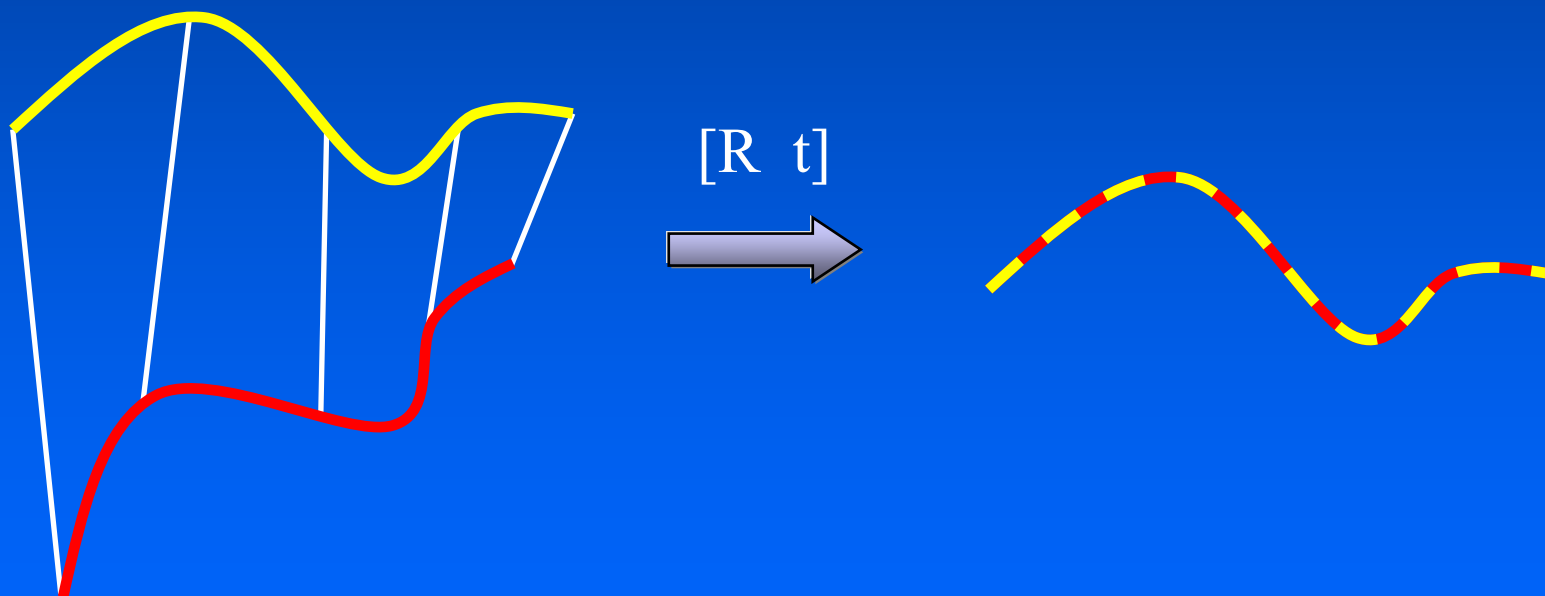
■ 求解：旋转矩阵R 和 平移向量t，使得

$$E(R, t) = \arg \min_{R, t} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$



基本思想

- 如果知道正确的点对应，那么两个点集之间的相对旋转和平移有闭合解



求解最优变换

- 计算两个点集 X、P 的质心

$$\mu_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i \quad \mu_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i$$

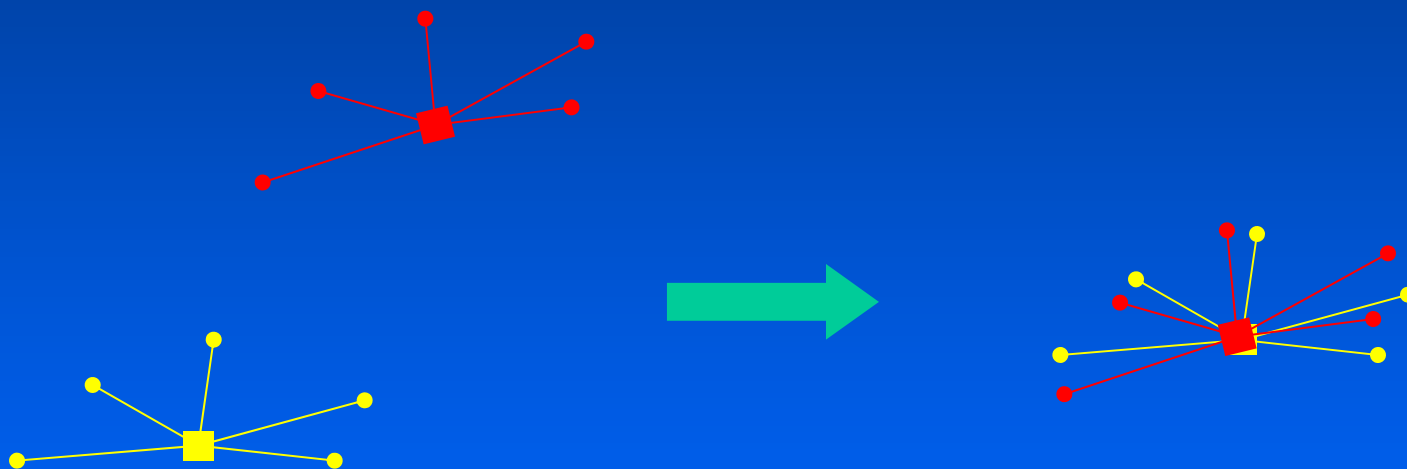
- 从两个点集中分别减去对应的质心

$$X' = \{x_i - \mu_x\} = \{x'_i\}$$

$$P' = \{p_i - \mu_p\} = \{p'_i\}$$



求解最优变换



National Laboratory of Pattern Recognition

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences



模式识别国家重点实验室

中国科学院自动化研究所

求解最优变换

■ SVD分解

设 $A \in R_r^{m \times n}$, 则存在m阶正交矩阵U和n阶正交矩阵V, 使得

$$A = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H$$

其中 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$, 而 σ_i 为矩阵A的全部非零奇异值。



求解最优变换

■ 利用SVD分解求最优变换

$$W = \sum_{i=1}^{N_p} x_i' p_i'^T \quad \longrightarrow \quad W = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T$$

■ 如果 $\text{rank}(W) = 3$ ， $E(R, t)$ 的最优解是唯一的

$$R = UV^T \quad t = \mu_x - R\mu_p$$



三维数据点对应

■ 如何寻找对应点？

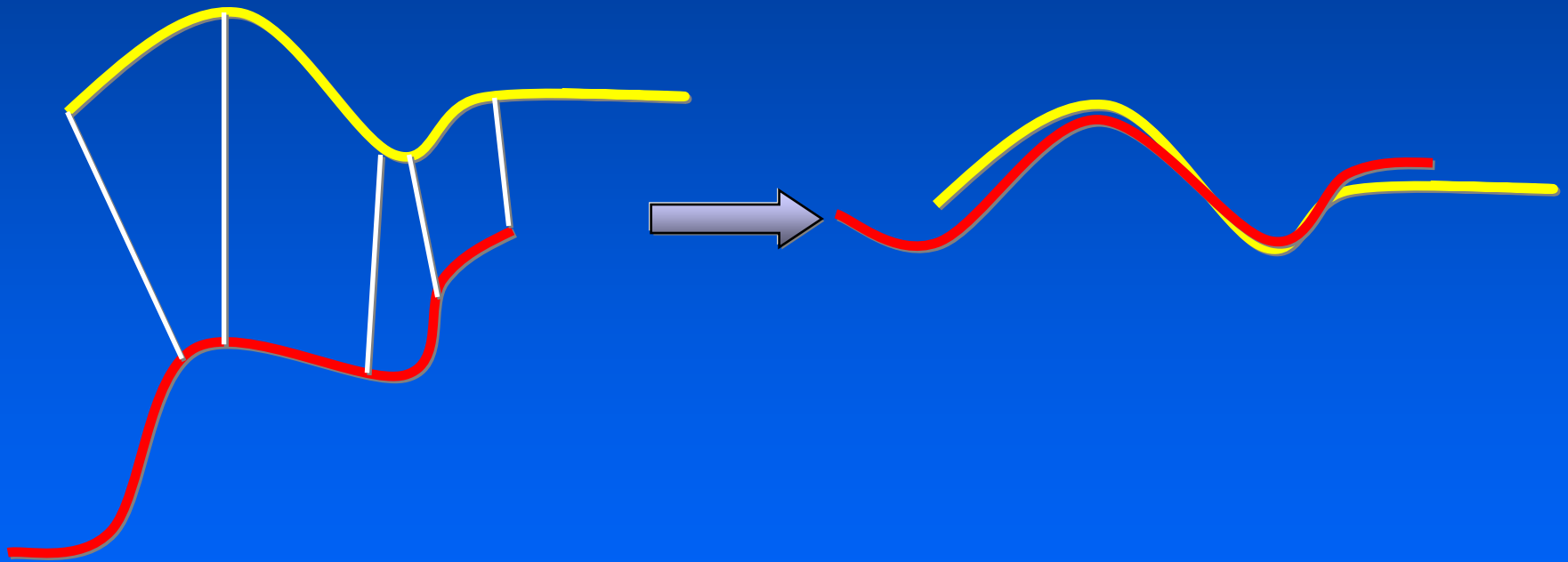
- 用户输入？

- 特征检测？

■ 在ICP中，假设最近的点为对应点



三维数据点对应



National Laboratory of Pattern Recognition

Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences

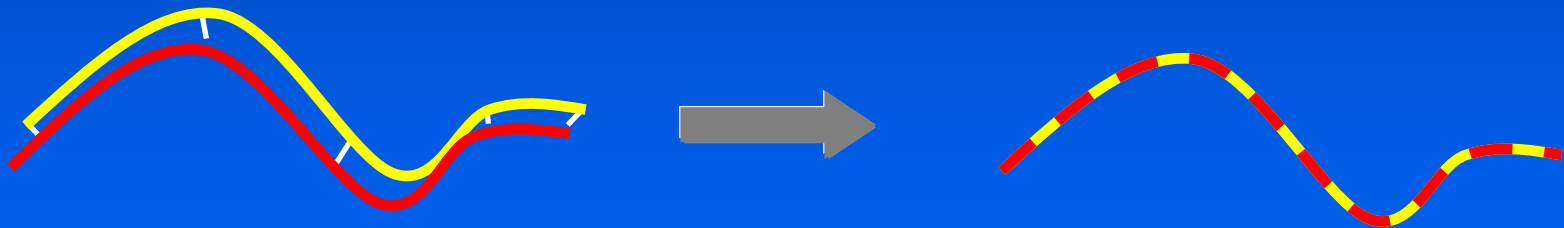


模式识别国家重点实验室

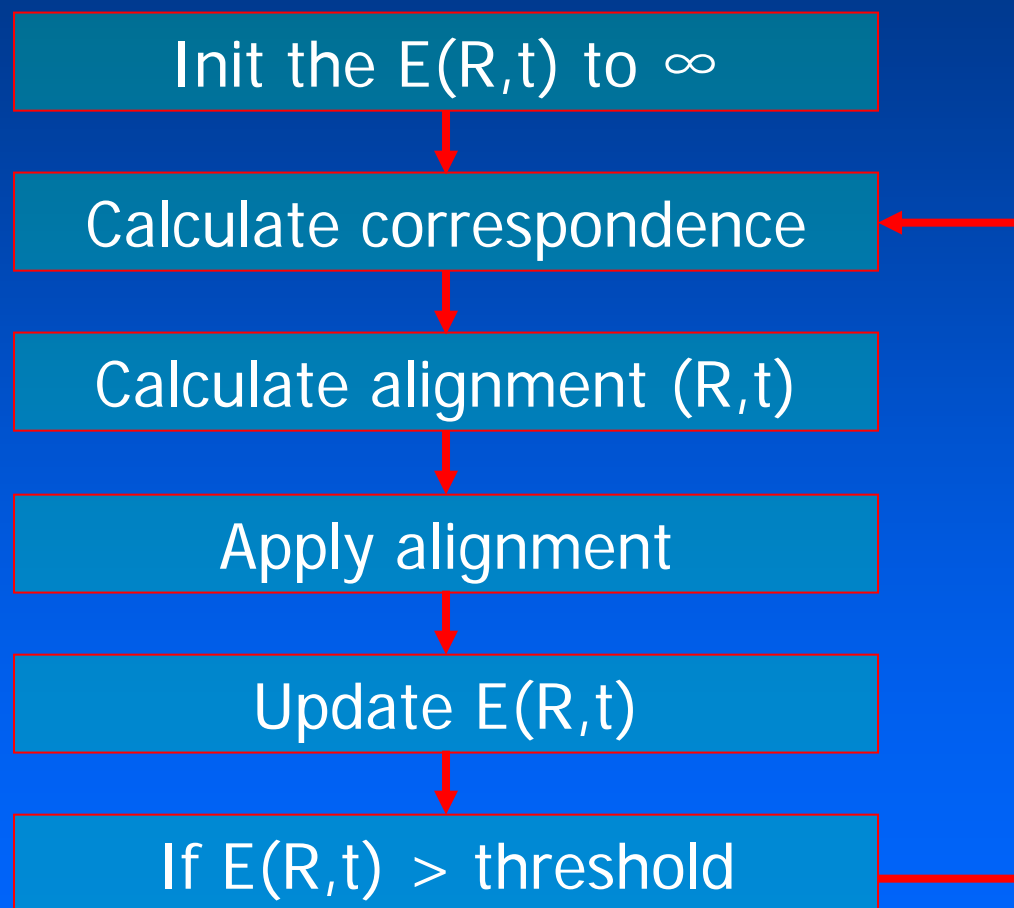
中国科学院自动化研究所

三维数据点对应

- Iterated Closest Points (ICP) [Besl & McKay 92]
- 如果初始点“足够的近”，可以保证收敛性



ICP算法



ICP

- 点集选取(selecting)
- 点集匹配(matching)
- 点集对应权重(weighting)

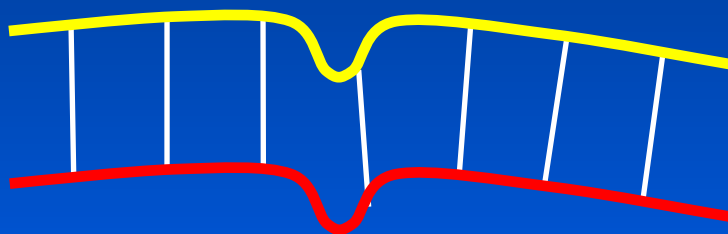


点集选取(selecting)

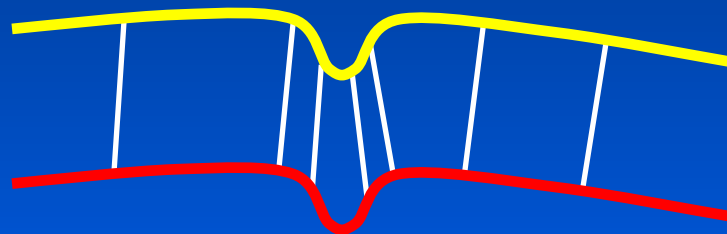
- 选择所有点
- 均匀采样(Uniform Sampling)
- 随机采样(Random Sampling)
- 法方向空间均匀采样(Normal-space Uniform Sampling)



点集选取(selecting)



Uniform Sampling



Normal-Space Uniform Sampling

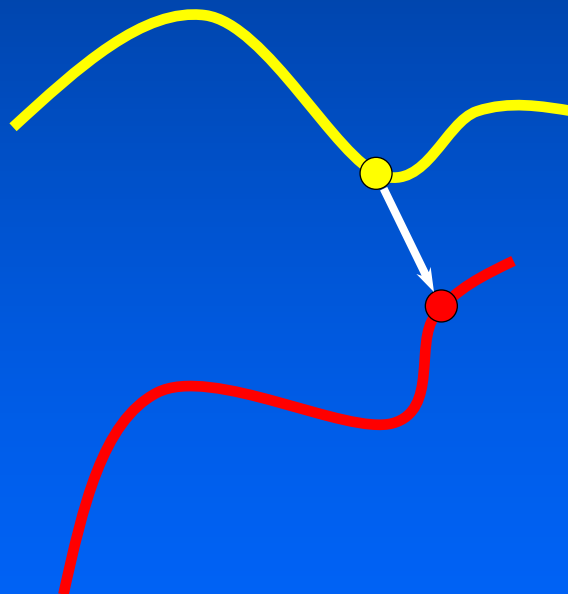
点集匹配(matching)

- 最近邻点 (Closest point)
- 法方向最近邻点 (Normal shooting)
- 投影法 (Projection)



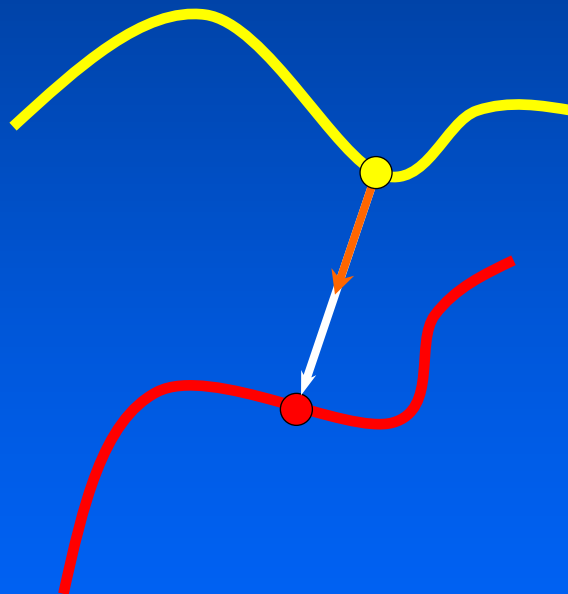
最近邻点

■ 稳定，但速度慢



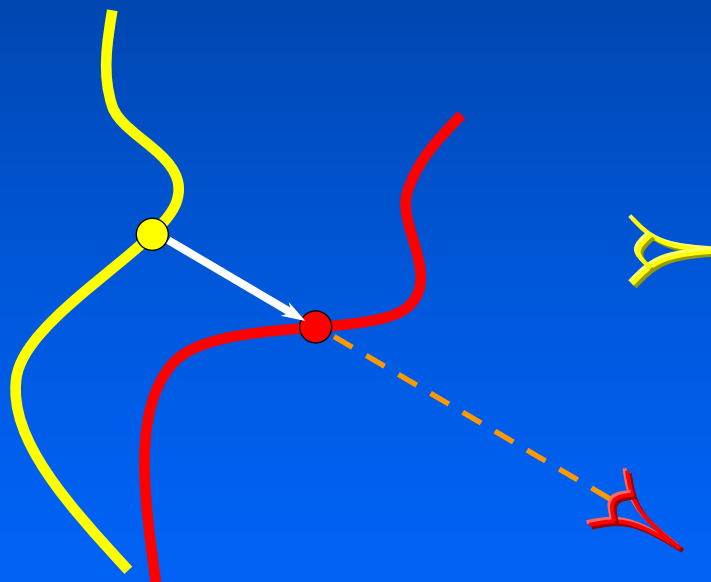
法方向最近邻点

■ 平滑曲面效果好，但对噪音敏感



投影法

■ 搜索对应点速度快



点集对应权重 (weighting)

$$E(R, t) = \arg \min_{R, t} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$

$$E(R, t) = \arg \min_{R, t} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} Weight_i \|x_i - Rp_i - t\|^2$$

■ 固定权重

$$Weight_i = 1$$

■ 距离权重

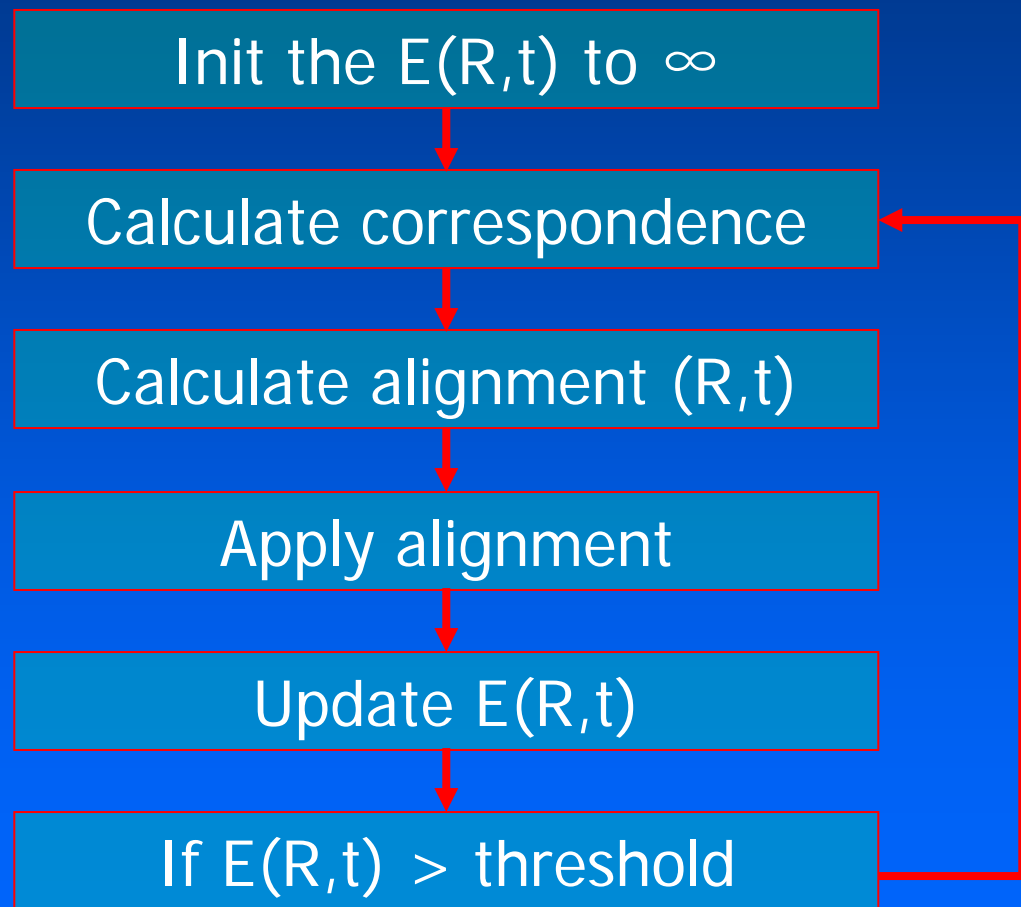
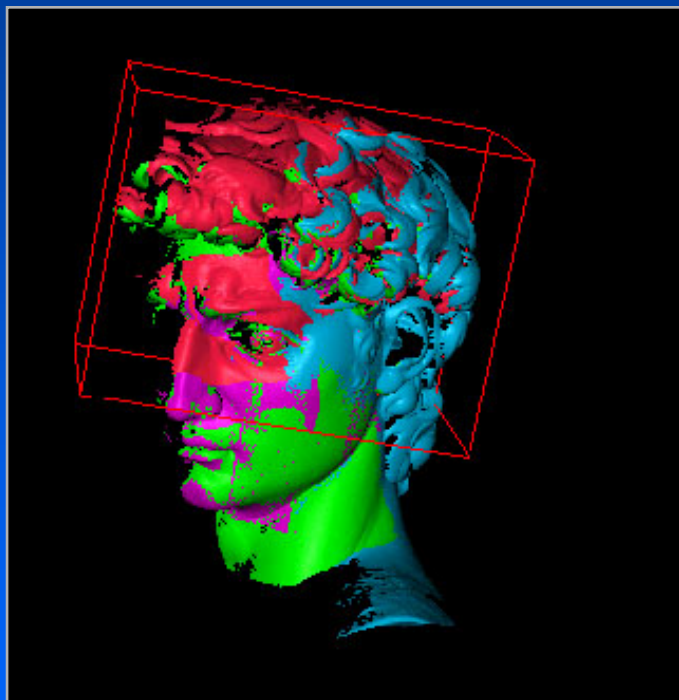
$$Weight_i = 1 - \frac{Dist(x_i, p_i)}{Dist_{\max}}$$

■ 法方向权重

$$Weight_i = n_{x_i} \cdot n_{p_i}$$



小结



参考文献

- P. J. Besl and N. D. McKay. A method for registration of 3-d shapes. IEEE Trans. Pat. Anal. and Mach. Intel. 14(2), pp 239-256, Feb 1992.

