

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias

Teoria de Codificación

Ejercicio 1 Considere que una fuente sin memoria emite los símbolos del alfabeto $S = \{a, b, c\}$. Se sabe que la distribución de probabilidad de los símbolos en la salida del canal es

$$P_Y = \{0.6, 0.3, 0.1\}.$$

Los símbolos entran a un canal ruidoso que puede cambiar unos símbolos en otros de acuerdo a la distribución de probabilidad que muestra la siguiente tabla de probabilidades condicionales p(x|y):

entra\sale		b	c
a	0.95	0.903	0.902
b	0.903	0.995	0.902
c	0.902	0.903 0.995 0.902	0.996

Denote por X y Y las variables aleatorias que modelan los símbolos que salen de la fuente y del canal respectivamente. Resuelva las siguientes preguntas:

- 1. A. Determine las entropías de la fuente y el canal.
- 2. B. Determine la entropía del sistema.
- 3. C. Determine e interprete las entropías condicionales H(X|Y) y H(Y|X).
- 4. D. Calcule la información común entre la entrada y la salida del sistema.
- 5. E. Determine cuánta información se perdió dentro del canal.
- 6. F. Determine la pérdida de información por símbolo.

Ejercicio 2

Considere una fuente \mathcal{F} con una distribución de probabilidad $\mathcal{P} = \{0,20,0,15,0,15,0,10,0,10,0,30\}$ construya un código con longitud promedio de palabra L, tal que

$$H(\mathcal{F}) \leq L \leq H(\mathcal{F}) + 1$$
.

Ejercicio 3

A . Demuestre que para tres variables aleatorias X, Y y Z que toman valores sobre conjuntos finitos siempre se tiene que

$$H(X, Y) + H(X, Z) + H(Y, Z) \ge 2H(X, Y, Z).$$

B . Demuestre que para cualquier tripla de variables aleatorias se cumple que

$$I(X; Y|Z) = H(X|Z) + H(Y|Z) - H(X, Y|Z).$$

C . Proponga una definición para la información común de tres variables I(X;Y;Z) y demuestre que

$$I(X;Y;Z) = I(X;Y) - I(X;Y|Z).$$

Ejercicio 4 Pruebe que para todo $n \ge 2$ se tiene que

$$H(X_1,\ldots,X_n) \leq \sum_{i=1}^n H(X_i|X_j,j \neq i).$$

Ejercicio 5

Suponga que una fuente genera la secuencia típica aabbcccaadeeeaabcaadcdabbededecacaeeddcccodcdeaabedbb. Determine un par de códigos Tunstall sobre alfabetos binarios y triarios, indique los diccionarios en cada caso. Cuál de los códigos trabajaría más eficiente?