

Вариант №9

1. Задание по варианту

ρ	c	α	β	γ	u_0	k_1	k_2	x_1	x_2
4	0.5	0.1	1	3	0.3	0.5	2.5	1/3	3/4

Тепловой поток слева

$$P_1 = \begin{cases} 10, & 0 \leq t < 0.5, \\ 0, & t \geq 0.5. \end{cases}$$

Температура на правом конце стержня $u = u_0$. Длина стержня $l = 1$. Шаг по времени $\tau = 0.01$, шаг по пространству $h = 0.1$.

2. Порядки схем

Будем рассматривать порядки сходимости схем на примере:

$$u(x, t) = \sin(\pi x) e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

Подставим (1) в уравнение теплопроводности и получим, что коэффициент $k = \frac{\lambda}{\pi^2}$.

Явная схема

Для устойчивости явной схемы необходимо выполнение соотношения:

$$\sigma \geq \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau k}. \quad (2)$$

Преобразовав (2) для примера (1) получим

$$\frac{\pi^2}{2} h^2 \geq \tau. \quad (3)$$

Таблица для момента времени $t = 3$:

n	Шаг сетки h_n	Норма ошибки $ y_k - u(t_k) $	Отношение ошибок z_n	Порядок сходимости p_n
1	$h=0.1, \tau=0.01$	0.00108951	-	-
2	$h/2, \tau=0.0025$	0.000381943		
3	$h/4$			
4	$h/8$			

3. Пример 3