

RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES EN \mathbb{R}^2

Está bien celebrar el éxito, pero es más importante prestar atención a las lecciones del fracaso.

BILL GATES

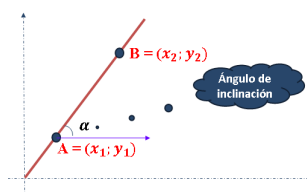


LOGRO DE LA SESIÓN:

“Al finalizar la unidad, el estudiante determina el paralelismo y ortogonalidad entre rectas, resuelve ejercicios aplicados a la ingeniería relativos a la intersección y ángulo entre rectas”

3.3. Ángulo de Inclinación y Pendiente de una Recta

Al trazar una recta horizontal a cualquier recta L ; se forma un ángulo " α "; el cual es llamado ángulo de inclinación o dirección de una recta. La tangente de dicho ángulo se conoce como la pendiente de la recta.



$$\tan(\alpha) = \text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo 22. Dada la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(7, -4)$. Determine su ángulo de inclinación y la pendiente.

Solución. :

La recta L_1 es paralela a la recta L_2 ($L_1 // L_2$) si y sólo si sus pendientes o vectores directores son iguales, es decir:

$$L_1 // L_2 \iff m_1 = m_2$$

$$L_1 // L_2 \iff \vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

Ejemplo 23. Encontrar el valor de k para que las rectas $L_1 : (3k + 1)x + 9y = 5$ y $L_2 : 4y - 6x = 0$ sean paralelas.

Solución. :

3.5. Rectas Perpendiculares

La recta L_1 es perpendicular a la recta L_2 ($L_1 \perp L_2$) si y sólo si el producto de sus pendientes es -1 o el producto de sus vectores directores es cero, es decir:

$$L_1 \perp L_2 \iff m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$L_1 \perp L_2 \iff \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$$

Ejemplo 24. Encontrar el valor de k para que las rectas $L_1 : 3kx + 9y = 5$ y $L_2 : 6x - 4y = 0$ sean perpendiculares.

Solución. :

3.6. Intersección entre Rectas

Si dos rectas no son paralelas, éstas se podrán cortar o intersecar en algún punto del plano cartesiano. Dicho punto se podrá hallar mediante la resolución de un sistema de ecuaciones, para lo cual debemos hallar las ecuaciones generales de ambas rectas

Ejemplo 25. : Determine el punto de intersección de las rectas $L_1 : 2x - 5y + 4 = 0$ y $L_2 : 4x - 3y + 1 = 0$

Solución. :

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA

Semana 4

Sesión 02

EJERCICIOS EXPLICATIVOS

1. Sea la recta L_1 perpendicular a la recta $L_2 : 5y + 3x = 2$; además que dichas rectas L_1 y L_2 se interceptan en un punto sobre el eje de las ordenadas. Hallar la ecuación de dicha recta
2. Si $L_1 : 2y + ax + 6 + b = 0$ pasa por el punto $(2, -5)$ y es paralela a la recta $L_2 : 3x + y - 8 = 0$. Hallar $a + b$.

Solución. :**Solución. :**

R: $25x - 15y + 6 = 0$

R: -2

3. Una recta de pendiente $-\frac{3}{2}$ pasa por los puntos $A(6; -2)$; $B(x; x + 2)$; $C(3x^2 - 4; y)$. Hallar el módulo del vector que va de B a C
4. Determinar la ecuación general de la recta perpendicular a $L : 2x + y - 7 = 0$ y que pasa por la intersección de las rectas $L_1 : x + y - 7 = 0$ y $L_2 : 2x - 3y + 1$.

Solución. :**Solución. :**

R: $\sqrt{117}$

R: $2y - x - 2 = 0$

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA PARA LA INGENIERÍA

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halla la ecuación general de la recta que pasa por el punto $A(1; 1)$ y es perpendicular a la recta. $2x + y - 3 = 0$

Solución. :

R: $x - 2y + 1 = 0$

3. ¿Qué valor debe tomar k para que la recta $r : \frac{x+1}{k} = \frac{y-2}{3}$ sea paralela a $s : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$

Solución. :

R: $\frac{-3}{5}$

2. Dadas las rectas: $L_1 : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$;
 $L_2 : \frac{x+5}{4} = \frac{2-y}{6}$; $L_3 : (x, y) = (-3, 3) + \alpha(1, 2)$
a) ¿Cuáles son paralelas?
b) ¿Cuáles son ortogonales?
c) ¿Si hay ortogonales, halle el punto de intersección?

Solución. :

R.:

4. Determinar todas las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $A(-3, 5)$ y es paralela a la recta $L_2 : 3x - 4y + 2 = 0$

Solución. :

R: $3x - 4y + 29 = 0$

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA PARA LA INGENIERÍA

TAREA DOMICILIARIA

- Hallar la ecuación general de la recta que contiene al punto $(-2, 7)$ y es perpendicular a la recta que tiene por ecuación: $5y - 2x + 1 = 0$
- Determina el valor de t para que las siguientes rectas sean perpendiculares $l_1 : 3x - 4y + 12 = 0$ y $l_2 : (t + 2)x + 8y - 15 = 0$
- Hallar la ecuación general de la recta que pasa por la intersección de las rectas $l_1 : 5x - 2y + 6 = 0$ y $l_2 : 2x + y + 6 = 0$ y que es perpendicular a la recta: $l_3 : \frac{2x-7}{-3} = \frac{y+8}{5}$
- Hallar la ecuación general de la recta que pasa por $A(-\frac{5}{6}, 4)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $P(3, 2)$ y $Q(-7; 5)$. Así también, determine su dirección
- Determine la ecuación general de la recta que pasa por $A(-7, 4)$ y por el punto de intersección de las rectas $l_1 : 3y + 2x - 1 = 0$ y $l_2 : 3x - 2y + 5 = 0$
- El dueño de una papelería le compra 100 libretas a un precio de S/12,50 cada una, pero si compra 120 el precio de cada libreta disminuye en S/0,50. Encuentre una ecuación que represente esta relación y determine el costo de cada libreta si se compran 160 libretas.
- Hallar la ecuación general de la recta que pasa por $P(-\frac{5}{6}, 4)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $A(3, 2)$ y $B(-7, 5)$.
- ¿Qué valor debe tomar k para que la recta $r : \frac{2x+1}{k} = \frac{3y-2}{3}$ sea perpendicular $s : \begin{cases} x = 3 - 12t \\ y = 2 + t \end{cases}$
- Determinar el valor de k para que la recta $(2k + 3)y + k^2x + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $7x - 4y - 31 = 0$.
- Dada la recta $L_1 : 3x + (m - 1)y = 7 - 2n$ pasa por el punto $(3, -1)$ y que es perpendicular a la recta $L_2 : 4y = x - 4$. Determine los valores de m y n .

Respuesta:

- 1: $L : 5x + 2y - 4 = 0$
- 2: $\frac{26}{3}$
- 3: $3x - 10y - 14 = 0$
- 4: $L : 6x + 20y - 75 = 0$ y $\theta = -16,7$
- 5: $x + 2y - 1 = 0$
- 6: $y = -0,025x + 15$; 11 soles
- 7: $60x - 18y + 125 = 0$
- 8: $1/6$
- 9: $\{\frac{6}{7}, -2\}$
- 10: $\{\frac{7}{4}, -\frac{5}{8}\}$