2017

Practica #1

"SIMULACION DE LA SERIE TRIGONOMETRICA DE FOURIER"

GRUPO 3CV5

Equipo:

- **Miranda Quintero Diego Armando**
- **Flores Aguilera Miguel Ángel**
- **Soriano Cerón Josué Samuel**

Índice

1. OBJETIVO

El alumno analizará, comprenderá y verificará la STF de funciones dadas, empleando circuitos electrónicos simulados con el programa MULTISIM.

2. ANTECEDENTES

En la actualidad la teoría de series de Fourier puede presentarse usando los conceptos y métodos del Análisis Funcional. Más concretamente, está íntimamente relacionada con la integral de Lebesgue, los espacios de Hilbert (extensión a dimensión infinita de la noción de espacio euclídeo) y los operadores compactos y auto adjuntos (extensión, a dimensión infinita, de los endomorfismos de IRn definidos por matrices simétricas). Ello permite, por una parte, comprender mejor los métodos de Fourier; por otra, se consigue, sin apenas esfuerzo, una gran generalidad.

Las series trigonométricas surgieron en la Maten ática en el siglo XVIII, en relación con el estudio de las pequeñas oscilaciones de medios elásticos, pero como veremos, su influencia fue decisiva en el desarrollo del Análisis a lo largo del siglo XIX. Es realmente sorprendente la omnipresencia del tema en multitud de situaciones, de tal modo que puede rastrearse su presencia como motivador de gran parte de los desarrollos más importantes acaecidos en este siglo, desde la evolución de la noción misma de función hasta el comienzo de la topología o los números transfinitos, pasando por el desarrollo de las distintas nociones de integración

3. DESARROLLO

La serie trigonométrica de Fourier de esta función

Observe la función f(t) mostrada en la figura 1. La serie trigonométrica de Fourier de esta función, está dada por la ecuación (1)

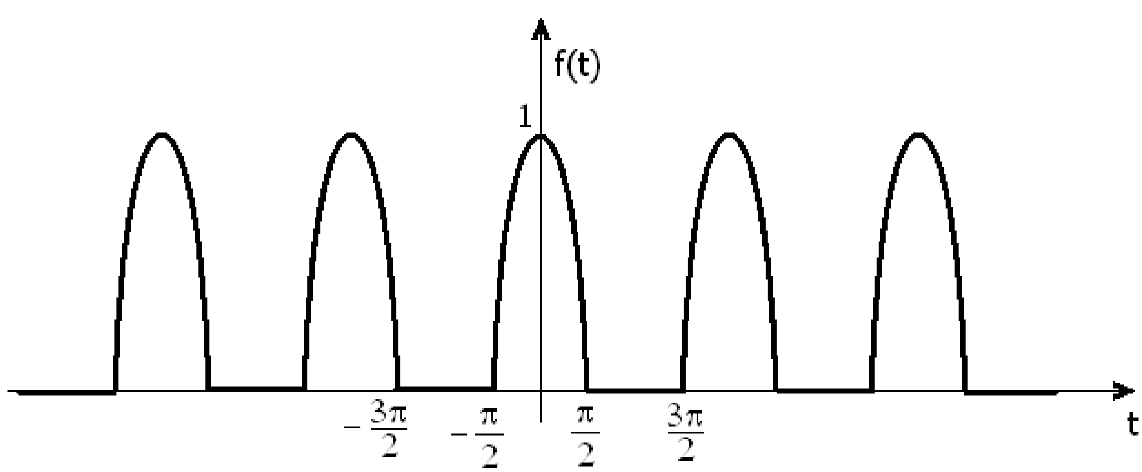


Figura 1

$$f(t)=\left(\frac{1}{\pi}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)\cos t+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2}{\pi\left(1-n^{2}\right)}\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\cdot\ \cos nt \qquad \textbf{...(1)}$$

La STF establece que, cualesquier función f(t) periódica está compuesta por un grupo infinito de sinusoides de frecuencia w0, 2w0, 3w0, …, nw0, …, etc.

Las sinusoides componentes de f(t), según la ecuación (1) son:

$$\frac{1}{\pi},\quad \left(\frac{1}{2}\right)\cos t,\quad \frac{2}{3\pi}\cos 2t,\quad -\frac{1}{15\pi}\cos 4t,\quad \frac{2}{35\pi}\cos 6t,\quad -\frac{2}{63}\cos 8t,\quad ....,$$

$$\frac{2}{\pi\left(1-n^{2}\right)}\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)\cdot\ \cos nt,....$$

En la figura 2 se muestra la generación de f(t) mediante algunos de estos componentes, usando un circuito electrónico. Estrictamente f(t) solo está aproximada, pues tendrían que sumarse un grupo infinito de términos en el sistema para representarla de manera exacta.

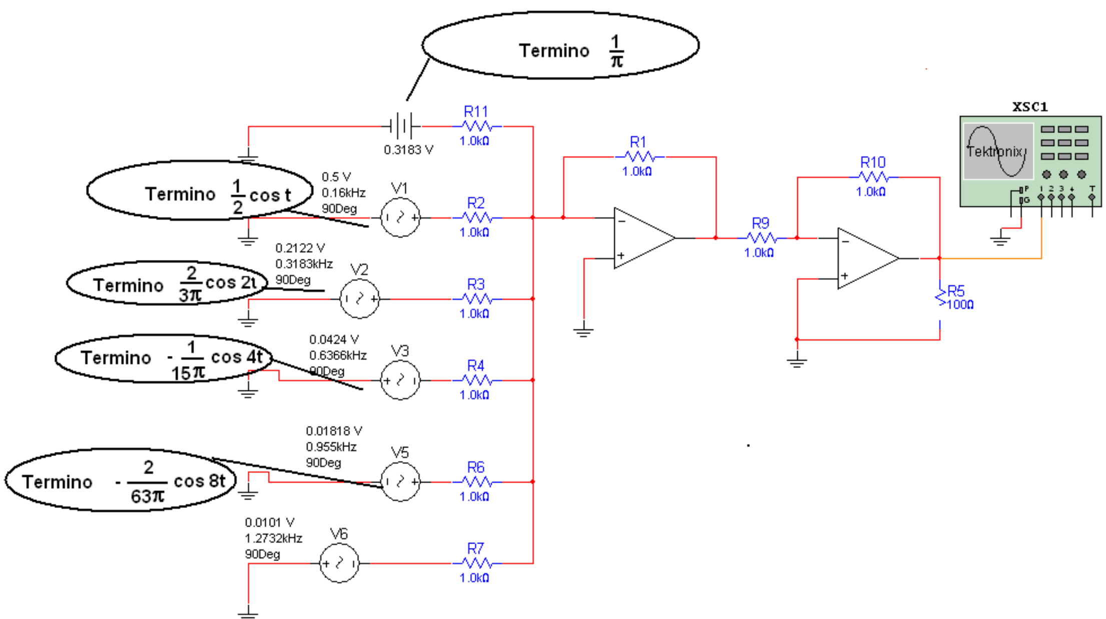


Figura 2. Configuración sumador-inversor-inversor con amplificadores operacionales

3.1 ACTIVIDAD 3.1

Usando el programa de simulación de circuitos, MULTISIM, construya virtualmente el circuito de la figura 2. Para ello siga las indicaciones siguientes:

1. Cada fuente de voltaje alterno (equivalente a un término en la sumatoria sinosoidal de Fourier), ajustar a una frecuencia en Hz, convirtiendo rad/seg a Hz, usando la formula siguiente:

$$\omega = 2\pi f$$

$$Así\ \ para\ el\ n-ésimo\ tér\min o \quad f_n :$$

$$fn = \frac{n\omega}{2\pi} \qquad con \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\omega = frecuencia\ en\ radianes\ por\ segundo$$

$$f = frecuencia\ en\ hertz$$

NOTA: Para facilitar la visualización desde el osciloscopio, se adecuó la frecuencia de cada término (fuente de voltaje alterno) en Hz a Khz. Véase figura 3

Tabla 1. Calculo de voltaje y frecuencia para cada fuente de voltaje

	Termino	Voltaje (V)	Frecuencia (Hz)
0	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{1}{\pi} = 0.3183$	----------
1	$\frac{1}{2}\cos t$	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1*1}{2\pi} = 0.1591 = 160$
2	$\frac{2}{3\pi}\cos 2t$	$\frac{2}{3\pi} = 0.2122$	$\frac{1*2}{2\pi} = 0.3183 = 318.3$
3	$-\frac{1}{15\pi}\cos 4t$	$-\frac{1}{15\pi} = -0.02122$	$\frac{1*4}{2\pi} = 0.6366 = 636.6$
4	$\frac{2}{35\pi}\cos 6t$	$\frac{2}{35\pi} = 0.1818$	$\frac{1*6}{2\pi} = 0.9549 = 955$
5	$-\frac{2}{63\pi}\cos 8t$	$-\frac{2}{63\pi} = 0.0101$	$\frac{1*8}{2\pi} = 1.2732 = 1273.2$

2. Ajuste en el recuadro de fase el valor de 90, (este significa una función seno defasada 90 grados, pues cada uno de los términos en la serie son señales coseno). Véase figura 3

3. Ajuste la amplitud pico de cada componente según corresponda. Véase figura 3

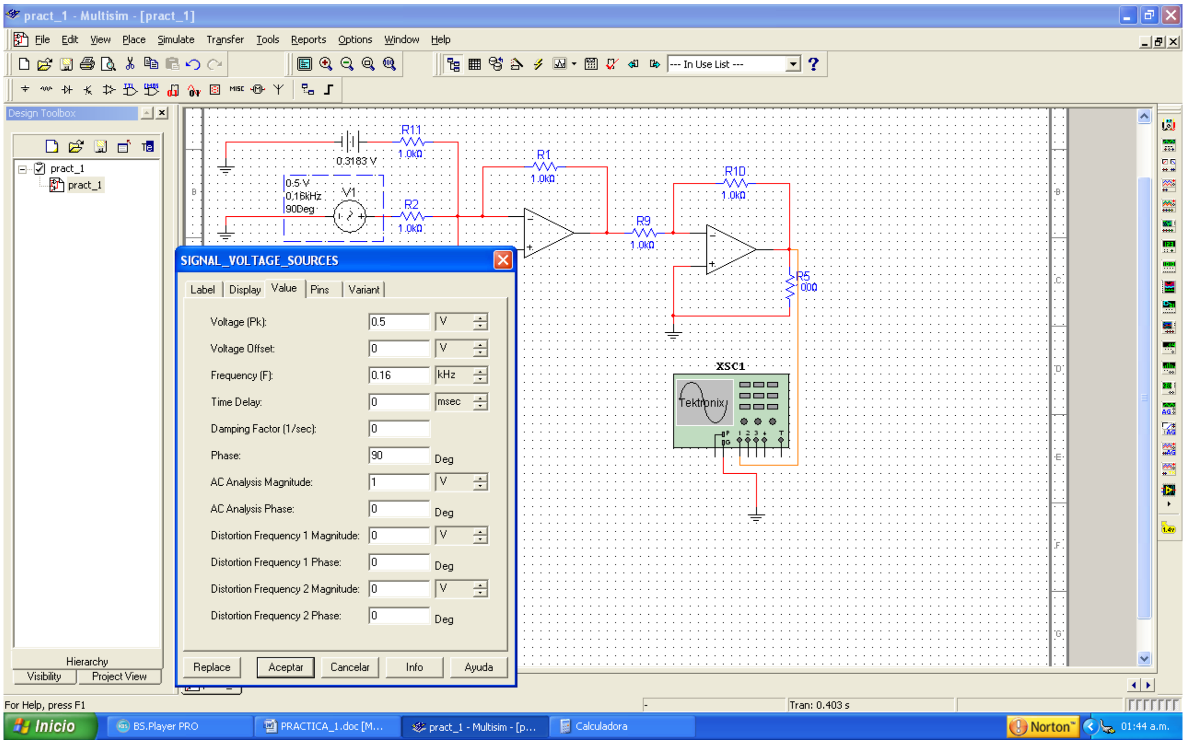


Figura 3

4. Conecte el osciloscopio tektronix a la salida del circuito y ajuste los controles hasta observar claramente la forma de la señal de voltaje de salida (puede usar el botón auto set ubicado en la carátula del osciloscopio). Veáse figura 4

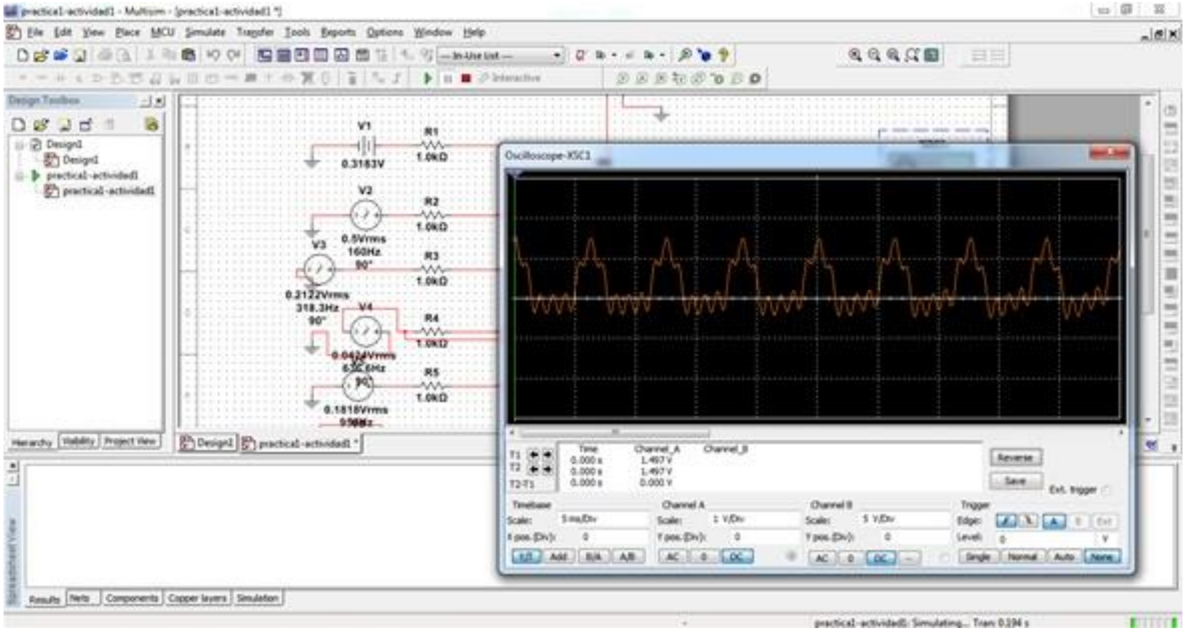


Figura 4

3.2 ACTIVIDAD 3.2

Compare la señal del osciloscopio con la señal de la figura 1 y escriba sus conclusiones.

R: Al conectar nuestras fuentes de voltaje alternas nos produce una señal variante que se asemeja a la principal (Figura 1). Así que notamos que al influir la frecuencia y los grados a los que ponemos nuestras fuentes, es lo que nos hace varear considerablemente nuestros resultados. Cabe resaltar que necesitamos agregar más términos al circuito para que se asemeje aún más a la función deseada.

3.3 ACTIVIDAD 3.3

Modifique el circuito de la figura 1, de tal manera que solo se sumen unos armónicos seleccionados. Por ejemplo las primeras 3 componentes (n=1,2,3)

Y posteriormente las 3 componentes de mayor frecuencia (por ejemplo n= 10,15,16).

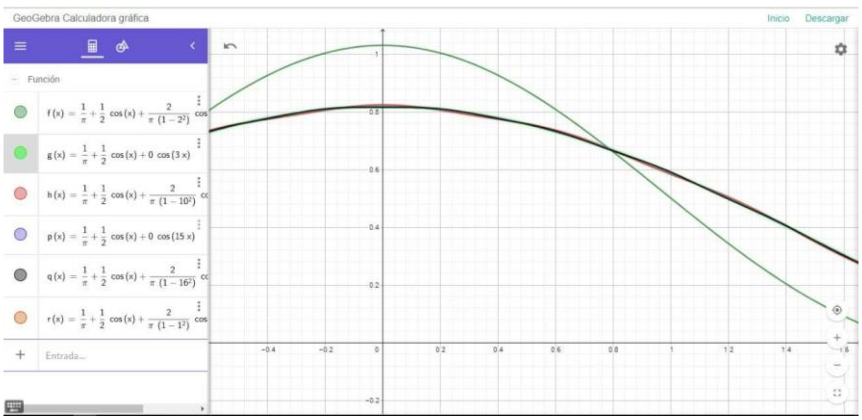


Figura 5

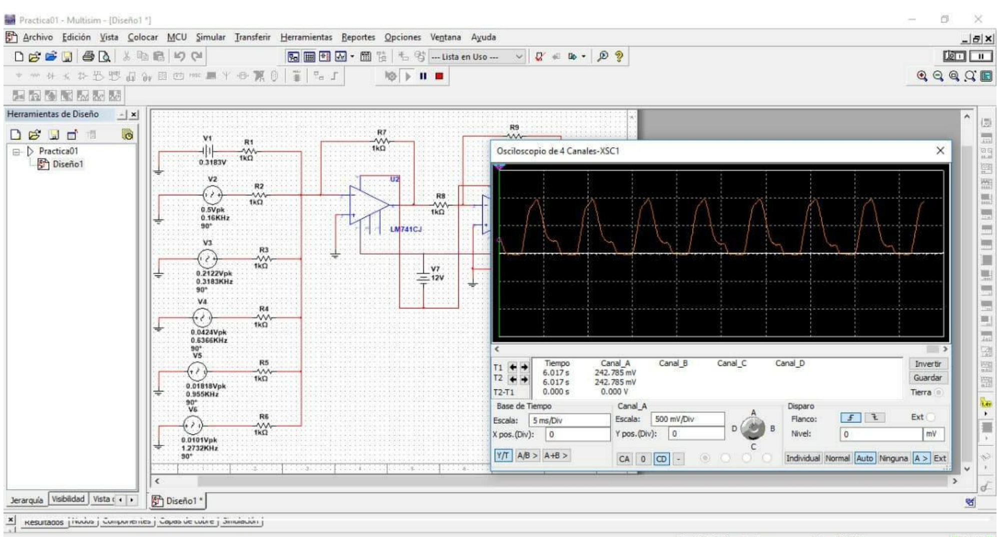


Figura 6

Compare ambos resultados,

¿A qué conclusiones llega?

R: Que al tomar ciertos términos en nuestra sumatoria, simplemente los datos principales que son $\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}\cos(x)$ Son los que se nos muestran en la gráfica de manera similar aunque se cambie el valor de n

¿Cuáles son las componentes que definen la forma de f(t)?

Los primeros componentes son los que definen la forma de la función f(t).

¿Cuáles componentes únicamente afinan a f(t)?

Los componentes con mayor frecuencia, es este caso los últimos 3 del circuito son los que afinan un poco la forma de la función f(t).

3.4 ACTIVIDAD 3.4

3.4.1 ACTIVIDAD 3.4.1

Encuentre la STF de la señal mostrada en la figura 7

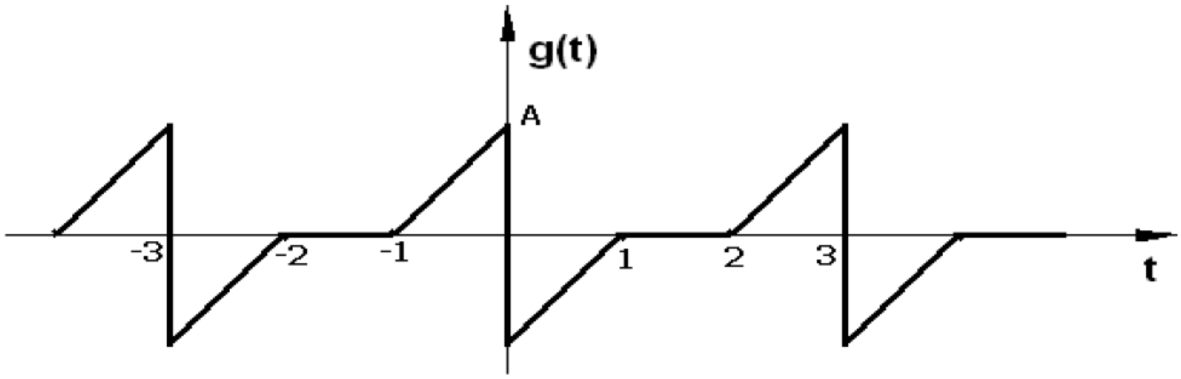


Figura 7

Practica 3.4.1

$$g(t) = \begin{cases} A(t+1) & -1 < t < 0 \\ A(t-1) & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{en otro Caso} \end{cases} \qquad T = 3 \qquad W_0 = \frac{2}{3}\pi$$

Como sabemos que $g(t)$ es impar

$$a_n = a_0 = 0$$

$$b_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(t)\,\text{Sen}\,W_0 t\,dt$$

$$b_n = \frac{4}{3}A\left[\int_0^1 (t-1)\,\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}t\,dt\right] \qquad \begin{array}{ll} u = t-1 & dv = \text{Sen}\,\frac{2\pi n}{3}\,dt \\ du = dt & v = \frac{-3}{2\pi n}\,\text{Cos}\left(\frac{2\pi n}{3}\right)t \end{array}$$

$$= \frac{4A}{3}\left[-\frac{(t-1)3}{2\pi n}\,\text{Cos}\,\frac{2\pi n}{3}t\,\Big|_0^1 + \frac{3}{2\pi n}\int_0^1 \text{Cos}\,\frac{2\pi n t}{3}\,dt\right]$$

$$= \frac{4A}{3}\left[-\frac{3t-3}{2\pi n}\,\text{Cos}\,\frac{2\pi n}{3}t\,\Big|_0^1 + \frac{9}{4\pi^2 n^2}\,\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}t\,\Big|_0^1\right]$$

$$= \frac{4A}{3}\left\{-\left[-\left(\frac{-3}{2\pi n}\right)\right] + \frac{9}{4\pi^2 n^2}\left[\text{Sen}\,\frac{2\pi n}{3}\right]\right\}$$

$$= \frac{4A}{\cancel{3}}\left[-\frac{\cancel{3}}{2\pi n} + \frac{9}{4\pi^2 n^2}\,\text{Sen}\left(\frac{2\pi n}{3}\right)\right]$$

$$= -\frac{2A}{\pi n} + \frac{3A}{\pi^2 n^2}\,\text{Sen}\left(\frac{2\pi n}{3}\right)$$

$$\therefore\ f(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[-\frac{2A}{n\pi} + \frac{3A}{\pi^2 n^2}\,\text{Sen}\left(\frac{2\pi n}{3}\right)\right]\text{Sen}\,\frac{2\pi n}{3}t$$

3.4.2 ACTIVIDAD 3.4.2

Encuentre la STF de la señal mostrada en la figura 7

$$g(t) = \sum_{n=1}^{100} \left(-\frac{2a}{n\boldsymbol{\pi}} + \frac{3a}{n^2\boldsymbol{\pi}^2} \sin\left(\frac{2}{3} n\boldsymbol{\pi}\right)\right) \sin(\frac{2}{3} \pi n\, t)$$

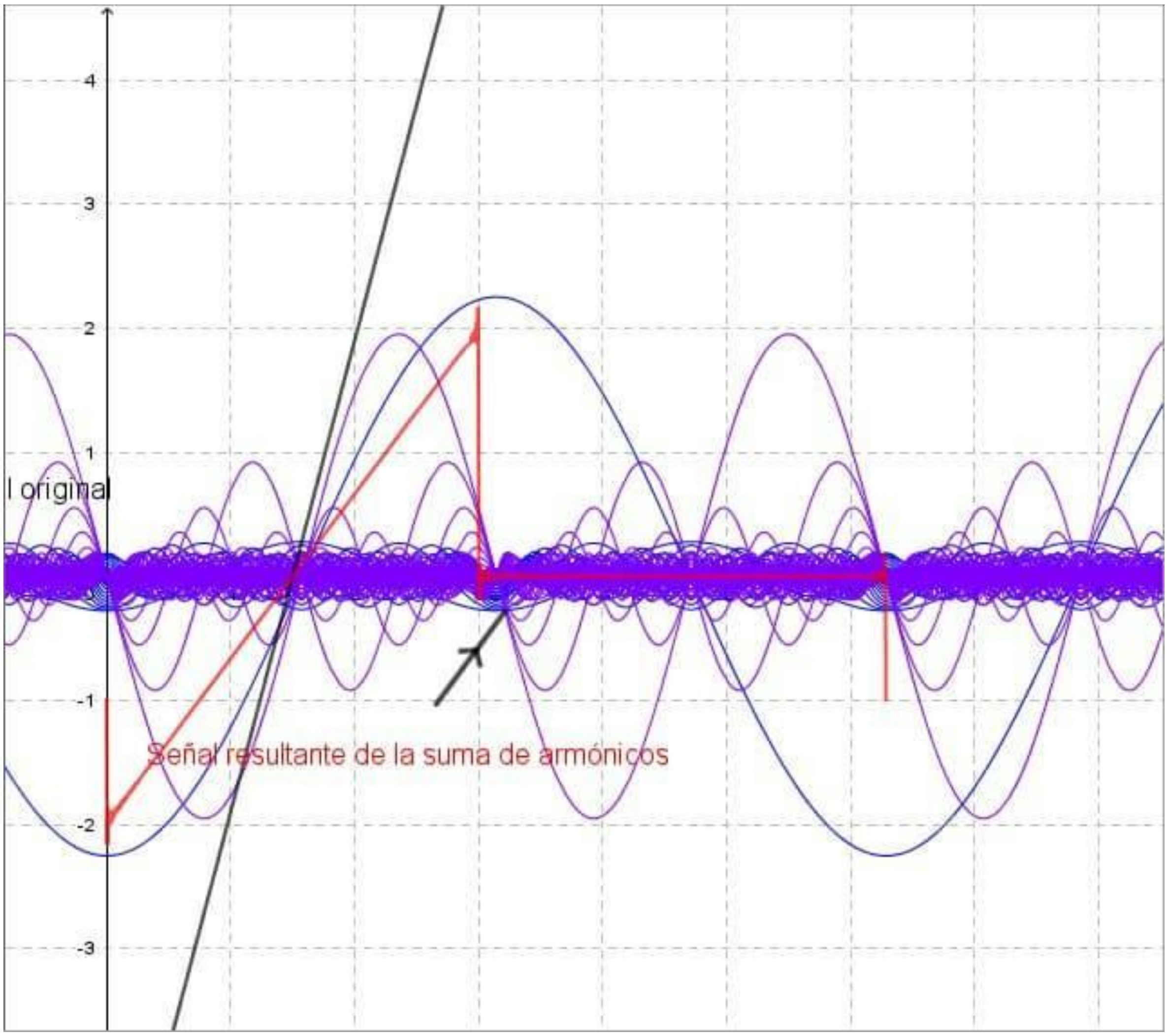


Figura 8

3.4.3 ACTIVIDAD 3.4.3

Repita los puntos 3.2 y 3.3 para esta forma de onda g(t).

Primero calculamos los componentes de g(t) para n=1,2,3,4,5,6

Dichos componentes son:

$$-0.37335\sin\frac{2}{3}\pi t, -0.3841\sin\frac{4}{3}\pi t, -0.2122\sin 2\pi t, -0.1427\sin\frac{8}{3}\pi t, -0.13785\sin\frac{10}{3}\pi t, -0.1061\sin 4\pi t$$

Para esto se propuso a A=1.

Los cálculos se anexan al final del documento en la hoja 2.

En la siguiente tabla (Tabla 2) se muestran los voltajes y frecuencias a las que ajustamos cada fuente de voltaje alterna

Tabla 2. Calculo de voltaje y frecuencia para cada fuente de voltaje para g(t)

	Termino	Voltaje (V)	Frecuencia (Hz)
1	$-0.37335\sin\frac{2}{3}\pi t$	-0.37335	$\frac{\frac{2}{3}\pi}{2\pi} = 0.33333 = 333.3$
2	$-0.3841\sin\frac{4}{3}\pi t$	-0.3841	$\frac{\frac{4}{3}\pi}{2\pi} = 0.66666 = 666.6$
3	$-0.2122\sin 2\pi t$	$-0.2122\sin 2\pi t$	$\frac{2\pi}{2\pi} = 1 = 1000$
4	$-0.1427\sin\frac{8}{3}\pi t$	-0.1427	$\frac{\frac{8}{3}\pi}{2\pi} = 1.33333 = 1333.3$
5	$-0.13785\sin\frac{10}{3}\pi t$	-0.13785	$\frac{\frac{10}{3}\pi}{2\pi} = 1.6666 = 1666.6$
6	$-0.1061\sin 4\pi t$	-0.1061	$\frac{4\pi}{2\pi} = 2 = 2000$

A continuación mostramos la simulación del circuito y la señal generada.

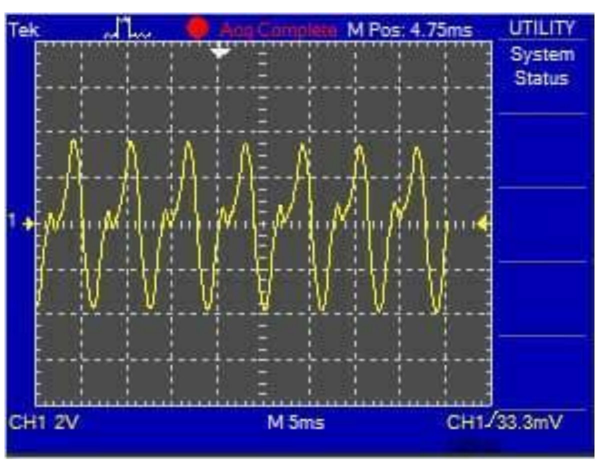
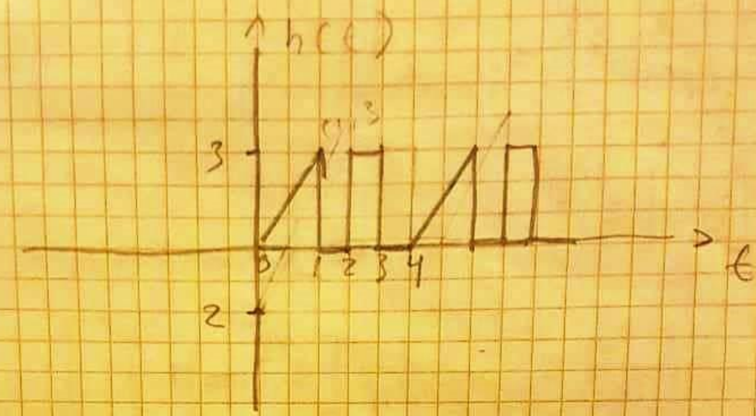


Figura 9

3.5 ACTIVIDAD 3.5

Usando su creatividad, invente una forma de onda peculiar h(t), desarrolle su serie exponencial de Fourier. A partir de ella encuentre la serie trigonométrica, grafíquela y repita las actividades 3.1 y 3.2



Definiendo Funciones:

$T = 4$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{4}$

$\omega_0 = \frac{\pi}{2}$

$$h(t) \begin{cases} 3t & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 2 \\ 3 & 2 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 4 \end{cases}$$

Desarrollando serie exponencial:

$$C_n = \frac{1}{4}\int_0^1 3t\, e^{in\omega_0 t}\, dt + \frac{1}{4}\int_2^3 3\, e^{in\omega_0 t}\, dt$$

$$C_n = \frac{3}{4}\int_0^1 t\, e^{in\frac{\pi}{2}t}\, dt + \frac{3}{4}\int_2^3 e^{in\frac{\pi}{2}t}\, dt$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2t}{in\pi} e^{\frac{in\pi}{2}t}\Big|_0^1 - \frac{2}{in\pi}\int_0^1 e^{\frac{in\pi}{2}t}\, dt\right] + \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\left[e^{\frac{in\pi}{2}t}\Big|_2^3\right]\right]$$

$$- \frac{4e^{\frac{in\pi}{2}}}{i^2n^2\pi^2} = \frac{i^2n^2\pi^2 e^{\frac{in\pi}{2}} - in\pi\, 4 e^{\frac{in\pi}{2}}}{i^3n^3\pi^3} = \frac{in\pi e^{\frac{in\pi}{2}} - 4e^{\frac{in\pi}{2}}}{i^2n^2\pi^2}$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi} e^{\frac{in\pi}{2}} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\left[e^{\frac{in\pi t}{2}} \Big|_0^1 \right]\right]$$

$$+ \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\left[e^{\frac{3in\pi}{2}} - e^{in\pi}\right]\right]$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi} e^{\frac{in\pi}{2}} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\left[e^{\frac{in\pi}{2}} - 1\right]\right]$$

$$+ \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi} e^{\frac{3in\pi}{2}} - \frac{2}{in\pi} e^{in\pi}\right]$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi} e^{\frac{in\pi}{2}} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2} e^{\frac{in\pi}{2}} + \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right]$$

$$+ \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi} e^{\frac{3in\pi}{2}} - \frac{2}{in\pi} e^{in\pi}\right]$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\left(\cos\frac{n\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\left(\cos\frac{n\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right]$$

$$+ \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\left(\cos\frac{3n\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{3n\pi}{2}\right) - \frac{2}{in\pi}\left(\overset{(-1)^n}{\cancel{\cos n\pi}} + i\,\overset{0}{\cancel{\text{sen}\, n\pi}}\right)\right]$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \cancel{i}\frac{2}{\cancel{i}n\pi}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} - \cancel{i}\frac{4}{i^{\cancel{2}}n^2\pi^2}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right]$$

$$+ \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \cancel{i}\frac{2}{\cancel{i}n\pi}\,\text{sen}\,\frac{3n\pi}{2} - \frac{2}{in\pi}(-1)^n\right]$$

$$\frac{2in\pi - 4}{i^2 n^2 \pi^2} = -\frac{2in\pi}{n^2\pi^2} + \frac{4}{n^2\pi^2}$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{2}{n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{in^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right]$$

$$+\frac{3}{4}\left[\frac{2}{in\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{2}{n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} - \frac{2}{in\pi}(-1)^n\right]$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\left(\frac{2}{in\pi} - \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right)\cos\frac{n\pi}{2} + \left(\frac{2}{n\pi} - \frac{4}{in^2\pi^2}\right)\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{i^2n^2\pi^2}\right]$$

$$+\frac{3}{2in\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} - \frac{3}{2in\pi}(-1)^n$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[\frac{-2in\pi+4}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{2in\pi-4}{in^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n^2\pi^2}\right]$$

$$+\frac{3}{2in\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} - \frac{3}{2in\pi}(-1)^n$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[-i\frac{\cancel{2n\pi}}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{+2n\pi+4i}{+n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n^2\pi^2}\right]$$

$$-i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} + i\frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

$$C_n = \frac{3}{4}\left[-i\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{\cancel{2n\pi}}{\cancel{n^2}\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + i\frac{4}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n^2\pi^2}\right]$$

$$-i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} + i\frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

2

$$C_n = \frac{3}{4}\left[-i\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{4}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{2}{n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + i\frac{4}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{4}{n^2\pi^2}\right]$$

$$-i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} + i\frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

$$C_n = -i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + i\frac{3}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{n^2\pi^2}$$

$$-i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2} + i\frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

$$C_n = \frac{3}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{n^2\pi^2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2}$$

$$-i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + i\frac{3}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - i\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + i\frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

Finalmente:

$$C_n = \frac{3}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{n^2\pi^2} + \frac{3}{2n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2}$$

$$+i\left(-\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}(-1)^n\right)$$

Determinando C_0:

$$C_0 = \frac{1}{4}\int_0^1 3t\,dt + \frac{1}{4}\int_2^3 3\,dt$$

$$C_0 = \frac{3}{4}\int_0^1 t\,dt + \frac{3}{4}\int_2^3 dt = \frac{3}{4}\left[\frac{t^2}{2}\Big|_0^1\right] + \frac{3}{4}\left[t\Big|_2^3\right]$$

$$C_0 = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3+9-6}{4} \rightarrow C_0 = \frac{6}{4} \quad C_0 = \frac{3}{2}$$

Transformando exponencial a trigonométrica

$$Re\{C_n\} = \frac{3}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{n^2\pi^2} + \frac{3}{2n\pi}\,\text{sen}\,\frac{3n\pi}{2}$$

$$Im\{C_n\} = -\frac{3}{2n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n^2\pi^2}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} - \frac{3}{2n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} + \frac{3}{2n\pi}(-1)^n$$

Se tiene que:

$$a_n = 2\,Re\{C_n\}, \quad b_n = -2\,Im\{C_n\} \quad \& \quad a_0 = C_0$$

Entonces la serie trigonométrica queda como:

$$a_n = \frac{6}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n\pi}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} - \frac{6}{n^2\pi^2} + \frac{3}{n\pi}\,\text{sen}\,\frac{3n\pi}{2}$$

$$b_n = \frac{3}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} - \frac{6}{n^2\pi^2}\,\text{sen}\,\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} - \frac{3}{n\pi}(-1)^n$$

$$a_0 = \frac{3}{2}$$

La serie exponencial queda como:

$$h(t) = \frac{3}{2} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty}\left[\frac{3}{2in\pi}e^{\frac{in\pi}{2}} + \frac{3}{n^2\pi^2}e^{\frac{in\pi}{2}} - \frac{3}{n^2\pi^2} + \frac{3}{2in\pi}e^{\frac{3in\pi}{2}} - \frac{3}{2in\pi}e^{in\pi}\right]e^{in\frac{\pi}{2}t}$$

3

La serie trigonométrica queda como:

$$h(t) = \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{6}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n\pi}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} - \frac{6}{n^2\pi^2} + \frac{3}{n\pi}\operatorname{sen}\frac{3n\pi}{2}\right]\cos n\frac{\pi}{2}t$$

$$+\left[\frac{3}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{2} - \frac{6}{n^2\pi^2}\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2} + \frac{3}{n\pi}\cos\frac{3n\pi}{2} - \frac{3}{n\pi}(-1)^n\right]\operatorname{sen} n\frac{\pi}{2}t$$

3.6 ACTIVIDAD 3.6 Pregunta

Si quisiera usar el concepto de Serie trigonométrica de Fourier para generar señales periódicas cuadradas, triangulares, dientes de sierra y de otro tipo, usando n fuentes de voltaje alterno. ¿Qué parámetro tendría que modificar en la serie trigonométrica de cada una de estas funciones para hacer ajustable el periodo de éstas?

R*: Tendría que ajustarse la variable n, ya que con esta se puede decidir cuantas veces se repetirá, es decir, si ponemos 5 fuentes de voltaje, entonces los n correspondientes deben ir del 0 al 4, sin embargo si quisiéramos hacer un periodo de 2 en 2, entonces en la primera fuente va el término 0, en la segunda fuente va el término 2 y así sucesivamente.*

4. CONCLUSIONES

Esta práctica me pareció muy interesante porque me adentro al mundo de las señales y como simularlas, también me pude dar una idea de que manera está relacionado con el mundo de la electrónica, pero a mi parecer la parte más interesante fue ver como los voltajes ayudan a generar la serie de Fourier periódica, sin duda se me hizo una práctica muy interesante para este curso de Señales.

- Soriano Cerón Josué Samuel

La simulación de la Serie Trigonométrica de Fourier mediante circuitos electrónicos es una buena manera de visualizar el como una función f(t) dada se vuelve periódica en un determinado intervalo de tiempo, es otra alternativa para graficar dichas S.T.F, Además estuvimos observando por medio de esta práctica que tan útil puede llegar a ser el cálculo de una serie trigonométrica de Fourier aplicada en circuitos, teniendo en cuenta ciertos datos físicos podemos generar lo que ya aplicamos anteriormente teórico de manera que poco a poco veamos sus aplicaciones en la vida real o como realmente se ve la señal utilizando las fuentes de voltaje y por medio de experimentación y prueba se pueden realizar estas señales más fáciles por medio de parámetros a modificar.

- Miranda Quintero Diego Armando

En esta práctica se pudo observar de manera más gráfica e interactiva la representación de la serie trigonométrica de Fourier y como intervienen sus diferentes componentes para su salida de señal, Además, comprendimos que los primeros términos de la serie son los que definen la forma de la señal y los siguientes son los que se encargan de afinan dicha señal

- Flores Aguilera Miguel Ángel

5. Referencias

[1]. Una perspectiva histórica de las series de Fourier, Antonio Cañada Villar, Universidad de Granada, Departamento de Análisis Matemático, Fecha: 26/08/2008 documentos PDF, [Online] https://www.ugr.es/~dpto_am /Apuntes/Historia_series_Fourier_Canada.pdf

[2]. Una perspectiva histórica de las series de Fourier: de las ecuaciones de ondas y del calor a los operadores compactos y autoadjuntos, A. Cañada, Granada Espáña, 08/21/2009 documentos PDF [online]https://www.ugr.es/~dpto_am/docencia/Apuntes/Historia_series_Fourier_Canada.pdf

[3]. Hsu, H.P.(1998). Análisis de Fourier(1ª. Ed).México: Prentice-Hall.ISBN-13:9684443560

[4]. Proakis, J. G., Manolakis, D. (2006). Procesamiento Digital de señales (4ª Edición.) USA:Ed. Prentice Hall.ISBN: 0-13-198842-5.