A drawing of a building

AI-generated content may be incorrect.

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
 НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ   
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”**

**Навчально-науковий інститут прикладного системного аналізу  
Кафедра системного проектування**

**Звіт**

**про виконання лабораторної роботи №4  
з дисципліни “Теорія прийняття рішень”**

Виконав:  
студент IV курсу, групи ДА-21  
Терещенко Олексій Ігорович

Прийняв:

асистент Шаптала Р. В.

Київ - 2025

**Мета роботи:** Ознайомитись з методами прийняття рішень за допомогою методів голосування [11].

**Опис прикладної області та постановка задачі**

Згідно з індивідуальним завданням (варіант 19) розглядається множина кандидатів  
та профіль переваг виборців у вигляді таблиці:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Кількість виборців** | **3** | **4** | **4** |
| 1-ша позиція | c | b | a |
| 2-га позиція | d | a | b |
| 3-тя позиція | a | d | c |
| 4-та позиція | b | c | d |

Це означає:

* 3 виборці мають порядок уподобань: ;
* 4 виборці: ;
* 4 виборці: .

Загальна кількість виборців: .

Для цього профілю необхідно побудувати колективне ранжування за трьома методами голосування:

* правилом Борда;
* правилом Копленда;
* правилом паралельного виключення (турнір типу Кондорсе).

**1. Профіль переваг**

Нехай - множина виборців, - множина кандидатів (альтернатив).  
Кожен виборець задає індивідуальну перевагу на у вигляді строгої лінійної впорядкованості  
(ранжування) , тобто повного, транзитивного, асиметричного бінарного відношення.

Профіль - це набір усіх індивідуальних впорядкувань:

У нашому випадку профіль задано компактно у вигляді блоків  
(кількість виборців, які мають один і той самий порядок кандидатів).

**2. Правило Борда**

Нехай - кількість кандидатів. Для кожного ранжування виборця:

* за 1-ше місце кандидат отримує балів;
* за 2-ге місце - бали;
* …
* за останнє місце - 0 балів.

Сумарний бал кандидата дорівнює сумі балів від усіх виборців.  
Переможець за Борда - кандидат з максимальною сумою балів,  
колективне ранжування будується за спаданням цих сум.

**3. Попарні порівняння та правило більшості**

Для двох кандидатів та позначимо через кількість виборців,  
для яких стоїть вище за у їхньому ранжуванні.

* Якщо , кажемо, що a перемагає b за правилом більшості.
* Якщо , маємо нічию.

На основі величин будуються багато “кондорсе-подібних” правил.

**4. Правило Копленда**

Для кожної упорядкованої пари різних кандидатів :

* якщо , кандидат отримує +1 до своєї оцінки Копленда,  
  кандидат - −1;
* якщо , навпаки: отримує +1, а - −1;
* при рівності голосів обидва отримують 0.

Оцінка Копленда кандидата - це:

Переможець за Коплендом - кандидат з найвищою оцінкою .

**5. Правило паралельного виключення**

Нехай задана фіксована послідовність кандидатів, наприклад *(a, b, c, d)*.

Алгоритм:

1. Півфінали: попарно порівнюються
   1. та ,
   2. та ; у кожній парі за правилом більшості визначається переможець.
2. Фінал: переможці двох півфіналів знову порівнюються за правилом більшості.
3. Переможець фіналу оголошується переможцем за правилом паралельного виключення (турнір “на виліт”).

Це правило належить до методів типу Кондорсе: якщо переможець Кондорсе існує і немає нічиїх у попарних порівняннях, турнір зазвичай “виводить” саме його.

**1. Вихідні дані:**

A black screen with white text

AI-generated content may be incorrect.

**2. Метод Борда**

Для бали за місця:

* 1-ше місце - 3 бали;
* 2-ге місце - 2 бали;
* 3-тє місце - 1 бал;
* 4-те місце - 0 балів.

По кожному блоку:

1. Блок 1: 3 виборці, порядок

* : балів;
* : балів;
* : бали;
* : балів.

1. Блок 2: 4 виборці, порядок

* : ;
* : ;
* : ;
* : .

1. Блок 3: 4 виборці, порядок

* : ;
* : ;
* : ;
* : .

Підсумуємо бали для кожного кандидата:

* ;
* ;
* ;
* .

Отже, колективне ранжування за Борда:

A screenshot of a computer

AI-generated content may be incorrect.

а переможець за методом Борда - кандидат a.

3. Попарні порівняння

Обчислимо - кількість виборців, для яких кандидат розташований вище за .

Для зручності розглядаємо всі пари:

* Пара (a, b)
  + у блоці : 3 виборці, вище за ;
  + у блоці : 4 виборці, вище за ;
  + у блоці : 4 виборці, вище за .

Отже:

Більшість підтримує над .

* Пара (a, c)
  + блок 1: вище за → 3 голоси за ;
  + блок 2: → вище за (4 виборці);
  + блок 3: → вище за (4 виборці).
* Пара (a, d)
  + блок 1: → вище за (3);
  + блок 2: → вище за (4);
  + блок 3: → вище за (4).
* Пара (b, c)
  + блок 1: : вище за (3);
  + блок 2: : вище за (4);
  + блок 3: : вище за (4).
* Пара (b, d)
  + блок 1: : вище за (3);
  + блок 2: : вище за (4);
  + блок 3: : вище за (4).
* Пара (c, d)
  + блок 1: : вище за (3);
  + блок 2: : вище за (4);
  + блок 3: : вище за (4).

A black background with white text

AI-generated content may be incorrect.

Підсумок попарних перемог:

* перемагає ;
* перемагає , програє ;
* перемагає лише ;
* програє всім.

**4. Метод Копленда**

За кожну попарну перемогу - +1, за поразку - −1.

* **Кандидат a**: перемоги над → 3 перемоги, 0 поразок:
* **Кандидат b**: перемоги над , поразка від → 2 перемоги, 1 поразка:
* **Кандидат c**: перемога над , поразки від → 1 перемога, 2 поразки:
* **Кандидат d**: три поразки, перемог немає:

Колективне ранжування за Коплендом:

A screenshot of a computer program

AI-generated content may be incorrect.

Переможець за Коплендом - кандидат a.

**5. Правило паралельного виключення**

Для фіксованого порядку кандидатів *(a, b, c, d)*.

1. Півфінали:
   * Пара
   * Пара :
2. Переможці півфіналів: та .
3. Фінал:
   * Пара :

A screenshot of a computer

AI-generated content may be incorrect.

Отже, за правилом паралельного виключення (для послідовності )  
переможець - кандидат a.

Запуск програми для профілю варіанту 19 дав такі результати:

* **Метод Борда**
  + суми балів:
  + колективне ранжування:
  + переможець: a.
* **Метод Копленда**
  + оцінки:
  + колективне ранжування:
  + переможець: a.
* **Правило паралельного виключення** (для порядку )
  + півфінал 1: у парі перемагає ;
  + півфінал 2: у парі перемагає ;
  + фінал: у парі перемагає ;
  + переможець: a.

Обчислені програмою результати повністю збігаються з аналітичними розрахунками, наведеними вище.

**ВИСНОВКИ**

У ході лабораторної роботи було розглянуто задачу колективного прийняття рішень на основі результатів голосування для профілю з чотирма кандидатами та трьома групами виборців. Для варіанта 19 були застосовані три методи голосування: правило Борда, правило Копленда та правило паралельного виключення.

На основі аналітичних розрахунків та програмної реалізації встановлено, що:

* за всіма трьома методами (Борда, Копленда, паралельного виключення) колективне ранжування збігається: а переможцем є кандидат a;
* метод Борда враховує “глибину” переваг (позицію кожного кандидата у ранжуванні), є чутливим до місця в списку, але не ґарантує виконання критеріїв Кондорсе;
* метод Копленда ґрунтується на попарних порівняннях і прагне максимуму кількості перемог над іншими кандидатами; він завжди визначає хоча б одного переможця, але може давати нічиї;
* правило паралельного виключення інтерпретується як турнір типу Кондорсе (півфінали + фінал); його результат залежить від заданої послідовності кандидатів, проте у випадку наявності чіткого “сильного” кандидата (як у нашому профілі) воно теж “виводить” саме його.

Таким чином, для розглянутого профілю, незалежно від вибору методу, суспільним переможцем стає кандидат. Це демонструє ситуацію, коли різні моделі колективного вибору не суперечать одна одній, а підсилюють висновок про “найкращу” альтернативу за даним профілем.