

Relazione sul pendolo quadrifilare

Francesco Sermi

9 aprile 2024

Indice

1	Scopo	3
2	Cenni teorici	3
3	Strumenti e materiali	4
4	Descrizione delle misure	4

1 Scopo

Stabilire la dipendenza che sussiste fra il periodo dell'oscillazione e la sua ampiezza

2 Cenni teorici

Il pendolo fisico (o il pendolo semplice, che può essere visto come caso particolare del pendolo fisico) può essere schematizzato nella seguente maniera: Abbiamo la forza peso che induce un momento torcente rispetto al perno

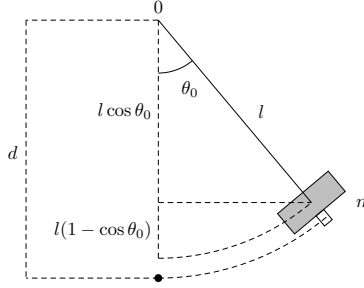


FIGURA 1: Pendolo fisico con corpo qualunque.

O e la reazione vincolare R che agiscono sulla massa m , da cui si ricava utilizzando la II^a cardinale:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\ddot{\theta} = -mgl \sin \theta \quad (1)$$

da cui, utilizzando l'ipotesi delle piccole oscillazioni e considerando l'espansione in serie di Taylor della funzione $\sin(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$, possiamo ricondurlo all'equazione di un oscillatore armonico:

$$I\ddot{\theta} = -mgl\theta \implies \ddot{\theta} = -\frac{mgl}{I}\theta$$

Da cui si ricava che, ponendo $-\omega^2 = -\frac{mgl}{I}$, che il periodo di oscillazione è pari a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

da cui si vede che il periodo di oscillazione non dipende, nell'ipotesi delle piccole oscillazioni, dall'angolo di oscillazione iniziale θ_0 .

Se non ipotizziamo le piccole oscillazioni, si può dimostrare che

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{16}\theta_0^2 + \frac{11}{3072}\theta_0^4 + \dots \right)$$

dove $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$. Ragionando in termini energetici, si osserva che l'energia meccanica si conserva nel moto (supponendo che non ci siano attriti) del pendolo e si ha che

$$E_0 = mgl(1 - \cos \theta)$$

$$\implies \theta_0 = \arccos \left(1 - \frac{v_0^2}{2gL} \right)$$

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

3 Strumenti e materiali

Materiali:

- Pendolo quadrifilare;

Strumenti:

- Computer con programma di acquisizione;
- Metro a nastro, con sensibilità pari a $\pm 0.001\text{m}$
- Calibro ventesimale, con sensibilità pari a $\pm 0.005\text{cm}$

4 Descrizione delle misure

Per effettuare questo esperimento era necessario misurare la velocità del pendolo quando incontrava la verticale, ovvero quando $\theta = 0$. Il programma di acquisizione utilizza poi la formula

$$L = (1.15 \pm 0.01) \text{ m} \qquad d = (1.18 \pm 0.01) \text{ m} \quad w = (2.05 \pm 0.05) \text{ cm}$$