Pendolo fisico

Giosué Aiello, Domenico Fenili, Francesco Sermi

14 Novembre 2023

Indice

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo di questa esperienza è quello di misurare il periodo di un pendolo fisico in funzione della distanza del perno di rotazione dal centro di massa.

2 Cenni teorici

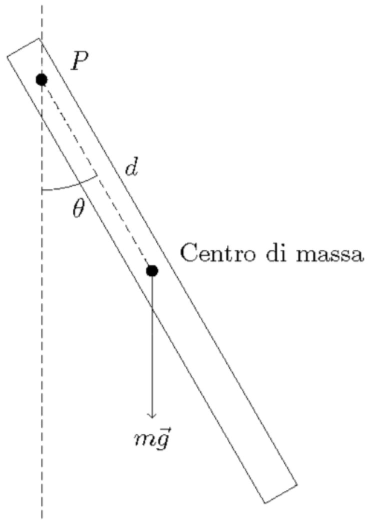

Figura 1: Immagine schema del nostro apparato sperimentale

Un oggetto fissato ad un punto di sospensione P (che dista d dal centro di massa) e soggetto alla gravità costituisce un pendolo fisico. Se questo corpo viene spostato di un angolo θ dalla sua posizione di equilibrio, il momento torcente della forza di gravità (rispetto al punto di sospensione P) vale:

$$\tau = -mgd \sin\theta$$

che, per $\theta << 10° - 15°$ possiamo esprimere $sin(\theta)$ utilizzando la formula di espansione in serie di Taylor al primo ordine:

$$\sin\theta \approx \theta + o(\theta^3)$$

Pertanto possiamo riscrivere il momento torcente della forza di gravità come:

$$\tau = -mgd\theta$$

E per la seconda equazione cardinale si ha che:

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

e sapendo che il momento angolare di un pendolo fisico risulta essere pari a $L = I\omega$ e $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ si ha che:

$$\tau = \frac{dL}{dt} = I\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

ne segue immediatamente che:

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgd\theta \implies \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0$$

Siamo dinanzi ad un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti omogenea e in questo caso è l'equazione differenziale di un moto armonico. Ponendo $-\omega_0^2 = -\frac{mgd}{I}$:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \implies T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Utilizzando il teorema degli assi paralleli, possiamo concludere che il momento di inerzia dell'oggetto fisico risulta essere:

$$I = I_{cm} + md^2 = \frac{ml^2}{12} + md^2$$

Possiamo quindi riscrivere la formula nella seguente maniera:

$$T(d) = \sqrt{\frac{m(l^2 + d^2)}{mgd}} = \sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + d^2}{gd}}$$