Relazione misura di g

Francesco Sermi

6 giugno 2024

1 Scopo dell'esperienza

Misura dell'accelerazione di gravità g tramite una molla.

2 Premesse teoriche

Una molla è un corpo in grado di allungarsi e accorciarsi se gli viene applicata una forza e in seguito di ritornare alla propria forma naturale. Tramite la legge di Hooke sappiamo che essa reagisce esercitando una forza che reagisce alle sollecitazioni subita longitudinalmente, in trazione o in compressione, lungo un asse $\hat{x}$

$$\vec{F_e} = -k\Delta l\hat{x} \tag{1}$$

quindi si osserva che essa è direttamente proporzionale all'allungamento o alla compressione Δl (che dimensionalmente ha come unità di misura quella di una lunghezza $[L]$) della molla dovuto alla sollecitazione e la costante di questa proporzionalità k si chiama *costante elastica della molla* (che invece dimensionalmente ha l'unità di misura di una forza diviso una lunghezza, dunque $\frac{[L][T]^{-2}[M]}{[L]} = [M][T]^{-2}$).
La forza di gravità esercitata dalla Terra su un corpo che si trova sulla sua superficie è pari a $\vec{F} = m\vec{g}$ dove $\vec{g}$ è l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre. È possibile stimare il valore di $g = |\vec{g}|$ misurando l'allungamento della molla dovuto all'azione di una massa appesa ad una estremità della molla, pertanto:

$$m_i|\vec{g}| = k\Delta l \implies |\vec{g}| = \frac{k}{m_i}\Delta l = \frac{k}{m_i}(l_f - l_0) \tag{2}$$

Non deve sorprendere il fatto che in questa formula non compaia la massa della molla siccome è tenuta di conto dentro l_0 siccome ho misurato la lunghezza a riposo della molla quando essa era già sospesa al supporto, quindi si tiene già di conto della sua massa. Tramite una stima della lunghezze Δl, k e conoscendo la massa m_i appesa possiamo stimare g. Per fare ciò, ci avvarremo della formula del periodo T delle oscillazioni compiute dalla molla con la massa appesa

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_i + \frac{m_m}{3}}{k}} \tag{3}$$

dove è interessante notare il fatto che compare il termine $\frac{m_m}{3}$ che tiene di conto della massa della molla, che non è trascurabile.

3 Apparato sperimentale

Non ho ancora capito quando è sensibilità e quando risoluzione **Strumenti**:

- metro a nastro con sensibilità pari a 0.1cm
- cronometro con risoluzione pari a 0.001s
- bilancia di precisione con sensibilità pari a 0.001g

Materiali:

- supporto per la sospensione della molla
- pesini di metallo di masse differenti
- piattino di metallo
- molla

4 Descrizione delle misure

Prima di procedere abbiamo misurato la massa del piattino, che risultava essere pari a $m_p = (7.874 \pm 0.001)$g e la massa della molla, pari a $m_m = (8.093 \pm 0.001)$g.
Successivamente abbiamo effettuato le misure necessarie per stimare la costante elastica della molla k, misurando le oscillazioni della molla soggetta alla forza peso esercitata dalla massa del piattino e di un pesino posto sopra utilizzando varie masse, che riportiamo in una tabella qua accanto.

Siccome la misura di ogni oscillazione è soggetta ad errori accidentali dovuti al mio tempo di reazione nel fermare il cronometro, per ogni massa ho misurato 10 volte il periodo di oscillazione e, successivamente, come risultato della nostra misura abbiamo preso per il pesino i-esimo:

$$\hat{T}_i = T_{m_i} \pm \sqrt{\frac{1}{10 \cdot 9} \sum_{j=1}^{10} (T_j - T_{m_i})^2}$$

dove T_{m_i} rappresenta la media aritmetica di tutti i periodi di oscillazione che abbiamo misurato per l'i-esimo pesino e T_j rappresenta invece il j-esimo valore misurato per l'i-esimo pesino.

m_i [g] ± 0.001	T_i [s]
10.652	0.575 ± 0.009
28.945	0.751 ± 0.005
16.541	0.625 ± 0.003
4.694	0.52 ± 0.01
34.956	0.961 ± 0.009

Tabella 1: Tabella con le misure del periodo di oscillazione per ogni pesino di massa m_i attaccato alla molla

Successivamente, ho misurato gli allungamenti Δ_l della molla con pesini di masse diverse: inizialmente ho misurato $l_0 = (11.3 \pm 0.1)$cm e, siccome $\Delta l_i = l_f - l_0$, come errore sugli allungamenti ho sommato in quadratura gli errori su l_f e l_0:

$$\sigma_{\Delta_l} = \sqrt{\sigma_{l_f}^2 + \sigma_{l_0}^2}$$

Riportiamo nella tabella qua sotto le misure:

m_i [g] ± 0.001	Δl [m]
10.652	0.08 ± 0.01
28.945	0.16 ± 0.01
16.541	0.102 ± 0.01
4.694	0.05 ± 0.01
34.956	0.18 ± 0.01

Tabella 2: Tabella con gli allungamenti Δl_i della molla per ogni pesino di massa m_i

5 Analisi delle misure

Per effettuare la stima della costante elastica k della molla ho deciso di farmelo stimare tramite la procedura del fit dei minimi quadrati tenendo k come parametro libero e utilizzando come modello la (3). Si riporta il grafico di best-fit qua sotto:

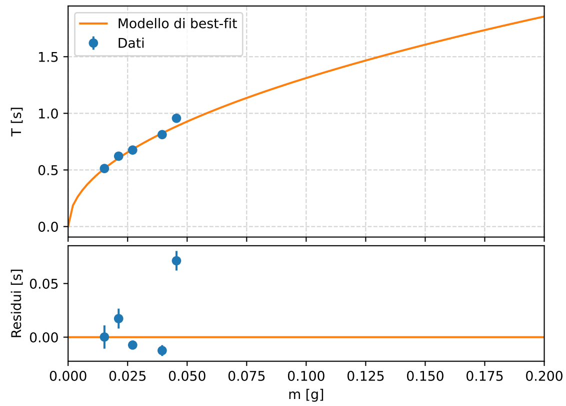

FIGURA 1: Grafico di best-fit del modello 2

La funzione `curve_fit` di `scipy` restituisce che la costante elastica della molla ha il seguente valore $\hat{k} = (2.27 \pm 0.07)\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. Effettuando il test del χ^2, si osserva che il χ^2 restituito dal fit è $\chi^2 \approx 76$, un valore che si trova ben oltre una deviazione standard del χ^2 atteso con il mio numero di gradi di libertà.
LEGGERE COMMENTI IN CODICE LaTeX

6 Conclusioni