Lunghezza Focale

Francesco Sermi

19 maggio 2024

1 Scopo

Misurare la lunghezza focale di una lente

2 Premesse teoriche

Una lente è un dispositivo ottico in grado di far concentrare o disperdere i raggi luminosi.
Una lente divergente è un tipo di lente che, per l'appunto, fa divergere i raggi luminosi che la attraversano, facendo in modo che questi provengano da un punto dietro la lente stessa: siccome forma esclusivamente *immagini virtuali* necessitiamo di una lente convergente con un potere diottrico maggiore in modulo rispetto a quello delle lente divergente.
Per calcolare la lunghezza focale della lente divergente si utilizza la legge dei punti coniugati (nel caso di lenti sottili), che risulta essere

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

dove p e q rappresentano, rispettivamente, la distanza fra la lente e lo schermo (quando essa non è a fuoco) e la distanza fra la lente e lo schermo con l'immagine a fuoco.
Un fatto interessante è che la (1) mostra come per determinare la lunghezza focale f sia necessario conoscere sia p che q, ma se

$$\frac{1}{\hat{p}} \ll \frac{\sigma_q}{q^2} \implies \hat{p} \gg \frac{\hat{q}^2}{\sigma_q^2} \tag{2}$$

allora si potrebbe trascurare il termine $\frac{1}{p}$ e misurare solamente $\frac{1}{q}$ (effettuando quindi una sola misura).

3 Strumenti e materiali

Strumenti

- metro a nastro, con risoluzione ±0.1cm

Materiali

- banco ottico con sorgente luminosa
- lente di lunghezza focale ignota
- schermo
- cassetta di lenti convergenti o divergenti

4 Descrizione delle misure

Per semplificare la presa dei dati, la sorgente era coperta da un pezzo di plastica da cui era stato rimosso un triangolino: in questa maniera era più facile individuare se l'immagine era messa a fuoco siccome i bordi del triangolo si delineavano ancora più.
Inizialmente ho verificato che la lente dal potere diottrico ignoto fosse divergente: questo è stato possibile prendendo la lente e ponendola davanti alla sorgente, osservando che non esisteva alcun punto in cui i raggi convergessero. (da completare la seconda parte)
Come spiegato nelle premesse teoriche, per misurare la lunghezza focale necessitiamo di una lente convergente: per questo ho considerato una lente con potere diottrico di $+xx$ e abbiamo spostato lo schermo per mettere a fuoco l'immagine sullo schermo. A quel punto abbiamo posto la lente divergente fra lo schermo e la lente convergente e abbiamo misurato la distanza arbitraria p fra lo schermo e la lente. Successivamente abbiamo spostato lo schermo in modo da rimettere a fuoco l'immagine e abbiamo misurato la distanza q fra lo schermo e la lente. Iterando questo procedimento, abbiamo effettuato in totale x misurazioni.
Come incertezza non abbiamo utilizzato la risoluzione dello strumento siccome non conoscevamo bene la posizione del centro della lente e non si riusciva a trovare il punto esatto di messa a fuoco, ma solamente un intervallo in cui l'immagine sullo schermo risultava essere a fuoco; dunque abbiamo deciso di utilizzare un'incertezza di misura pari a 0.5 cm

5 Analisi dei dati

I dati non soddisfano la condizione $\frac{1}{p} \gg \frac{\sigma_q}{q^2}$ dunque non possiamo trascurare il termine $\frac{1}{p}$. Linearizziamo la (1) ponendo $x = \frac{1}{q}$ e $y = \frac{1}{p}$ e si ottiene

$$y = mx + \frac{1}{f}$$

e possiamo dunque effettuare un fit utilizzando come modello teorico una semplice retta che ha m come coefficiente angolare e $\frac{1}{f}$ come intercetta con l'asse y. Tuttavia si osserva che gli errori sulle y non sono trascurabili e quindi abbiamo utilizzato gli errori efficaci.
Riporto il grafico del fit

Per valutare l'accordo fra il modello e i dati abbiamo calcolato il χ^2 utilizzando sempre gli errori efficaci:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - f(x_i; \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_n))^2}{\sigma_{y_i}^2 + (\frac{df}{dx}(x_i; \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_n))^2 \sigma_{x_i}^2} \tag{3}$$