

数理逻辑基础 作业 1

习题 1. 列出以下复合命题的真值表. (其中支命题 p, q, r, s 视为问题变元.)

(a) $(\neg p \wedge q) \rightarrow (\neg q \wedge r)$

(b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$

(c) $\neg(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

解: (a)

$(\neg \quad p \quad \wedge \quad q)$	\rightarrow	$(\neg \quad q \quad \wedge \quad r)$
1 0 0 0	1	1 0 0 0
1 0 0 0	1	1 0 1 1
1 0 1 1	0	0 1 0 0
1 0 1 1	0	0 1 0 1
0 1 0 0	1	1 0 0 0
0 1 0 0	1	1 0 1 1
0 1 0 1	1	0 1 0 0
0 1 0 1	1	0 1 0 1

(b)

$(p \quad \rightarrow \quad q)$	\rightarrow	$(p \quad \rightarrow \quad r)$
0 1 0	1	0 1 0
0 1 0	1	0 1 1
0 1 1	1	0 1 0
0 1 1	1	0 1 1
1 0 0	1	1 0 0
1 0 0	1	1 1 1
1 1 1	0	1 0 0
1 1 1	1	1 1 1

(c)

\neg	$(p$	\vee	$(q$	\wedge	$r))$	\leftrightarrow	$((p$	\vee	$q)$	\wedge	$(p$	\vee	$r))$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

习题 2. 写出由 $X_2 = \{x_1, x_2\}$ 生成的公式集 $L(X_2)$ 的三个层次: L_0 , L_1 和 L_2 .

解:

$$L_0 = X_2 = \{x_1, x_2\} \quad (2.1)$$

$$L_1 = \{\neg x_1, \neg x_2, x_1 \rightarrow x_1, x_1 \rightarrow x_2, x_2 \rightarrow x_1, x_2 \rightarrow x_2\} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
L_2 = \{ & \neg(\neg x_1), \neg(\neg x_2), \\
& \neg(x_1 \rightarrow x_1), \neg(x_1 \rightarrow x_2), \neg(x_2 \rightarrow x_1), \neg(x_2 \rightarrow x_2), \\
& x_1 \rightarrow (\neg x_1), x_1 \rightarrow (\neg x_2), x_2 \rightarrow (\neg x_1), x_2 \rightarrow (\neg x_2), \\
& (\neg x_1) \rightarrow x_1, (\neg x_1) \rightarrow x_2, (\neg x_2) \rightarrow x_1, (\neg x_2) \rightarrow x_2, \\
& x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\
& x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_2), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_2 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_2), \\
& (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_1, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_1, \\
& (x_1 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_1) \rightarrow x_2, (x_2 \rightarrow x_2) \rightarrow x_2 \}
\end{aligned} \quad (2.3)$$