

# 人工智能基础作业 7

傅申 PB20000051

## 14.12.

- a. (i) 是错误的, 因为它表明在给定  $M_1$  和  $M_2$  的情况下,  $N$  的分布与  $F_1$  和  $F_2$  无关, 但是  $N$  的分布显然与  $F_1$  和  $F_2$  有关.  
(ii) 是正确的.  
(iii) 是正确的.
- b. (ii) 更好, 因为它的网络结构更简单.
- c.  $P(M_1 | N)$  可以表示为:

$$\begin{aligned} P(M_1 | N) &= P(M_1 | N, F_1)P(F_1 | N) + P(M_1 | N, \neg F_1)P(\neg F_1 | N) \\ &= P(M_1 | N, F_1)P(F_1) + P(M_1 | N, \neg F_1)P(\neg F_1) \end{aligned}$$

因为这里  $N \in \{1, 2, 3\}$ , 所以若望远镜出现对焦不准确的情况, 科学家会一颗恒星都观测不到, 发生的概率为  $f$ . 同时还有  $e$  的概率出现 1 颗恒星的误差 (可能多观测也可能少观测), 因此,  $P(M_1 | N)$  的条件概率表为:

$N$	$P(M_1 = 0)$	$P(M_1 = 1)$	$P(M_1 = 2)$	$P(M_1 = 3)$	$P(M_1 = 4)$
1	$e(1-f) + f$	$(1-2e)(1-f)$	$e(1-f)$	0	0
2	$f$	$e(1-f)$	$(1-2e)(1-f)$	$e(1-f)$	0
3	$f$	0	$e(1-f)$	$(1-2e)(1-f)$	$e(1-f)$

- d. 恒星数  $N$  可能满足:  $N = 2$ ;  $N = 4$ ;  $N \geq 6$ .
- e. 考虑  $N$  的三种可能情况, 计算  $P(M_1 = 1, M_2 = 3 | N)$  如下:

$$\begin{aligned} p_2 &= P(M_1 = 1, M_2 = 3 | N = 2) = e^2(1-f)^2 \\ p_4 &= P(M_1 = 1, M_2 = 3 | N = 4) \leq ef(1-f) \\ p_{\leq 6} &= P(M_1 = 1, M_2 = 3 | N \geq 6) \leq f^2 \end{aligned}$$

因为  $f < e$ , 所以  $p_2 > p_4 > p_{\geq 6}$ ,  $N = 2$  是最可能的恒星数目.

## 14.13.

设归一化常数为  $\alpha$ , 则:

$$\begin{aligned} P(N | M_1 = 2, M_2 = 2) &= \alpha \sum_{F_1, F_2} P(F_1, F_2, N, M_1, M_2) \\ &= \alpha \sum_{F_1, F_2} P(F_1)P(F_2)P(N)P(M_1 = 2 | F_1, N)P(M_2 = 2 | F_2, N) \end{aligned}$$

在题设条件下, 若望远镜对焦不准确, 则  $M_i$  不可能为 2, 因此唯一可能的情况为  $F_1 = F_2 = f$ , 所以

$$P(N | M_1 = 2, M_2 = 2) = \alpha(1-f)^2 \langle p_1 e^2, p_2(1-2e)^2, p_3 e^2 \rangle = \alpha' \langle p_1 e^2, p_2(1-2e)^2, p_3 e^2 \rangle$$