Resistencias de contactos

- sea un sistema con n contactos, se quiere calcular R_i (resistencia del contacto i-esimo) a partir de las resistencias medidas entre los terminales $R_{ij} \simeq R_i + R_j$ (despreciando la resistencia de la muestra)
  $(R_{ij} = R_{ji})$ $(j \neq i)$
- La cuenta facil para calcular R_i es

$$(1) \qquad R_i = \frac{1}{2}\left(R_{ij} - R_{kj} + R_{ki} \right) \qquad \text{con cualquier } k \neq j \neq i$$

dem/ $\quad \frac{1}{2}\left(R_{ij} - R_{kj} + R_{ki}\right) = \frac{1}{2}\left(R_i + \cancel{R_j} - \cancel{R_k} - \cancel{R_j} + \cancel{R_k} + R_i\right) = R_i$ ■

- La idea es implementar un programa que calcule los R_i de forma optima y usando <u>todos</u> los datos (para minimizar la incerteza)

partamos del caso sencillo $\quad R_i = \frac{1}{2}\left(R_{ij} - R_{kj} + R_{ki} \right)$

sumando sobre $k \neq j \neq i$ $\quad \Rightarrow \sum_{k\neq j\neq i} R_i = \frac{1}{2} \underbrace{\sum_{k \neq j \neq i}}_{(n-1)!} \left(R_{ij} - R_{kj} + R_{ki} \right)$

$= \sum_{j\neq i} \sum_{k \neq j \neq i}$

$$\Rightarrow (n-1)!\, R_i = \frac{1}{2} \sum_{k\neq i} \sum_{j \neq k \neq i} \left(R_{ij} - R_{kj} + \underbrace{R_{ki}}_{k \leftrightarrow j} \right) = \frac{1}{2}\left\{ \sum_{j \neq i} \underbrace{\sum_{k\neq j \neq i}}_{(n-2)} 2R_{ij} - \sum_{k\neq i} \sum_{j\neq k\neq i} R_{kj} \right\} = \frac{1}{2}\left\{ 2(n-2) \sum_{j\neq i} R_{ij} - \sum_{k\neq i}\sum_{j\neq k\neq i} R_{kj} \right\}$$

definiendo $R_{ii} = 0 \Rightarrow$ $\quad R_i = \frac{1}{2(n-1)!}\left\{ 2(n-2)\sum_j R_{ij} - \sum_{k\neq i}\sum_{j\neq i} R_{kj} \right\}$

$$\sum_{k\neq i}\sum_{j\neq i} R_{kj} = \sum_{k\neq i}\left(\sum_j R_{kj} - R_{ki}\right) = \sum_k \left(\sum_j R_{kj} - R_{ki}\right) - \sum_j R_{ij} = \sum_{kj} R_{kj} - 2\sum_j R_{ij}$$

luego $\quad R_i = \frac{1}{2(n-1)!}\left\{ 2(n-1)\sum_j R_{ij} - \sum_{kj} R_{kj} \right\}$

Definamos $\quad \underline{R} = (R_1, R_2, \dots, R_n)^+ \quad$ y $\quad \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 0 & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & 0 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \quad R_{n-1\,n} \\ R_{n1} & \cdots & R_{nn-1} & 0 \end{pmatrix} \quad \left(\underline{\underline{R}}^+ = \underline{\underline{R}}\right)$

$\underline{a} = (1, 1, \dots, 1)^+ \quad (\dim = n)$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{R}}\,\underline{a} = \begin{pmatrix} \sum_j R_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j R_{nj} \end{pmatrix}, \qquad \underline{a}\,\underline{\underline{R}}\,\underline{a} = \sum_k \sum_j R_{kj}$$

Con lo cual $\quad \underline{R} = \frac{1}{2(n-1)!}\left\{ 2(n-1)\,\underline{\underline{R}}\,\underline{a} - (\underline{a}^+ \underline{\underline{R}}\,\underline{a})\,\underline{a} \right\}$

☑ usa todos los datos (se puede ver que R_i así calculada es un promedio de las $\frac{(n-1)!}{(n-3)!\,2!}$ formas de calcular R_i con la ec. 1)

☑ es de facil implementación computacional

si $n=4$ $\quad \underline{R} = \frac{1}{12}\left\{ 6\,\underline{\underline{R}}\,\underline{a} - (\underline{a}^+ \underline{\underline{R}}\,\underline{a})\,\underline{a} \right\}$