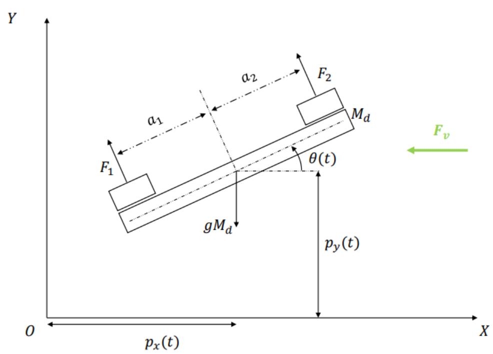
Progetto Controlli Automatici 1A
-
Controllo dell'assetto di un Drone Planare

Francesco Ciampana, Francesco Scavello,
Alessio Troffei, Vladyslav Tymofieiev

December 2020

Analisi del progetto

Negli ultimi anni sono diventati molto diffusi i quadrirotori nella vita quotidiana. Le problematiche ad essi relative sono molteplici e di diversa natura. Il controllo dell'assetto, e quindi dell'inclinazione, degli stessi velivoli è uno di questi.
Il modello considerato, in (1), si riferisce alla dinamica di un drone planare soggetto ad un vento laterale.
In Fig.1a, si riporta la schematica rappresentativa di tale sistema.
In particolare, all'interno dei un sistema di riferimento inerziale $0XY$, i due motori generano rispettivamente le forze F_1 e F_2, i cui punti di applicazione sono a distanza a_1 e a_2.
M_d rappresenta la massa del drone, p_x, p_y sono posizione orizzontale e verticale del baricentro, θ è invece l'angolo di inclinazione del drone rispetto all'asse delle ascisse. Le forze esterne agenti sul drone sono quella gravitazionale gM_d e quella del vento laterale F_v.



(a) Rappresentazione nel piano del drone considerato.

(b) Crazyfly

Figura 1: Rappresentazione del sistema in considerazione

Il modello complessivo prevede le dinamiche dell'angolo θ e delle posizioni nel piano del baricentro di p_x e p_y, nelle quali si assume, che F_v agisca solo sulla parte superiore del drone, con l'intento di descrivere dei possibili effetti di moto turbolento agenti sulla parte inferiore (zona in cui gli effetti del vento diventano trascurabili).
Le equazioni risultano per tanto essere

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{p_x} &= v_y \\ \dot{p_y} &= v_x \\ J_d\dot{\omega} &= -\beta\omega + \frac{a}{2}\sin(\theta)F_v + au_1 \\ M_d\dot{v_y} &= -\beta_y v_y - gM_d + \cos(\theta)u_2 \\ M_d\dot{v_x} &= -\beta_x v_x - \sin(\theta)u_2 - F_v \end{aligned} \tag{1}$$

Dove sono stati considerati $u_1 = F_2 - F_1$ e $u_2 = F_1 + F_2$ come ingressi al nostro sistema ed abbiamo approssimato $a_1 = a_2 = a$.
Il progetto di controllo prevede la costruzione di due controllori separati. In questo progetto si vuole considerare solo la dinamica dell'angolo θ

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ I_d \dot{\omega} &= -\beta\omega + \frac{a}{2}\sin(\theta)F_v + au_1 \\ y &= \theta \end{aligned} \tag{2}$$

Dove la variabile θ rappresenta l'angolo di inclinazione, ω è la velocità di rotazione rispetto all'asse perpendicolare al piano passante per il baricentro, u_1 è la differenza tra le forze di propulsione.
Gli altri parametri del sistema sono: β il coefficiente di attrito dinamico dovuto alla presenza dell'aria, I_d il momento di inerzia del drone rispetto all'asse di rotazione che passa per il baricentro, mentre F_v è una forza esterna causata dal vento che agisce sulla superficie del drone e il cui valore è considerato costante.
Siccome si vuole controllare l'assetto del sistema, il drone è dotato di un sensore per misurare l'angolo θ ed è quindi disponibile una variabile di uscita y, come riportato in (2).
Ai fini dello sviluppo del controllo dell'impianto si vuole ottenere la struttura in Fig.2.

Punto 1

Si linearizzi il sistema non lineare (3) nell'intorno della coppia di equilibrio (x_e, u_e). Il modello (3),

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \tag{3}$$

dovrà quindi essere linearizzato nell'intorno di (x_e, u_e), così da ottenere li sistema linearizzato:

$$\begin{aligned} \delta\dot{x} &= A\delta x + B\delta u \\ \delta y &= C\delta x + B\delta u \end{aligned} \tag{4}$$

con opportuni valori delle matrici A, B, C, D.

Sviluppo

Avendo il valore di x_e esplicitato nella tabella, abbiamo trovato il valore di u_e.
Abbiamo riconosciuto in θ e ω le due variabili di stato.
Nella tabella quindi ci viene detto che $x_e = (\theta_e, \omega_e) = (\frac{\pi}{4}, 0)$ Poiché che la coppia (x_e, u_e) è una traiettoria del sistema, gode della della seguente proprietà:

$$f(x_e, u_e, t) = 0, \forall t \geq t_0 \tag{5}$$

Quindi dato il sistema riportato in (2). Lo risolviamo con incognita u_1

$$u_e = 3.0759$$

Dato quindi di nuovo il sistema di equazioni, possiamo linearizzarlo nell'intorno della coppia di equilibrio che abbiamo trovato (x_e, u_e).
Troviamo i valori delle matrici A, B, C, D facendo ausilio della tabella qui sotto:

$\frac{df_1}{dx_1} = 0$	$\frac{df_1}{dx_2} = 1$
$\frac{df_2}{dx_1} = \frac{a}{2}\cos(x_{e1}) \cdot F_v$	$\frac{df_2}{dx_2} = -\beta$
$\frac{df_1}{du} = 0$	$\frac{df_2}{du} = a$
$\frac{df_y}{dx_1} = 1$	$\frac{df_y}{dx_2} = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{a}{4}\sqrt{2}F_v & -\beta \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = B = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$