

# 安徽大学 2019—2020 学年第二学期

## 《高等数学 A (二)》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

### 一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

1. 方程  $y' + \frac{y}{x} = a(\ln x)$  是 ( ).

- (A) 一阶非齐次线性方程 (B) 一阶齐次线性方程  
(C) 齐次方程 (D) 可分离变量方程

2. 设  $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 则在  $(0, 0)$  处  $f(x, y)$  ( ).

- (A) 偏导数不存在 (B) 偏导数存在且连续 (C) 不可微 (D) 可微

3. 若  $L$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  与平面  $x + y + z = 0$  的交线, 则  $\int_L (x^2 + y - z) ds = ( )$ .

- (A)  $\frac{2\pi a^3}{3}$  (B)  $\frac{\pi a^3}{3}$  (C)  $2\pi a^3$  (D)  $\pi a^3$

4. 设  $L$  为曲线  $y = x^2$  上从  $A(1, 1)$  到  $B(0, 0)$  的一段弧, 则  $\int_L x dy = ( )$ .

- (A)  $\int_0^1 2x^2 dx$  (B)  $\int_1^0 2x^2 dx$  (C)  $\int_0^1 x dy$  (D)  $\int_0^1 \sqrt{y} dy$ .

5. 若正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则下列级数一定收敛的是 ( ).

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + a) (0 \leq a < 1)$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{u_n}$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6. 设向量  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , 则垂直于  $\vec{a}$  且同时垂直于  $y$  轴的单位向量是 \_\_\_\_\_.

7. 若  $z = \arcsin xy$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $I = \int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx$ , 交换积分次序后  $I =$  \_\_\_\_\_.

9. 设  $\vec{F}(x, y, z) = \{e^x \sin y, 2xy^2 + z, xzy^2\}$ , 则  $\operatorname{div} \vec{F} \Big|_{(1,0,1)} =$  \_\_\_\_\_.

10.  $f(x) = \pi x + x^2$  ( $-\pi < x < \pi$ ) 的傅里叶级数展开式中系数  $b_3 =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

得分	
----	--

11. 求微分方程  $y'' + 2y' + 5y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 3, y'|_{x=0} = 1$  的特解.

12. 求旋转抛物面  $z = x^2 + y^2 - 1$  在点  $(2,1,4)$  处的切平面及法线方程.

13. 计算三重积分  $\iiint_V z dv$ ，其中  $V: \frac{z^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1$ .

14. 利用 Green 公式计算第二类曲线积分  $\int_L (e^x \sin y - my) dx + (e^x \cos y - m) dy$  , 其中 L 为从点  $B(b,0)$  沿上半圆周  $y = \sqrt{(a-b)x - x^2}$  到点  $A(a,0)$  , 其中  $a > b > 0$  .

15. 计算第二类曲面积分  $\iint_{\Sigma} z dx dy$  , 其中  $\Sigma$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  的外侧.

院/系

樂

第 5 页 共 6 页

18. 设球体  $V: x^2 + y^2 + (z - a)^2 \leq a^2$ ，球体内任一点的体密度为该点到原点距离的平方，求球体的重心位置.

五、证明题（每小题 6 分，共 6 分）

得 分	
-----	--

19. 证明：级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n^2 - n}}$  是条件收敛.