安徽大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期末考试试卷（A卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

院/系________　年级________　专业________　姓名________　学号________

答题勿超装订线

课程目标 1：一（1）、（2）、（3）、（5）；　二、　三
课程目标 2：一（4）；四

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 二次曲面 $z=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}$ 与平面 $y=h$ 相截，则其截痕是空间的（　　）.

(A) 椭圆　　(B) 直线　　(C) 抛物线　　(D) 双曲线

2. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{4xy}{2x^2+3y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 连续，但偏导数不存在　　(B) 不连续，偏导数存在

(C) 连续且偏导数存在，但不可微　　(D) 不连续且偏导数不存在

3. 设有空间区域 $\Omega_1: x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0$; $\Omega_2: x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$，则(　　)

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} z\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2} z\mathrm{d}V$　　(B) $\iiint\limits_{\Omega_1} y\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2} y\mathrm{d}V$

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} x\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2} x\mathrm{d}V$　　(D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\mathrm{d}V$

4. 设 L 是圆周 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x+y+z=0\end{cases}$，则 $\oint_L x^2\mathrm{d}s=($　　$)$

(A) 0　　(B) π　　(C) $\sqrt{\pi}$　　(D) $\dfrac{2\pi}{3}$

5. 设 $0\le u_n\le \dfrac{1}{n}(n=1,2,\cdots)$，则下列级数中**必定**收敛的为（　　）.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{u_n}$　　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n^2$　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 点 $P(2,1,0)$ 到平面 $x+2y+2z-1=0$ 的距离为__________.

7. 累次积分 $\int_0^2 dx\int_{x^2}^{2x} f(x,y)dy$ 交换积分次序后为________________.

8. 设$u=f(x,y,z)$在R^3上有二阶连续偏导数，则$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\,u)=$________.

9. 设$\alpha>0$为常数，则$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{\alpha}{n}\right)$为______________.**（填“绝对收敛”或“条件收敛”或“发散”）**

10. 函数$f(x)=\pi x+x^2(-\pi<x<\pi)$，且周期为$2\pi$.已知$f(x)$在$(-\pi,\pi)$上的傅里叶级数为$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，则$b_3=$________.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

11. 求切点在椭球面$x^2+2y^2+z^2=1$上且平行于平面$x-y+2z=0$的切平面方程.

12. 设$z=z(x,y)$是由$e^z=xyz+1$所确定的隐函数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

13. 计算$\iiint\limits_{\Omega}\frac{\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z}{(x+y+z)^3}$，其中$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,1\le x\le 2,1\le y\le 2,1\le z\le 2\}$.

14. 计算$\int_L xy\,\mathrm{d}x$，其中L为抛物线$x=y^2$上从点$A(1,-1)$到点$B(1,1)$的一段弧.

15. 计算$\oint\!\!\oint_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为球面的$x^2+y^2+z^2=a^2$外侧.

16. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$的和函数$S(x)$.

四、应用题（每小题 8 分，共 8 分）

17. 已知上半球面壳子$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$的密度函数为$\rho(x,y,z)=x^2+y^2$，求该上半球面壳子的质量.

五、证明题（每小题 8 分，共 8 分）

18. 设正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$均收敛，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+v_n\right)^2$收敛.