## 《高等数学 A (二)》考试试卷(B卷) (闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号

题 号	_	11	Ξ	四	五.	总分
得 分						
阅卷人						

选择题(每小题2分,共10分)

得 分

- 1. 方程  $y' + \frac{y}{x} = a(\ln x)$  是 ( ).
  - (A) 一阶非齐次线性方程
- (B)一阶齐次线性方程

齐次方程 (C)

装

型

R

(D) 可分离变量方程

2. 设 
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin(\frac{1}{x^2 + y^2}), (x,y) \neq (0,0) \\ 0, (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
, 则在(0,0)处  $f(x,y)$  ( ).

- (A) 偏导数不存在 (B) 偏导数存在且连续 (C) 不可微 (D) 可微
- 3. 若 L 为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  与平面 x + y + z = 0 的交线,则  $\int_I (x^2 + y z) ds = (a^2 + y^2) ds = (a^2$ ).
- (A)  $\frac{2\pi a^3}{3}$  (B)  $\frac{\pi a^3}{3}$  (C)  $2\pi a^3$  (D)  $\pi a^3$

- 4. 设 L 为曲线  $y = x^2$  上从 A (1,1) 到 B (0,0) 的一段弧,则  $\int_{t} x dy = ($  ).
- (A)  $\int_0^1 2x^2 dx$  (B)  $\int_0^1 2x^2 dx$  (C)  $\int_0^1 x dy$  (D)  $\int_0^1 \sqrt{y} dy$ .

- 5. 若正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛,则下列级数一定收敛的是 ( ).
  - (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + a)(0 \le a < 1)$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{u_n}$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$

## 二、填空题(每小题2分,共10分)

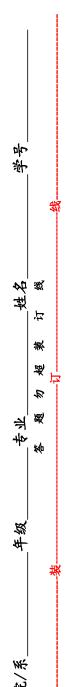
得分

- 6. 设向量  $\bar{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,则垂直于  $\bar{a}$  且同时垂直于 y 轴的单位向量是
- 7. 若  $z = \arcsin xy$ ,则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_\_.
- 8. 已知  $I = \int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx$ ,交换积分次序后 I =\_\_\_\_\_\_.
- 9. 设 $\vec{F}(x,y,z) = \{e^x \sin y, 2xy^2 + z, xzy^2\}$ ,则  $div\vec{F}|_{(1,0,1)} =$  \_\_\_\_\_\_.
- 10.  $f(x) = \pi x + x^2$  ( $-\pi < x < \pi$ ) 的傅里叶级数展开式中系数 $b_3 =$ \_\_\_\_\_\_.
- 三、计算题(每小题9分,共54分)

得分

11. 求微分方程 y'' + 2y' + 5y = 0 满足初始条件  $y|_{x=0} = 3, y'|_{x=0} = 1$  的特解.

12. 求旋转抛物面  $z = x^2 + y^2 - 1$  在点(2,1,4) 处的切平面及法线方程.



13. 计算三重积分  $\iint_{V} z dv$ ,其中  $V : \frac{z^{2}}{4} \le x^{2} + y^{2} \le z^{2}, 0 \le z \le 1$ .

14. 利用 Green 公式计算第二类曲线积分  $\int_L (e^x \sin y - my) dx + (e^x \cos y - m) dy$ ,其中 L 为从 点 B(b,0) 沿上半圆周  $y = \sqrt{(a-b)x - x^2}$  到点 A(a,0),其中 a > b > 0.

15. 计算第二类曲面积分  $\iint_{\Sigma} z dx dy$  ,其中  $\Sigma$ 是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  的外侧.

16. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  的收敛域及和函数.

豼

四、应用题(每小题 10 分, 共 20 分)

17. 在第一卦限内作椭球面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  的切平面,使该切平面与三个坐标平面所 围成的四面体体积最小, 求切点坐标.

18. 设球体 $V: x^2 + y^2 + (z-a)^2 \le a^2$ ,球体内任一点的体密度为该点到原点距离的平方,求球体的重心位置.

五、证明题(每小题6分,共6分)

得 分

19. 证明: 级数 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n^2-n}}$$
 是条件收敛.