学号____________ 姓名____________ 专业____________ 年级____________ 院/系____________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期中考试试卷

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号____________

课程目标 1：一、1. 2. 3. 4. 5；　二、6. 7. 9；　三、11. 13. 14. 15. 16；五、18
课程目标 2：一、8；　二、10；　三、12；　四、17

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 已知 α 与 β 垂直，且 $|\alpha|=3$，$|\beta|=4$，则 $\left|(3\alpha-\beta)\times(\alpha-2\beta)\right|=$ ____________.

2. 平面 $2x-y+z-7=0$ 与平面 $x+y+2z-11=0$ 的夹角为________________.

3. 交换 $\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy$ 的积分次序为_________________.

4. 二元函数 $z=\ln(1+x^2+y^2)$ 在点 $(1,2)$ 处的全微分 $dz=$ ______________ .

5. 二阶微分方程 $y''-y'+y=0$ 的通解为________________________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 设有直线 $L:\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: x+y+3z-6=0$，则直线 L（　　　）

(A) 垂直于 π　(B) 平行于 π　(C) 与 π 相交但不垂直　(D) 在平面 π 上

7. 方程 $4z^2-x^2-y^2=-1$ 表示的曲面是（　　　）

(A) 椭圆抛物面　(B) 双曲抛物面　(C) 单叶双曲面　(D) 双叶双曲面

8. 设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0, \\ 0, & x^2+y^2=0. \end{cases}$ 则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　　）.

(A) 不连续　　　　(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数都存在，但不可微　　(D) 可微

9. “点 (x_0,y_0) 为函数 $z=f(x,y)$ 的驻点”是“$z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 具有偏导数且在该点处有极值”的（　　　）条件.

(A) 充分非必要　(B) 充分且必要　(C) 非充分非必要　(D) 必要非充分

10. 设 $I_k = \iint\limits_D \sin\left(x^2+y^2\right)^k d\sigma \quad (k=1,2,3)$，其中 $D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\right\}$，则（　　）.

(A) $I_1 \le I_2 \le I_3$　(B) $I_3 \le I_2 \le I_1$　(C) $I_2 \le I_1 \le I_3$　(D) $I_3 \le I_1 \le I_2$

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

11. 求二阶非齐次线性微分方程 $y''+4y'+4y=e^{-2x}$ 的通解.

12. 求直线 $L:\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$ 在平面 $\pi: x+y+z=0$ 上投影直线的方程.

13. 设 $z=f(u,v)$，$u=xy, v=x^2+y^2$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

14. 设 $u=u(x,y), v=v(x,y)$ 是由方程组 $\begin{cases} xu-yv=0 \\ yu+xv=1 \end{cases}$ 确定的隐函数组，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial v}{\partial x}$.

15. 计算二重积分 $\iint\limits_D \dfrac{y^2}{x^2}dxdy$，其中 D 是由 $y=\dfrac{1}{x}$，$y=2$，$y=x$ 所围成的平面区域.

16. 计算二重积分 $\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中 $D=\left\{(x,y)\mid \pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2\right\}$.

四、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

17. 求二元函数 $z=f(x,y)=x^2y(4-x-y)$ 在由直线 $x+y=6$，x 轴和 y 轴所围成的闭区域 D 上的最大值和最小值.

五、证明题（每小题 6 分，共 6 分）

18. 设 $z=xy+xF(u)$，其中 $u=\dfrac{y}{x}$ 且 $F(u)$ 可导，证明 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=xy+z$.