安徽大学 2021—2022 学年第二学期

《高等数学 A （二）》期中试卷

（闭卷，时间 120 分钟）

考场登记表序号___________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设有直线 L: $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$，则直线 L（ ）

A. 平行于 π　　B. 在 π 上　　C. 垂直于 π　　D. 与 π 相交但不垂直

2. 二次曲面 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}-z^2=1$ 的形状是（　　）

（A）单叶双曲面　　（B）双叶双曲面　　（C）椭圆抛物面　　（D）双曲抛物面

3. 设二元函数 $f(x,y)=\begin{cases} 1 & xy\neq 0 \\ 0 & xy=0 \end{cases}$ 则下列说法正确的是（ ）

A. $f_x'(0,0)$ 不存在，$f_y'(0,0)$ 存在　　B. $f_x'(0,0)$ 存在，$f_y'(0,0)$ 不存在

C. $f_x'(0,0)$ 不存在，$f_y'(0,0)$ 不存在　　D. $f_x'(0,0)$ 存在，$f_y'(0,0)$ 存在

4. 设 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 具有偏导数且在 (x_0,y_0) 处有极值是 $f_x'(x_0,y_0)=0, f_y'(x_0,y_0)=0$ 的（　　）条件

A. 充分非必要　　B. 必要非充分

C. 充分且必要　　D. 非充分非必要

5. 设 $J_i=\iint\limits_{D_i}\sqrt[3]{x-y}\,dxdy(i=1,2,3)$，其中 $D_1=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$，

$D_2=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le \sqrt{x}\}$，$D_3=\{(x,y):0\le x\le 1, x^2\le y\le 1\}$，则（　　）

A. $J_1<J_2<J_3$　　B. $J_3<J_1<J_2$.

C. $J_2<J_3<J_1$.　　D. $J_2<J_1<J_3$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 已知 $(a,b,c)=2$，则 $[(a+b)\times(b+c)]\bullet(c+a)$ =________________.

7. 点 $(2,1,1)$ 到平面 $x+y-z+1=0$ 的距离=________________.

8. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left[x\sin\dfrac{2021}{y}+y\sin\dfrac{2022}{x}\right]$ =________

9. 已知 $z=e^{\sqrt{x^2+y^2}}$，则全微分 $dz\big|_{(1,2)}=$__________________.

10. 交换二次积分的积分次序 $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx=$__________________.

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

11. 求通过点 $(2,1,1)$ 且垂直于直线 $\begin{cases} x+2y-z+1=0\\ 2x+y-z=0\end{cases}$ 的平面方程.

12. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$，讨论 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的连续性和可微性.

13. 计算 $\iint\limits_D e^{x^2}dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=x$ 在第一象限内围成的区域.

14. 计算 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 2x, 0\le y\le x\right\}$.

15. 设 $u=u(x,y),v=v(x,y)$ 是由方程组 $\begin{cases}u^2-v+x=0\\ u+v^2-y=0\end{cases}$ 确定的 x,y 的隐函数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

16. 设 $z=f(xy,\dfrac{y}{x})$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，计算 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

四、应用题（共 10 分）

17. 在第一卦限内作椭球面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ 的切平面，使该与三个坐标平面围成的四面体体积最小，求切点坐标.

五、证明题（共 6 分）

18. 设 $z=\dfrac{y}{f(u)}$，其中 $u=x^2-y^2$，$f(u)$ 为可微函数，试证明 $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{z}{y^2}$