



(3) 解: 根据机械能守恒有,

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mu^2 = mgh \quad \text{或} \quad \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}Mu^2 = mgh \quad (11分)$$

即,  $\frac{1}{2}m\left\{\left(\frac{M}{m}u\right)^2 + \left[\left(\frac{M}{m} + 1\right)u \tan\theta\right]^2\right\} + \frac{1}{2}Mu^2 = mgh$ , 于是

$$(m + M)\left[M + (m + M)\tan^2\theta\right]u^2 = 2m^2gh$$

$$u = \frac{m \cos\theta}{m + M} \sqrt{\frac{2(m + M)gh}{M + m \sin^2\theta}} \quad (12分)$$

#### 四、证明题 (本题 15 分)

解: 在液面附近取一质元  $\Delta m$ , 对其进行受力分析,

一个是支持力  $N$ , 另一是重力  $\Delta mg$ . 二者合力充当向心力.

$N$  的方向与过  $\Delta m$  所处点的切线方向垂直. 于是有

$$N \cos\theta = \Delta mg \quad (3分)$$

$$N \sin\theta = \Delta m \omega^2 x \quad (3分)$$

上述两式相比有

$$\tan\theta = \frac{\omega^2 x}{g} \quad (3分)$$

$$\text{而} \quad \tan\theta = \frac{dy}{dx} \quad (3分)$$

$$\text{于是有} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g} \quad (3分)$$

$$\text{可解出} \quad y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C. \text{ 当 } x = 0 \text{ 时, } y = 0. \text{ 得出 } C = 0. \quad (3分)$$

$$\text{即} \quad y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

