院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2021—2022 学年第二学期

《高等数学 A（二)》期末试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1. 直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$ 与直线 $L_2:\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$ 的夹角为(　　　)

(A) $\dfrac{\pi}{6}$　　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　　(C) $\dfrac{\pi}{3}$　　(D) $\dfrac{\pi}{2}$

2. 二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处(　　　).

(A) 连续，偏导数存在　　(B) 连续，偏导数不存在

(C) 不连续，偏导数存在　　(D) 不连续，偏导数不存在

3. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r=($　　　$)$.

(A) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$

4. 设 $L:y=x,x\in[0,1]$，第一类曲线积分 $I_1=\int_L k(y-x)\mathrm{d}s$，$I_2=\int_L (y-x^2)\mathrm{d}s$，其中 k 为常数，则 I_1,I_2 的大小关系为(　　　).

(A) $I_1<I_2$　　(B) $I_1>I_2$　　(C) $I_1=I_2$　　(D) 无法比较

5. 若级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处(　　　).

(A) 发散　　(B) 绝对收敛　　(C) 条件收敛　　(D) 敛散性不定

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 函数 $z=x^2y+2xy$ 在点 $(1,1)$ 处的最大方向导数为____________.

7. 函数 $z=\arctan\dfrac{x+y}{x-y}$ 的全微分 $dz=$____________.

8. 设 $\Omega=\{(x,y,z)\big|0\le x\le 1,0\le y\le 1,0\le z\le 2\}$，则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} xydv=$____________.

9．设曲面 Σ 的方程为 $x^2+y^2+z^2=1$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} 3x^2\mathrm{d}S=$____________.

10. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-1,-\pi\le x\le 0,\\ 1+x^2,0<x\le\pi,\end{cases}$ 则其以 2π 为周期的傅里叶级数在

$x=\pi$ 处收敛于____________.

三、解答题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

11. 求曲面 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切平面与法线方程.

12. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x+y-z=e^z$ 所确定隐函数，求 $z''_{xy}(\mathbf{1},\mathbf{0})$.

13. 求函数 $f(x,y)=y^3-x^2+6x-12y+5$ 的极值.

14. 计算二重积分 $I=\iint\limits_{D}\left|y-x^2\right|\mathrm{d}\sigma$，其中区域 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$.

15．计算曲线积分 $I=\int_L(2+xe^{2y})dx+(x^2e^{2y}-1)dy$，其中 L 是沿着圆 $(x-2)^2+y^2=4$ 顺时针方向的上半圆周.

16. 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} x^2ydydz+y^2\sin xdzdx+z^2dxdy$，其中 Σ 为圆柱面 $x^2+y^2=1$ 介于平面 $z=0$ 和 $z=1$ 之间的部分，并取外侧.

17. 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域及其和函数.

四、证明题（本题 7 分）

18. 设正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(b_{n+1}-b_n)$ 收敛，证明 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 绝对收敛.