安徽大学 2020—2021 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期末试卷（A 卷）

（闭卷，时间 120 分钟）

考场登记表序号___________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、 选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 二元极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left[2020x\sin\frac{1}{y}+y\sin\frac{1}{2021x}\right]$（ ）

A. 不存在　B. 等于 0　C. 等于 $\frac{2020}{2021}$　D. 存在，但不等于 0 也不等于 $\frac{2020}{2021}$

2. 下列命题**正确的**是（ ）

A. 若 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点可微，则 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点必连续.

B. 若 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点存在二阶偏导数，则 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点必有一阶连续偏导数.

C. 若 $z=f(x,y)$ 在区域 D 内存在二阶偏导数，则在区域 D 内必有 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

D. 若 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点存在一阶偏导数，则 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 点必可微。

3. 设 $\Omega=\left\{(x,y,z)\,\middle|\,x^2+y^2\le z,1\le z\le 2\right\}$， f 在 Ω 上连续，则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(z)dv=$（ ）

A. $\pi\int_1^2 z^2 f(z)dz$　B. $2\pi\int_1^2 f(z)dz$　C. $2\pi\int_1^2 zf(z)dz$　D. $\pi\int_1^2 zf(z)dz$

4. 若第二类曲线积分 $\int_L (6xy+ky^2)dx+(3x^2+4xy)dy$ 与路径无关，则 k 的值是（ ）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

5. 设有以下命题

①若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{2n-1}+u_{2n})$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛　②若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_{n+2021}$ 收敛

③若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛　④若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都收敛

则以上命题中**正确的**是（ ）

A. ①②；　B. ②③；　C. ③④；　D. ②④

二、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 点 $P(1,2,3)$ 到平面 $x+2y-2z=1$ 的距离为______________.

7. $\int_0^1 dx\int_x^{2-x} f(x,y)dy$ 交换积分次序是______________________

8. 函数 $f(x,y)=x^3-4x^2+2xy-y^2$ 的极值点是____________________

9. 已知 $z=f(x^2+y^2,\dfrac{x}{y}), f$ 可微，则全微分 $dz=$____________________

10. 设 $\overrightarrow{F}(x,y,z)=\left\{e^x\sin y, 2xy^2+z, xzy^2\right\}$，则散度 $div\overrightarrow{F}\big|_{(1,0,1)}=$___________________

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

11. 设 $z=z(x,y)$ 是由 $z^3-3xyz=a^3$ 确定的隐函数，计算偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

12. 计算第一类曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma}(z-1)^2 dS$，其中 Σ 球面 $x^2+y^2+z^2=9$.

13. 计算第二类曲面积分 $\iint\limits_{S}(x^3+1)dydz+(y^3+1)dzdx+(z^3+1)dxdy$， S 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

14. 计算第一类曲线积分 $\int\limits_{L}\sqrt{x^2+y^2}ds$，其中 L 为 $x^2+y^2=ax(a>0)$.

15. 计算幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$ 的收敛域与和函数，并求常数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n-1)2^n}$ 的和.

16. 将函数 $f(x)=\begin{cases}-x & -\pi\le x<0\\ x & 0\le x\le\pi\end{cases}$ 展开为傅里叶级数.

四、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

17. 求质点 $M(x,y)$ 在变力 $\overrightarrow{F}=(y+3x)\vec{i}+(2y-x)\vec{j}$ 的作用下沿路径 L 顺时针方向运动一周所做的功, 其中 L 为椭圆 $4x^2+y^2=4$.

五、证明题（每小题 6 分，共 6 分）

18. 证明级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\sin(n\pi+\dfrac{1}{\ln n})$ 条件收敛.