安徽大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期末考试试卷（B 卷）

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $z=\dfrac{y}{x}\arcsin\dfrac{x}{y}$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$____________.

2. 微分方程 $y''+y'-2y=0$ 的通解为____________.

3. 设 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2$（$a>0$）在第一象限的弧段，则 $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}s=$____________.

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n^p}(0<p\le 1)$ 的收敛域为____________.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x\le 0\\ 1+x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 以 2π 为周期的傅里叶级数在点 $x=\pi$ 处收敛于____________.

6. 设有直线 $L:\begin{cases}2x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$ 及平面 π：$4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）

(A) 平行于 π　(B) 垂直于 π　(C) 与 π 相交但不垂直　(D) 在平面 π 上

7. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 不连续，偏导数存在　　(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数都存在，但不可微　　(D) 不连续且偏导数不存在

8. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_0^b\mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}y=$（　　）.

(A) $\int_0^b\mathrm{d}y\int_0^y f(x,y)\mathrm{d}x$　(B) $\int_0^b\mathrm{d}y\int_y^b f(x,y)\mathrm{d}x$　(C) $\int_0^b\mathrm{d}y\int_b^y f(x,y)\mathrm{d}x$　(D) $\int_0^b\mathrm{d}y\int_0^b f(x,y)\mathrm{d}x$

9. 设曲面 Σ 是锥面 $z^2=x^2+y^2$ 被平面 $z=0, z=1$ 截下的部分，则 $\iint_\Sigma(x^2+y^2)\mathrm{d}S=$（　　）.

(A) $\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^3\mathrm{d}\rho$　(B) $\sqrt{2}\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^3\mathrm{d}\rho$　(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^2\mathrm{d}\rho$　(D) $\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^2\mathrm{d}\rho$

10. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛，则下列级数中发散的为 (   ).

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} 6u_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_{n+5}$ (C) $8+\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n+7)$

11. 设 $\cos^2 x+\cos^2 y+\cos^2 z=1$ 所确定的隐函数为 $z=z(x,y)$，求全微分 $\mathrm{d}z$.

12. 求二元函数 $z=f(x,y)=x^2y(4-x-y)$ 在由直线$x+y=6$、x轴和y轴所围成的区域D上的最大值和最小值.

13. 计算二重积分$\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中$D=\left\{(x,y)\mid \pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2\right\}$.

14. 已知函数$z=\sin^2(ax+by)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

15. 利用高斯公式计算第二类曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + y\mathrm{d}z\mathrm{d}x + z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧（$a>0$）.

16. 计算幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2nx^{2n-1}$ 的和函数.

17. 证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n}{2^n}$ 绝对收敛.

安徽大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期末考试试卷（C 卷）

1. 设 $z=x^y(x>0,x\neq 1)$，则 $\dfrac{x}{y}\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{\ln x}\dfrac{\partial z}{\partial y}=$____________.

2. 微分方程 $y''-y'-2y=0$ 的通解为________________.

3. 设 L 是 $x^2+y^2=a^2$（$a>0$）的圆周，则 $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}s=$________________.

4. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-2)^{2n-1}}{n}$ 的收敛域为________________.

5. 若 $f(x)$ 是周期为 2 的函数，且 $f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\leq 0\\ x^2, & 0<x\leq 1\end{cases}$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=0$ 处收敛于____________.

6. 设有直线 L: $\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$ 及平面 π: $4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　）

(A) 垂直于 π　　(B) 平行于 π　　(C) 与 π 斜交　　(D) 在平面 π 上

7. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2) & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 则函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

(A) 不连续，偏导数存在　　(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数都存在，但不可微　　(D) 不连续且偏导数不存在

8. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy=$（　　）.

(A) $\int_0^e \mathrm{d}y\int_0^{\ln y} f(x,y)\mathrm{d}x$　(B) $\int_0^1 dy\int_{e^y}^e f(x,y)\,dx$　(C) $\int_0^e \mathrm{d}y\int_{\ln y}^0 f(x,y)\mathrm{d}x$　(D) $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_e^{e^y} f(x,y)\mathrm{d}x$

9. 设曲面 $\Sigma: x^2+y^2+z^2=R^2(z\geq 0)$，$\Sigma_1$ 为 Σ 在第一卦限中的部分，则有（　　）.

(A) $\iint\limits_{\Sigma} xdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} xdS$　　(B) $\iint\limits_{\Sigma} ydS=4\iint\limits_{\Sigma_1} ydS$

(C) $\iint\limits_{\Sigma} zdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} zdS$　　(D) $\iint\limits_{\Sigma} xyzdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} xyzdS$

10. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛，则下列级数中必收敛的是（　　）.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{u_n}{n}$　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$　　(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_{2n-1}-u_{2n}\right)$　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n+u_{n+1}\right)$

11. 设函数$z=f\left(x,y\right)$是由方程$z-y-x+xe^{z-y-x}=0$所确定的二元函数，求dz.

12. 求二元函数$f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$的极值.

13. 计算二重积分$I=\iint\limits_{D}\frac{1+xy}{1+x^2+y^2}dxdy$，其中$D=\left\{\left(x,y\right)\middle|x^2+y^2\leq 1,x\geq 0\right\}$.

14. 设$z=f(e^x\sin y,x^2+y^2)$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

15. 计算$I=\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{xdydz+ydzdx+zdxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中$\Sigma$为曲面$x^2+y^2+z^2=R^2$（$R>0$）的外侧.

16. 计算幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2n-1}x^{2n-1}$的和函数.

17. 证明级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[3]{n}}$条件收敛.