Prueba de Hipótesis

Una hipótesis estadística es una aseveración o conjetura respecto a una o más poblaciones

1) Suponga que un especialista en alergias desea probar la hipótesis de que al menos 30% del público es alérgico a ciertos productos lácteos. ¿Cuándo el especialista cometería error tipo I y cuando error tipo II?

X: "Cantidad de personas alérgicas a ciertos productos lácteos"

X~ Binomial (n,p)

$\widehat{p}$ → Normal (μ=p, $\sigma^2 = p.q/n$)

H_0: p=0.3

H_1: p > 0.3

Error tipo I se comete al rechazar la H_0 cuando en realidad es verdadera.

Se cometería ***error tipo I*** cuando se concluya que al menos el 30% del público es alérgico, cuando en realidad el 30% es alérgico

Prueba de Hipótesis

Error tipo II: se comete al aceptar la H_0 cuando en realidad es falsa

Se cometería error tipo II cuando se concluya que el 30% del publico es alérgico, cuando en realidad mas del 30% es alérgico

2) Un sociólogo está interesado en la eficacia de un curso de capacitación diseñado para lograr que mas conductores se acostumbren utilizar los cinturones de seguridad en el automóvil:

a) ¿Qué hipótesis estaría probando esta persona si comete error tipo I al concluir erróneamente que el curso de capacitación no es eficaz?

H_0: El curso de capacitación es eficaz

H_1: El curso de capacitación no es eficaz

Prueba de Hipótesis

b) ¿ Que hipótesis estará probando esta persona si comete error tipo II al concluir erróneamente que el curso de capacitación es eficaz?

H_0: El curso de capacitación es eficaz

H_1: *El curso de capacitación no es eficaz*

3) Un fabricante de fibras textiles esta investigando una nueva fibra para tapicería, la cual tiene una elongación media por hilo de 12kg con una desviación estándar de 0,5kg. La compañía desea probar la hipótesis H_0 : μ=12kg contra H_1: μ < 12kg utilizando para ello una muestra aleatoria de 36 especímenes

X: "Elongación del hilo para tapicería"

X ~ Desconocida

$\bar{x}$ →*Normal* ($\mu_{\bar{x}}$ =μ, $\sigma_{\bar{x}}$=$\sigma/\sqrt{n}$)

H_0: μ= 12kg vs. H_1: < 12kg

Prueba de Hipótesis

a) ¿Cuál seria el criterio de decisión a adoptar para α= 0,01 y α = 0,05?

para α= 0,01 ⟶ $Z_c = -2{,}33$ → $\bar{x}_c$ = -2,33.$\frac{0{,}5}{\sqrt{36}}$ +12= 11,806

Criterio de decisión:

Se acepta la H_0 si el valor observado en la muestra es mayor o igual a 11,806

Se rechaza la H_0 si el valor observado en la muestra es menor a 11,806kg.

Rechazo la H_0 | Acepto la H_0

11,806kg

x_c

Prueba de Hipótesis

α = 0,05 $\quad\rightarrow\quad$ Z_c =-1,64 $\quad\rightarrow\quad$ $\bar{X}_c$ = -1,64 $\frac{0,5}{\sqrt{36}}$ + 12 = 11,86kg

Criterio de decisión.

Se acepta la H_0 si el valor observado en la muestra es mayor o igual a 11,86

Se rechaza la H_0 si el valor observado en la muestra es menor a 11,86kg.

Rechazo la H_0	Acepto la H_0

11,86kg

Prueba de Hipótesis

b) Que decisión tomaría si la media maestral fuera de *11,83kg*, según las condiciones iniciales del problema pero con n=100 y para un α= 0,01? , ¿y si α= 0,05?

- Para un α= 0,01 **acepto la H_0**, o sea, creo que la elongación media del hilo es 12kg y para cualquier variación se debe a las variaciones propias del azar y no a un cambio significativo en el valor medio de la elongación .
- Para un α= 0,05 **rechazo la H_0**, o sea, creo que la elongación media del hilo es significativamente menor que 12kg.
- Es obvio ver que al disminuir el **error tipo I**, aumenta la región de aceptación y con ella las probabilidades de aceptar la hipótesis nula.

c) ¿Qué decisión tomaría si la media maestral fuera de *11,83kg*,según las condiciones iniciales del problema pero con n= 100 y para un α= 0,01?, ¿y si α= 0,05?

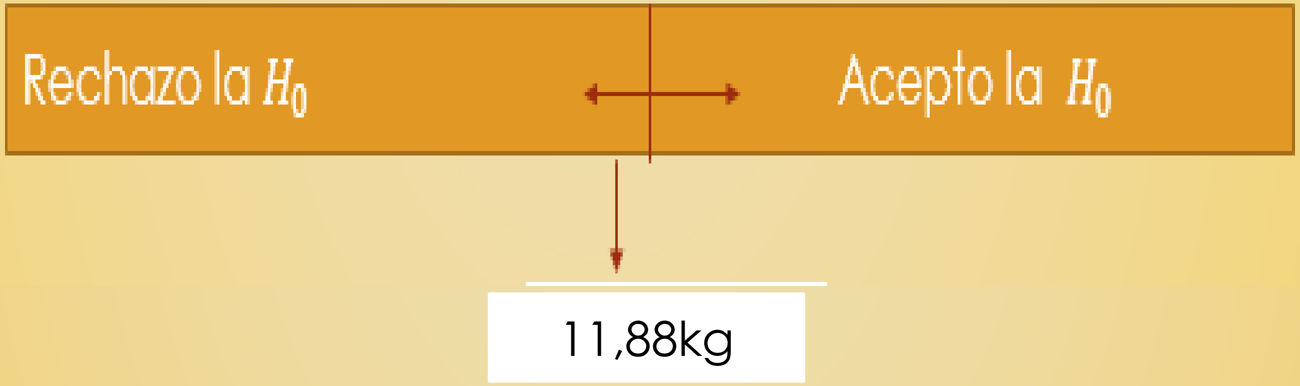
para α= 0,01 $\quad Z_c = -2{,}33 \rightarrow \bar{x}_c$ = -2,33.$\frac{0{,}5}{\sqrt{100}}$ +12= *11,88kg*

Prueba de Hipótesis

Criterio de decisión:

Se acepta la H_0 si el valor observado en la muestra es mayor o igual a 11,88kg

Se rechaza la H_0 si el valor observado en la muestra es menor a 11,88kg.



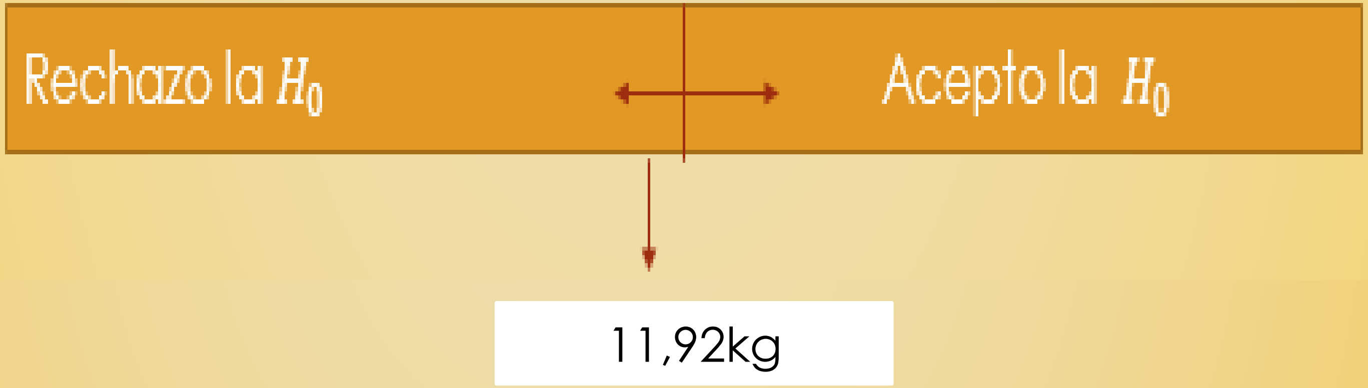
α = 0,05 → Z_c =-1,64 → $\bar{X}_c$ = -1,64 $\frac{0,5}{\sqrt{100}}$ + 12= 11,92kg

Prueba de Hipótesis

Criterio de decisión.

Se acepta la H_0 si el valor observado en la muestra es mayor o igual a 11,92

Se rechaza la H_0 si el valor observado en la muestra es menor a 11,92kg.



Prueba de Hipótesis

Para un α= 0,01y para un α= 0,05,rechazo la H_0, o sea, creo que la elongación media del hilo es significativamente menor que 12kg, ya que en ambos casos, la media maestral de 11,83 kg es menor a los respetivos valores críticos

d) Encuentre β para el caso donde la elongación media real es de 11,7kg para n=36

- α= 0,01 $\bar{x}_c$=11.806

β = P($\bar{X}$ > 11,806kg / μreal = 11,7 kg)= 1-pnorm(11.806,11.7, $\frac{0,05}{\sqrt{36}}$)

$$P\left(Z > \frac{11,806-11,7}{\frac{0,05}{\sqrt{36}}}\right) = P(Z > 1,27) = 0,10204$$

Tenemos una probabilidad de 0,10204 de aceptar la hipótesis nula μ_{H0}=12kg cuando en realidad es falsa μ_{real} =11,7kg. Esto indica que la potencia de la prueba 1-β, es de 0,89796. Diremos entonces que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa (y no cometemos error) es de 0,89796

Prueba de Hipótesis

- α= 0,05

β = P($\bar{X}$ > 11,86kg / μ = 11,7 kg)=

$$P\left(Z > \frac{11{,}806-11{,}7}{\frac{0{,}05}{\sqrt{36}}}\right) = P(Z > 1{,}92) = 0{,}02743$$

Tenemos una probabilidad de 0,02743 de aceptar la hipótesis nula μ_{H0}=12kg cuando en realidad es falsa μ_{real} =11,7kg. Esto indica que la potencia de la prueba 1-β, es de 0,97257. Diremos entonces que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa (y no cometemos error) es de 0,97257

e) Encuentre β para el caso donde la elongación media real es de 11,7kg para n=100

- α= 0,01

β = P($\bar{X}$ > 11,88kg / μ = 11,7 kg)=

$$P\left(Z > \frac{11{,}88-11{,}7}{\frac{0{,}05}{\sqrt{100}}}\right) = P(Z > 3{,}6) = 0{,}00016$$

Prueba de Hipótesis

Tenemos una probabilidad de 0,00016 de aceptar la hipótesis nula μ_{H0}=12kg cuando en realidad es falsa μ_{real} =11,7kg.

Esto indica que la potencia de la prueba 1-β, es de 0,99984. Diremos entonces que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa (y no cometemos error) es de 0,99984.

- α= 0,05

β = P($\bar{X}$ > 11,99kg / μ = 11,7 kg)=

$$P\left(Z > \frac{11{,}99-11{,}7}{\frac{0{,}05}{\sqrt{100}}}\right) = P(Z > 4{,}4) = 0{,}00001$$

Tenemos una probabilidad de 0.00001 de aceptar la hipótesis nula μ_{H0}=12kg cuando en realidad es falsa μ_{real} =11,7kg. Esto indica que la potencia de la prueba 1-β, es de 0,99999. Diremos entonces que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo falsa (y no cometemos error) es de 0,99999

Prueba de Hipótesis

4) Un fabricante está interesado en el voltaje de salida de una fuente de alimentación. Se supone que el voltaje de salida tiene una distribución Normal, con desviación estándar 1V y media 5V. El fabricante desea probar H_0 : μ=5v contra H_1: μ ≠5V.

X: "Voltaje de salida de una fuente de alimentación "

X~ Normal(μ=5V, σ=1V)

$\bar{x}$~ Normal ($\mu_{\bar{x}}$ =μ, $\sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n}$) Por provenir la muestra de una distribución Normal

a) ¿Es cierto lo que dice el fabricante si en una muestra de 64 fuentes obtuvo un promedio de 5,3V? (α =0,05)

Según los datos del problema

μ= 5V

n= 64 fuentes

$\bar{x}_0$ = 5,3V

Prueba de Hipótesis

Las hipótesis propuestas son

H_0 : μ=5v

H_1: μ ≠5V.

Para el nivel de significancia indicado, los valores críticos son:

α=0,05 Z_C=± 1,96 Encontrado con R qnorm(0.0025,0,1)

$\bar{X}_{C1}$= -1,96. $\frac{1}{\sqrt{64}}$ + 5=4,755v qnorm(0.975,0,1)

$\bar{X}_{C2}$= 1,96. $\frac{1}{\sqrt{64}}$ + 5=5,245v

Por lo que decidimos **rechazar la H_0**,*ya que el valor critico 2 es menor que el valor observado en la muestra, es decir, el valor observado no se encuentra entre los valores críticos*

Prueba de Hipótesis

Según la conclusión interpretamos:

Se *rechaza la* H_0, es decir, se concluye con un nivel de significancia de 0,05 que hay diferencias significativas que hacen creer que *el voltaje de salida medio no es de 5V*