ESTADÍSTICA APLICADA I

Unidad II – Variables Aleatorias

Trabajo Práctico Nº 2

T. P. N°2: Ejercicio 3

3) La distribución de probabilidad de la variable aleatoria X, que es el número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme está dada por:

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01

a) Enuncie la variable aleatoria en estudio.

X: "Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme".

b) Construya la distribución de probabilidad acumulada de X y grafique.

X	0	1	2	3	4
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: "Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme".

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0{,}41 & \text{si } 0 \le x < 1 \\ 0{,}78 & \text{si } 1 \le x < 2 \\ 0{,}94 & \text{si } 2 \le x < 3 \\ 0{,}99 & \text{si } 3 \le x < 4 \\ 1 & \text{si } x \ge 4 \end{cases}$$

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: “Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme”.

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

c) ¿Cuántos defectos se espera encontrar por cada 10 metros de tela?

E(X) = Σ x f(x) =

E(X) = 0 x 0,41 + 1 x 0,37 + 2 x 0,16 + 3 x 0,05 + 4 x 0,01

E(X) = 0,88

El valor esperado del número de defectos por cada 10 metros de tela es de 0,88.

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: “Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme”.

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

d) Calcule la varianza de X utilizando la propiedad que determina una regla de cálculo más práctica.

$Var(X) = E(X^2) – E^2(X)$

$Var(X) = (0^2 \times 0{,}41 + 1^2 \times 0{,}37 + 2^2 \times 0{,}16 + 3^2 \times 0{,}05 + 4^2 \times 0{,}01) – (0{,}88)^2$

$Var(X) = 1{,}62 – 0{,}7744 = 0{,}8456$

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: "Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme".

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

d) Calcular la desviación estándar e interprete en el contexto del problema.

DE(X) = √Var(X)

DE(X) = 0,9196

El número de defectos se desvían en promedio del valor esperado en 0,9196.

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: “Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme”.

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

f) Calcular la probabilidad de:

f.1) $P(X=3)$

$P(X=3) = f(3) =$

$P(X=3) = 0,05$

f.2) $P(2<X\leq 4)$

$P(2< X \leq 4) = f(3) + f(4) = F(4) – F(2) =$

$P(2< X \leq 4) = 0,06$

f.3) $P(X>2)$

$P(X > 2) = 1 – P(X \leq 2) = f(3) + f(4) = 1 - F(2) =$

$P(X > 2) = 0,06$

T. P. N°2: Ejercicio 3

X: "Número de defectos por cada 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme".

X	0	1	2	3	4
f(x)	0,41	0,37	0,16	0,05	0,01
F(x)	0,41	0,78	0,94	0,99	1

f) Calcular la probabilidad de:

f.4) $P(X \leq 2)$

$P(X \leq 2) = f(0) + f(1) + f(2) = F(2) =$

$P(X \leq 2) = 0{,}94$

f.5) $P(3 \leq X \leq 5)$

$P(3 \leq X \leq 5) = f(3) + f(4) + f(5) = F(5) - F(2) =$

$P(3 \leq X \leq 5) = 0{,}06$

f.6) $P(X \geq 3)$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = f(3) + f(4) = 1 - F(2) =$

$P(X \geq 3) = 0{,}06$

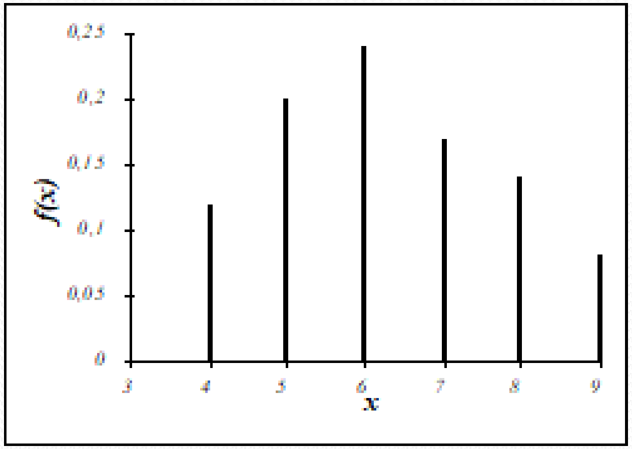
T. P. N°2: Ejercicio 5

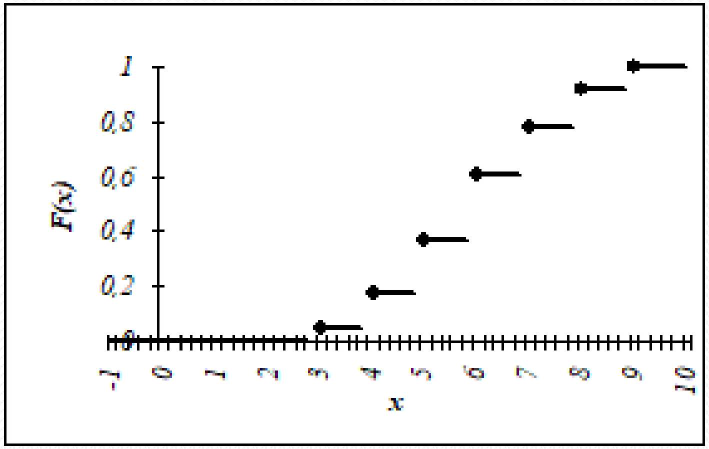
5) Se sabe por experiencia que la demanda diaria de un producto perecedero es como se muestra en la siguiente tabla:

X	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0,05	0,12	0,20	0,24	0,17	0,14	0,08

X: " Demanda diaria de un producto perecedero"

a) Grafique la función de cuantía y la función de probabilidad acumulada.





T. P. N°2: Ejercicio 5

X: " Demanda diaria de un producto perecedero"

X	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0,05	0,12	0,20	0,24	0,17	0,14	0,08
F(x)	0,05	0,17	0,37	0,61	0,78	0,92	1

b) Determine la probabilidad de que la demanda diaria sea de más de 4 productos.

$P(X > 4) =$

$P(X > 4) = 1 – P(X \leq 4) = f(5) + f(6) + f(7) + f(8) + f(9) = 1 – F(4) =$

$P(X > 4) = 0{,}83$

c) Determine la probabilidad de que la demanda diaria este entre 3 y 6 productos.

$P(3 \leq X \leq 6) =$

$P(3 \leq X \leq 6) = f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = F(6) –F(2) =$

$P(3 \leq X \leq 6) = 0{,}61$

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda diaria sea de 4 ó menos de 4 productos?

$P(X = 4 \cup X< 4) =$

$P(X \leq 4) = F(4) = 0{,}17$

T. P. N°2: Ejercicio 5

X: " Demanda diaria de un producto perecedero"

X	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0,05	0,12	0,20	0,24	0,17	0,14	0,08
F(x)	0,05	0,17	0,37	0,61	0,78	0,92	1

e) Si cada artículo tiene un costo total de \$ 45 con un precio de venta de \$75, ¿cuál es la utilidad **esperada**?

E(X) = 3.0,05 + 4.0,12 + 5.0,20 + 6.0,24 + 7.0,17 + 8.0,14 + 9.0,08 =
E(X) = 6,1 productos
Se espera vender 6,1 productos por día.

Con un costo total de:
6,1 x \$45 = \$274,5

Serán vendidos a \$75 cada uno, es decir, se recaudarán;
6,1 x \$75 = \$457,5

Por lo tanto, la utilidad esperada será de:
Utilidad esperada = \$457,5 - \$274,5 = \$ 183

T. P. N°2: Ejercicio 6

6) Se numeran cinco cartas del 1 al 5. Se sacan dos cartas al azar. Sea X: 'Suma de los números obtenidos'. Encontrar:

a) la distribución de X.

b) la media, la varianza y el desvío típico de X.

X: "Suma de los números obtenidos".

X	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

P(X=3) = f(3) = 1/10 = 0,1
P(X=4) = f(4) = 1/10 = 0,1
P(X=5) = f(5) = 2/10 = 0,2
P(X=6) = f(6) = 2/10 = 0,2
P(X=7) = f(7) = 2/10 = 0,2
P(X=8) = f(8) = 1/10 = 0,1
P(X=9) = f(9) = 1/10 = 0,1

T. P. N°2: Ejercicio 6

X: “Suma de los números obtenidos”.

b) la media, la varianza y el desvío típico de X.

X	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

E(X) = 3 x 0,1 + 4 x 0,1 + 5 x 0,2 + 6 x 0,2 + 7 x 0,2 + 8 x 0,1 + 9 x 0,1 =
E(X) = 6
El valor esperado de la suma de los números obtenidos al sacar dos cartas de cinco numeradas de 1 al 5, es de 6.

$Var(X) = E(X^2) – E(X)^2 =$
$E(X^2) = 3^2x0,1 + 4^2x0,1 + 5^2x0,2 + 6^2x0,2 + 7^2x0,2 + 8^2x0,1 + 9^2x0,1 =$
$E(X^2) = 39$
$Var(X) = 39 – 6^2 = 3$

DE(X) = 1,732

T. P. N°2: Ejercicio 2-12

2.12) Las probabilidades que una auditor externo de una empresa de servicios, examines sus registros financieros 0, 1, 2, 3, 4 ó más veces al año son 0,12; 0,25; 0,30; 0,25; 0,08

a) Enuncie la variable aleatoria de interés

b) Determina la función de distribución acumulada de probabilidades de la variable en estudio.

a) X: "Cantidad de veces al año, que un auditor externo de una empresa de servicios examina sus registros financieros ".

b)

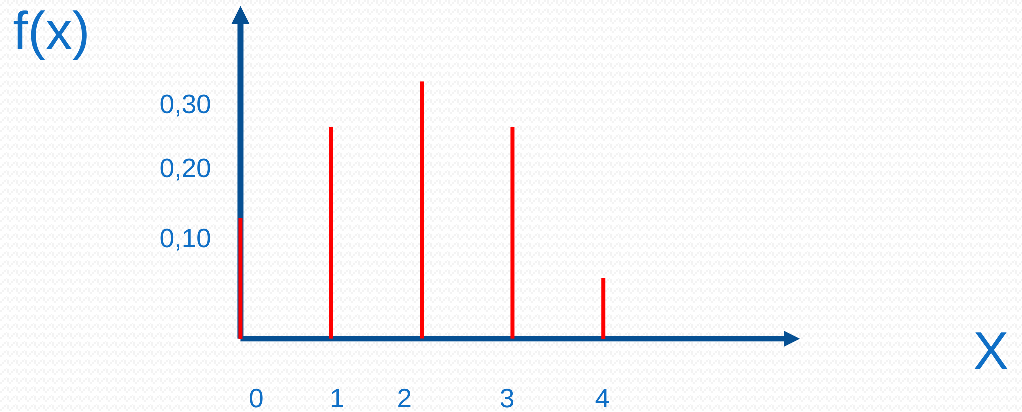
X	0	1	2	3	4
f(x)	0,12	0,25	0,30	0,25	0,08
F(x)	0,12	0,37	0,67	0,92	1

T. P. N°2: Ejercicio 2-12

X: “Cantidad de veces al año, que un auditor externo de una empresa de servicios examina sus registros financieros”.

X	0	1	2	3	4
f(X)	0,12	0,25	0,30	0,25	0,08
F(X)	0,12	0,37	0,67	0,92	1

c) Grafique la función de probabilidad y la función de distribución acumulada de la variable aleatoria en estudio.



d) Calcule la probabilidad de que un auditor no examine los registros financieros en el año.

P(X = 0) =

P(X = 0) = 0,12

T. P. N°2: Ejercicio 2-12

X: "Cantidad de veces al año, que un auditor externo de una empresa de servicios examina sus registros financieros".

X	0	1	2	3	4
f(X)	0,12	0,25	0,30	0,25	0,08
F(X)	0,12	0,37	0,67	0,92	1

e) Calcule la probabilidad de que un auditor examine los registros financieros:

ea) por lo menos una vez al año.

$P(X \geq 1) =$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - F(0) =$

$P(X \geq 1) = 0,88$

eb) menos de tres veces al año.

$P(X < 3) =$

$P(X < 3) = f(0) + f(1) + f(2) = F(2) =$

$P(X < 3) = 0,67$

T. P. N°2: Ejercicio 2-12

X: "Cantidad de veces al año, que un auditor externo de una empresa de servicios examina sus registros financieros".

X	0	1	2	3	4
f(X)	0,12	0,25	0,30	0,25	0,08
F(X)	0,12	0,37	0,67	0,92	1

e) Calcule la probabilidad de que un auditor examine los registros financieros:

ec) entre una y tres veces al año, (inclusive).

$P(1 \leq X \leq 3) =$

$P(1 \leq X \leq 3) = f(1) + f(2) + f(3) = F(3) - F(0) =$

$P(1 \leq X \leq 3) = 0{,}80$

ed) cuatro o más veces al año.

$P(X \geq 4) =$

$P(X \geq 4) = f(4) = 1 - P(X < 4) = 1 - F(3) =$

$P(X \geq 4) = 0{,}08$

T. P. N°2: Ejercicio 2-24

2.24) La demanda diaria de copias de las guías de trabajos prácticos en una fotocopiadora en una Universidad estatal, tiene la siguiente distribución de probabilidades:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0,06	0,14	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,04	0,03
F(x)	0,06	0,20	0,36	0,50	0,62	0,72	0,80	0,87	0,93	0,97	1

X: "Demanda diaria de copias de las guías de trabajos prácticos en una fotocopiadora en una Universidad estatal".

a) Verificar si la función $f_X(x)$ cumple las condiciones para ser una función de probabilidad.

1) f(x) ≥ 0

2) ∑ f(x) = 1

b) Represente gráficamente la función de probabilidad, $f_X(x)$.

T. P. N°2: Ejercicio 2-24

X: "Demanda diaria de copias de las guías de trabajos prácticos en una fotocopiadora en una Universidad estatal".

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0,06	0,14	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,04	0,03
F(x)	0,06	0,20	0,36	0,50	0,62	0,72	0,80	0,87	0,93	0,97	1

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado se pidan más de 3 copias de las guías de trabajos prácticos?

$P(X > 3) =$

$P(X > 3) = 1 – P(X \leq 3) = 1 – F(3) =$

$P(X > 3) = 0{,}50$

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda en un día, sea por lo menos de dos pero no más de 6 copias?

$P(X \geq 2 \cap X \leq 6) =$

$P(X \geq 2 \cap X \leq 6) = P(2 \leq X \leq 6) = F(6) – F(1) =$

$P(2 \leq X \leq 6) = 0{,}60$

T. P. N°2: Ejercicio 2-24

X: “Demanda diaria de copias de las guías de trabajos prácticos en una fotocopiadora en una Universidad estatal”.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0,06	0,14	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,04	0,03
F(x)	0,06	0,20	0,36	0,50	0,62	0,72	0,80	0,87	0,93	0,97	1

e) La política de la fotocopiadora es tener 8 copias de las guías de trabajos prácticos al inicio de cada día, ¿cuál es la probabilidad que en un día particular, la demanda supere a la oferta?

$P(X > 8) =$

$P(X > 8) = 1 – P(X \leq 8) = 1- F(8) =$

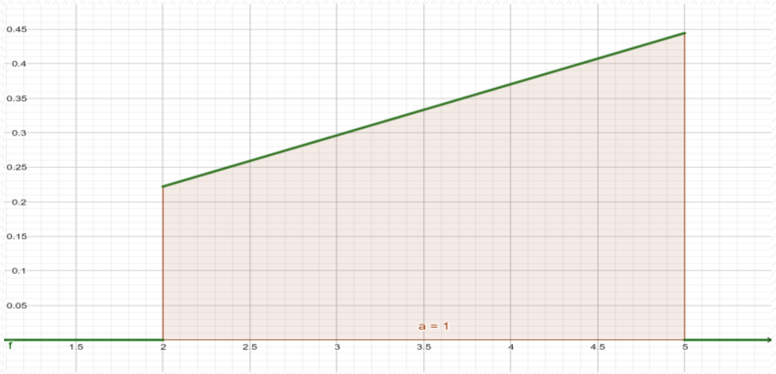
$P(X > 8) = 0,07$

f) Halle la función de distribución acumulada y aplíquela para encontrar las probabilidades de los incisos anteriores.

T. P. N°2: Ejercicio 11

11) Una variable aleatoria continua X que puede asumir valores entre x=2 y x=5 tiene una función densidad dada por f(x)= $\frac{2(1+x)}{27}$

$$f(x) \begin{cases} \frac{2(1+x)}{27} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



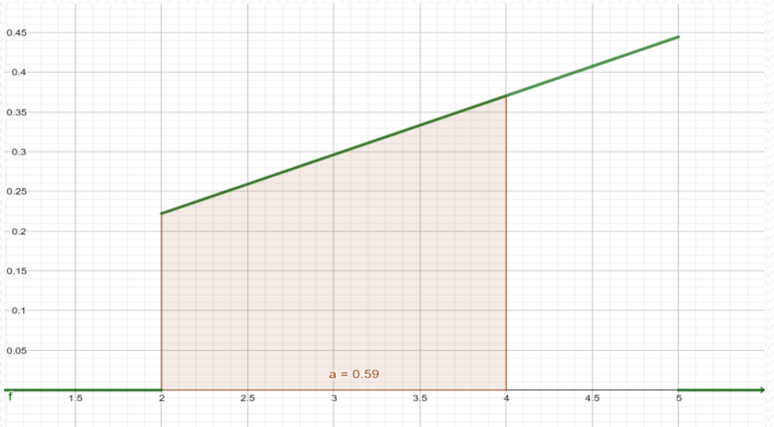
a) Grafique su función de densidad.

b) Encuentre:

I) P(X < 4)

P(X < 4) = $\int_2^4 \frac{2(1+x)}{27}\,dx =$

P(X < 4) = 16/27 = 0,5926



II) P(X ≤ 4)

P(X ≤ 4) = $\int_2^4 \frac{2(1+x)}{27}\,dx =$

P(X ≤ 4) = 0,5926

T. P. N°2: Ejercicio 11

b) Encuentre:

III) $P(X = 4)$

$P(X = 4) = 0$

IV) $P(3 < X \leq 4)$

$P(3 < X \leq 4) = \int_{3}^{4} \frac{2(1+x)}{27}\, dx =$

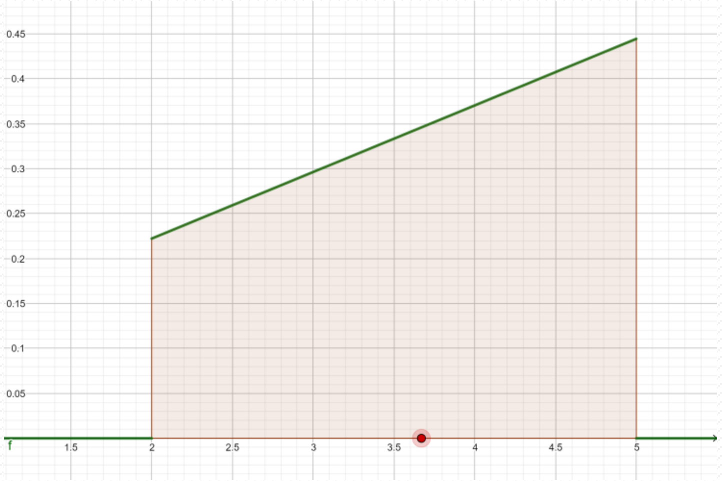
$P(3 < X \leq 4) = 1/3 = 0{,}3333$

c) Halle F(x).

$$F(x) \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \dfrac{x^2 + 2x - 8}{27} & 2 \leq x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

T. P. N°2: Ejercicio 11

d) Halle E(X) y márquela en su gráfico.



E(X) = $\int_2^5 x\, 2\,\frac{(1+x)}{27}\, dx$

E(X) = 11/3 = 3,6667

e) Halle Var(X).

Var(X) = E(X²) – E(X)²

E(X²) = $\int_2^5 x^2\, \frac{2}{27}\,(1+x)\, dx$

E(X²) = 85/6 = 14,1667

Var(X) = 14,1667 – (3,6667)² =

Var (X) = 0,722

T. P. N°2: Ejercicio 13

13) Dada la variable aleatoria continua X con función de densidad
$f(x) = k\, x^2(1-x)$ para $0 \le x \le 1$ y 0 para otro caso.

a) Determinar la constante k, para que dicha función sea una función de densidad.

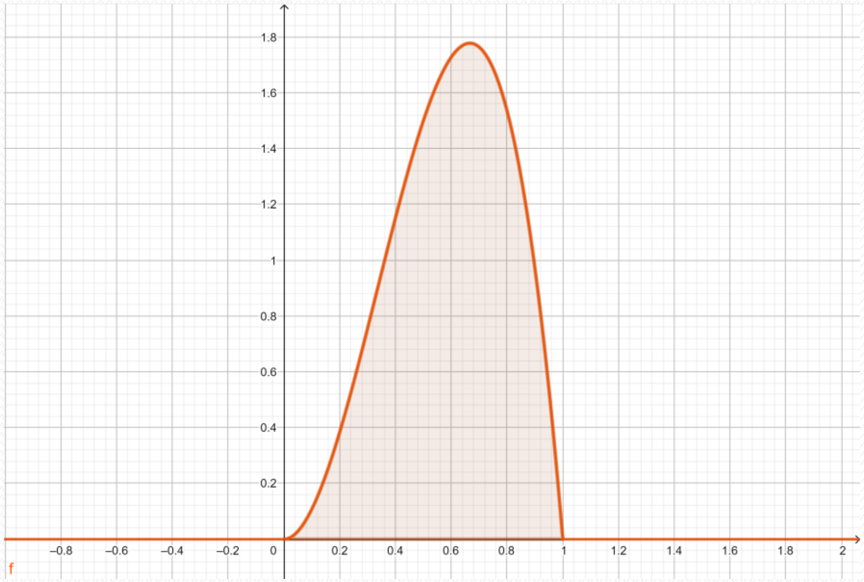
Considerando una de las propiedades de la f(x)

$$\int_0^1 k\, x^2(1-x)dx = 1$$

k = ?

k = 12

b) Grafique su función de densidad.



T. P. N°2: Ejercicio 13

c) Hallar F(x) y grafique.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 4x^3 - 3x^4 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

d) Encuentre esperanza de la variable aleatoria y su desviación estándar.

E(X) = $\int_0^1 x \, 12\, x^2\,(1 - x)dx$

E(X) = 3/5 = 0,6

DE(X) = $\sqrt{Var(X)}$ **=**

E(X²) = $\int_0^1 x^2 12\, x^2\,(1 - x)\, dx$

$E(X^2)$ = 0,4

DE(X) = 0,2

T. P. N°2: Ejercicio 17

17) La duración en minutos de una llamada telefónica de larga distancia se asimila en una variable aleatoria X con función de distribución:

$$F(x) \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}\ e^{-\left(\frac{2}{3}\right)x} - \frac{1}{3} e^{-\left(\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

a) Calcular la función de densidad f(x).
b) Verifique que es una función de densidad comprobando que cumple con las propiedades de f(x).
c) Represente la función de densidad.
d) Calcular la probabilidad de que una llamada dure menos de 2 minutos o más de 10 minutos, utilizando la función de distribución dada.
e) ¿Cuál es el tiempo promedio de duración de una llamada telefónica de larga distancia?

T. P. N°2: Ejercicio 17

X: " Duración en minutos de una llamada telefónica de larga distancia".

$$F(x)\begin{cases} 1-\frac{2}{3}\,e^{-\left(\frac{2}{3}\right)x} - \frac{1}{3}e^{-\left(\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

a) Calcular la función de densidad f(x).

$$f(x)\begin{cases} \frac{4}{9}\,e^{\left(-\frac{2}{3}\right)x} + \frac{1}{9}e^{\left(-\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

b) Verifique que es una función de densidad comprobando que cumple con las propiedades de f(x).

c) Represente la función de densidad.

T. P. N°2: Ejercicio 17

X: " Duración en minutos de una llamada telefónica de larga distancia".

$$F(x) \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}\, e^{-\left(\frac{2}{3}\right)x} - \frac{1}{3} e^{-\left(\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) \begin{cases} \frac{4}{9}\, e^{\left(-\frac{2}{3}\right)x} + \frac{1}{9} e^{\left(-\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

d) Calcular la probabilidad de que una llamada dure menos de 2 minutos o más de 10 minutos, utilizando la función de distribución dada.

$P(X < 2) + P(X > 10) =$

$P(X < 2) + P(X > 10) = F(2) + (1 - F(10)) =$

$P(X < 2) + P(X > 10) = 0{,}6659$

T. P. N°2: Ejercicio 17

X: " Duración en minutos de una llamada telefónica de larga distancia".

$$F(x) \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}\, e^{-\left(\frac{2}{3}\right)x} - \frac{1}{3} e^{-\left(\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) \begin{cases} \frac{4}{9}\, e^{\left(-\frac{2}{3}\right)x} + \frac{1}{9} e^{\left(-\frac{1}{3}\right)x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

e) ¿Cuál es el tiempo promedio de duración de una llamada telefónica de larga distancia?

E(X) = ?

E(X) = 2

El tiempo promedio de una duración de una llamada telefónica de larga distancia es de 2 minutos.

T. P. N°2: Ejercicio 2-17

2.17) La temperatura (en grados centígrados) en la cual se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante, es una variable aleatoria con función de distribución acumulativa dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < -1 \\ \dfrac{3}{18}\left(x + \dfrac{x^3}{3}\right) + \dfrac{4}{18} & si -1 \leq x < 2 \\ 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

a) Enuncie la variable aleatoria.

X: " Temperatura, en grados centígrados, en la que se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante."

b) Compruebe que la función dada es una función de distribución acumulativa.

c) En caso que sea una función de distribución acumulativa, entonces encuentre la función de densidad y grafíquela.

T. P. N°2: Ejercicio 2-17

X: " Temperatura, en grados centígrados, en la que se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante."

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < -1 \\ \frac{3}{18}\left(x + \frac{x^3}{3}\right) + \frac{4}{18} & si -1 \leq x < 2 \\ 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) \begin{cases} 0 & \text{en otro caso} \\ \frac{x^2+1}{6} & -1 \leq x < 2 \end{cases}$$

T. P. N°2: Ejercicio 2-17

X: " Temperatura, en grados centígrados, en la que se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante."

d) Calcule la probabilidad de que la temperatura sea superior a 0°.

Usando la función de densidad:

P(X > 0) = $\int_0^2 \frac{x^2+1}{6}$ **dx**

P(X > 0) = 0,7778

Usando la función acumulada:

P(X > 0) = 1 – F(0)

P(X > 0) = 1 – 0,2222 = 0,7778

T. P. N°2: Ejercicio 2-17

X: “ Temperatura, en grados centígrados, en la que se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante.”

e) Calcule la probabilidad de que la temperatura de reacción este entre 1,5° y 1,8°.

Usando la función de densidad:

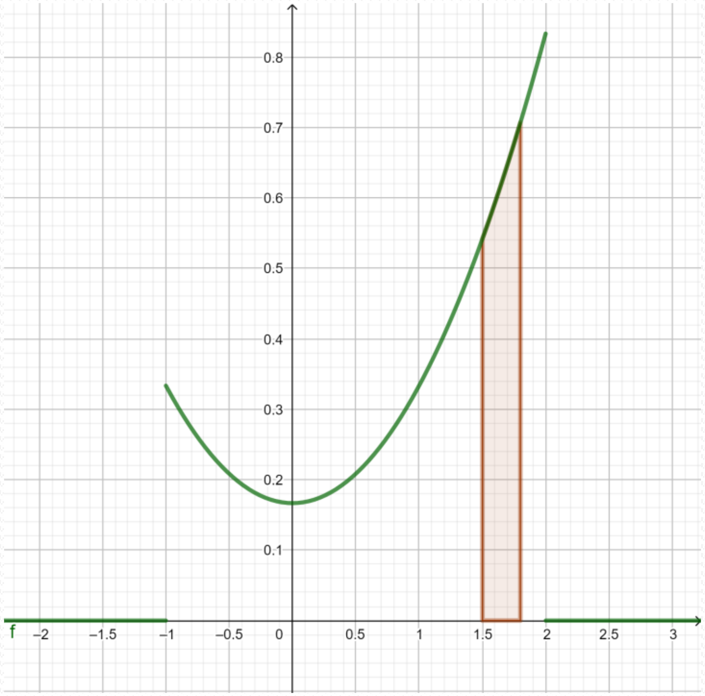
P(1,5 < X < 1,8) = $\int_{1,5}^{1,8} \frac{x^2+1}{6}\, dx$

P(1,5 < X < 1,8) = 0,1865

Usando la función acumulada:

P(1,5 < X < 1,8) = F(1,8) – F(1,5)

P(1,5 < X < 1,8) = 0,1865



T. P. N°2: Ejercicio 2-17

X: " Temperatura, en grados centígrados, en la que se produce cierta reacción química en un experimento controlado de laboratorio, manteniendo la presión constante."

f) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura de reacción sea menor a 1,6°, si se sabe que a la temperatura 1,2° aún no había reaccionado?

$P(X < 1{,}6 / X > 1{,}2) = P(X < 1{,}6 \cap X > 1{,}2) / P(X > 1{,}2)$
$P(X < 1{,}6 / X > 1{,}2) = P(1{,}2 < X < 1{,}6) / P(X > 1{,}2) =$
$P(X < 1{,}6 / X > 1{,}2) = 0{,}1982 / 0{,}4818 =$
$P(X < 1{,}6 / X > 1{,}2) = 0{,}4114$

La probabilidad de que la temperatura de reacción sea menor a 1,6°, si se sabe que a la temperatura 1,2° aún no había reaccionado es de 0,4114.

T. P. N°2: Ejercicio 2-20

2.20) El tiempo que una aeronave tiene que esperar para poder aterrizar en cierto aeropuerto internacional, en minutos, es una variable aleatoria X, cuya función densidad está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} & x > 0 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Enuncie la variable en estudio. Clasifíquela.

X: "Tiempo, en minutos, que un aeronave tiene que esperar para poder aterrizar en cierto aeropuerto internacional".

b) Encuentre la función de distribución acumulada.

$$F(x) \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x/3} & x > 0 \end{cases}$$

T. P. N°2: Ejercicio 2-20

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} & x > 0 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

$$F(x) \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x/3} & x > 0 \end{cases}$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de esperar más de 10 minutos, pero menos de 15 minutos, para que una aeronave aterrice?

$P(X > 10)$

$P(X < 15)$

$P(X > 10 \cap X < 15) =$

$P(X > 10 \cap X < 15) = P(10 < X < 15) =$

$P(X > 10 \cap X < 15) = F(15) - F(10) =$

$P(X > 10 \cap X < 15) = 0{,}9933 - 0{,}9643 =$

$P(X > 10 \cap X < 15) = 0{,}0289$

T. P. N°2: Ejercicio 2-20

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} & x > 0 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

$$F(x) \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-x/3} & x > 0 \end{cases}$$

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea menor a media hora?

$P(X < ?) =$

$P(X < 30) = F(30) =$

$P(X < 30) = 0{,}99995$

e) ¿Cuál es la probabilidad de esperar menos de media hora, si se sabe que después de quince minutos de llegar aún no aterriza?

$P(X < 30)$

$P(X > 15)$

$P(X < 30 / X > 15) = P(15 < X < 30) / P(X > 15) =$

$P(X < 30 / X > 15) = 0{,}9933$

T. P. N°2: Ejercicio 2-20

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} & x > 0 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

$$F(x) \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-x/3} & x > 0 \end{cases}$$

f(x)

f) Calcular el percentil 75 (cuantil 0,75).

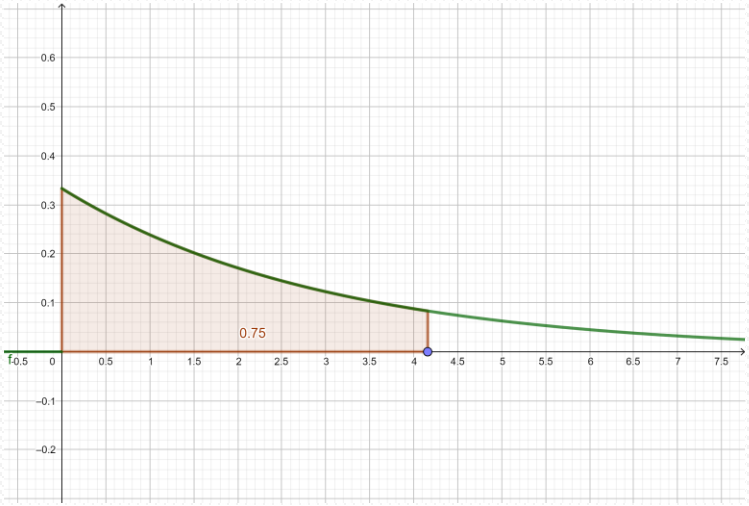
P(X < ?) = ?

$P(X < x_{0,75}) = 0,75$

$P(X < x_{0,75}) = \int_0^x f(x)\,dx = 0,75$

Por lo tanto $x_{0,75} = 4,16$

P(X < 4,16) = 0,75



El 75 % del tiempo de espera de una aeronave para poder aterrizar es de 4,16 minutos o menos.

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

2.29) La duración, en cientos de horas, de la batería de un celular recargable es una variable aleatoria continua con la siguiente función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Hallar la función de distribución acumulada de probabilidades de la variable aleatoria X y grafique.

X: " Duración de la batería de un celular recargable, en cientos de horas".

$$F(x) \begin{cases} 0 & x \leq 100 \\ \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{x}\right) 125 & 100 < x < 500 \\ 1 & x \geq 500 \end{cases}$$

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la batería de un celular
ba) dure más de 30000 horas?

P(X > 300) =

P(X > 300) = $\int_{300}^{500} 125\, x^{-2}$ **dx =**

P(X > 300) = 1- P(X < 300) = 1 – F(300) =

P(X > 300) = 0,1667

bb) dure menos de 15000 horas?

P(X < 150) =

P(X < 150) = $\int_{100}^{150} 125\, x^{-2}$ **dx =**

P(X < 150) = P(X < 150) = F(150) =

P(X < 150) = 0,4167

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la batería de un celular

bc) dure menos de 30.000 horas si se sabe que funciona después de 20.000 horas.

P(X < 300 / X > 200) =

P(X < 300 / X > 200) = P(200 < X < 300) / P(X > 200) =

P(X < 300 / X > 200) = 0,2083 / 0,375 =

P(X < 300 / X > 200) = 0,5555

bd) dure más de 30.000 horas si se sabe que funciona después de 18.000 horas.

P(X > 300 / X > 180) =

P(X > 300 / X > 180) =P(X > 300) / P(X > 180) =

P(X > 300 / X > 180) =0,1667 / 0,4444 =

P(X > 300 / X > 180) =0,375

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

X: " Duración de la batería de un celular recargable, en cientos de horas".

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

c) ¿Cuál es la duración mínima que debe tener la batería de un celular para pertenecer al 10% de las baterías que más duran?

$P(X > x) = 0{,}10$ ó $P(X < x) = 0{,}90$

$P(X > x) = 1 - F(x) = 0{,}10$

$P(X > x_q) = 0{,}10$

$x_q = 357{,}14$

La duración mínima que debe tener la batería de un celular para pertenecer al 10% de las baterías que más duran es de 35.714 horas.

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

X: " Duración de la batería de un celular recargable, en cientos de horas".

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

d) ¿Cuál es la duración máxima que deberá tener la batería de un celular para pertenecer al 25% de las que menos duran?

$P(X < x) = 0,25$

$P(X < x_q) = 0,25$ **$x_q = 125$**

e) Calcular el valor de k, tal que la probabilidad de que la duración de la batería de un celular exceda a k sea de 0,60.

$P(X > k) = 0,60$ **ó** **$P(X < k) = 0,40$**

$k = 147,06$

T. P. N°2: Ejercicio 2-29

X: " Duración de la batería de un celular recargable, en cientos de horas".

$$f_X(x) = \begin{cases} 125x^{-2} & si \quad 100 < x < 500 \\ 0 & para\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$

f) Calcular el valor de la mediana.

P(X < x) = 0,50

P(X < x_q) = 0,50 **x_q = 166,66**

El 50 % de la duración de la batería de un celular recargable es de 16.666 horas o menos.