

ESTADÍSTICA APLICADA I

Unidad I - Probabilidad

Trabajo Práctico Nº 1

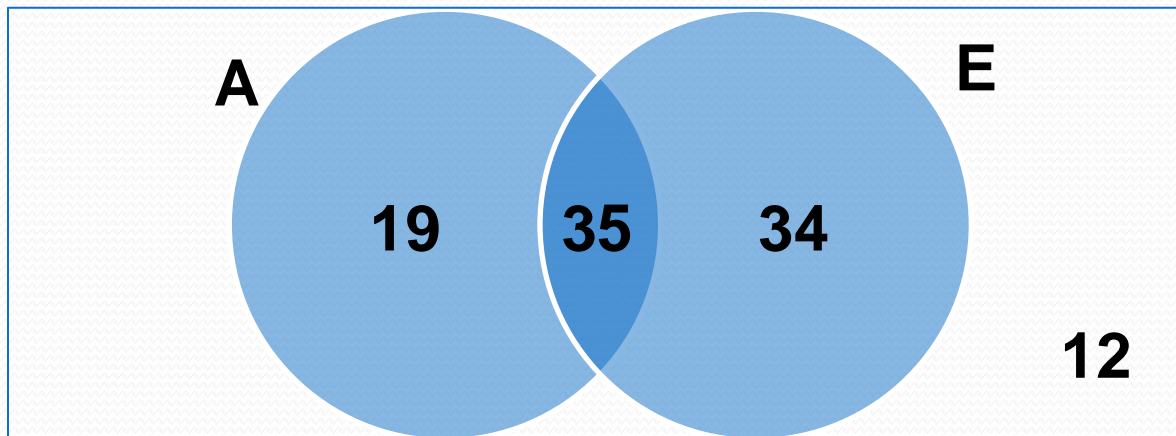
T. P. N°1: Ejercicio 13

13) En una clase de 100 estudiantes de ingeniería, 54 estudiaron álgebra; 69, estadística y 35 estudiaron álgebra y estadística. Si se selecciona al azar uno de estos estudiantes, encuentre la probabilidad de que:

- a) el estudiante haya estudiado álgebra o estadística.
- b) el estudiante no haya estudiado ninguna de estas materias.
- c) el estudiante haya cursado estadística pero no álgebra.

A: Estudiantes que estudiaron Álgebra.

E: Estudiantes que estudiaron Estadística.



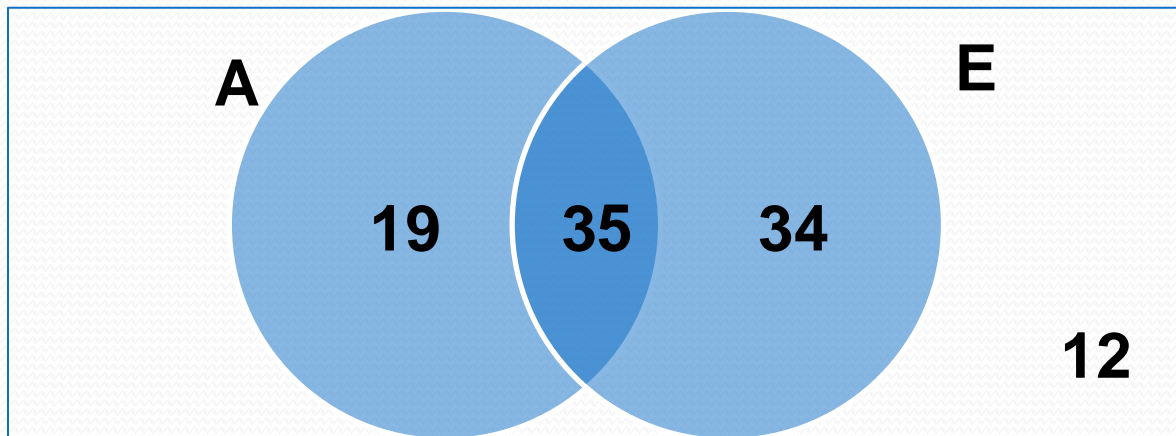
T. P. N°1: Ejercicio 13

- a) el estudiante haya estudiado álgebra o estadística.
- b) el estudiante no haya estudiado ninguna de estas materias.
- c) el estudiante haya cursado estadística pero no álgebra.

$$P(A) = 54/100 = 0,54$$

$$P(E) = 69/100 = 0,69$$

$$P(A \cap E) = 35/100 = 0,35$$



T. P. N°1: Ejercicio 13

$$P(A) = 54/100 = 0,54$$

$$P(E) = 69/100 = 0,69$$

$$P(A \cap E) = 35/100 = 0,35$$

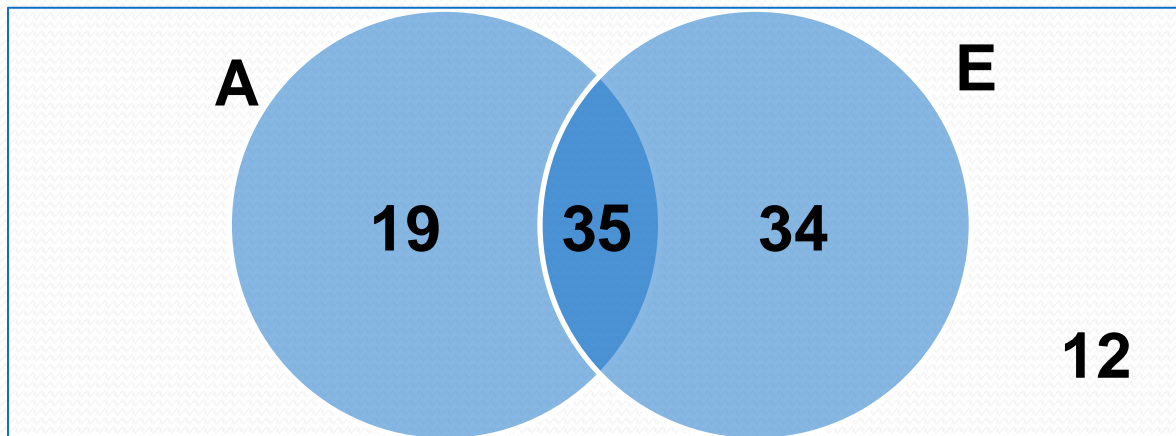
a) el estudiante haya estudiado álgebra o estadística.

$$P(A \cup E) =$$

$$= P(A) + P(E) - P(A \cap E) =$$

$$= 0,54 + 0,69 - 0,35 =$$

$$= 0,88$$



T. P. N°1: Ejercicio 13

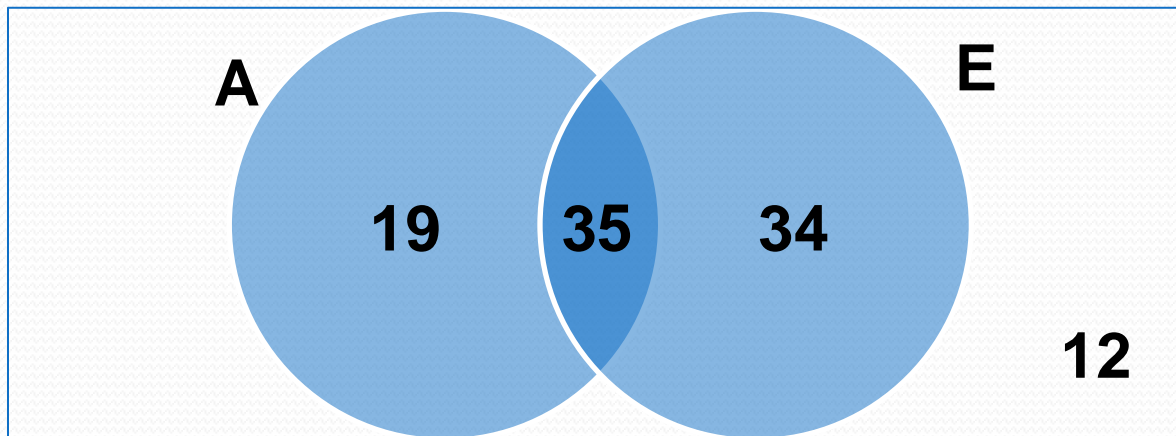
$$P(A) = 54/100 = 0,54$$

$$P(E) = 69/100 = 0,69$$

$$P(A \cap E) = 35/100 = 0,35$$

b) el estudiante no haya estudiado ninguna de estas materias.

$$P(A' \cap E') =$$
$$= 0,12$$



T. P. N°1: Ejercicio 13

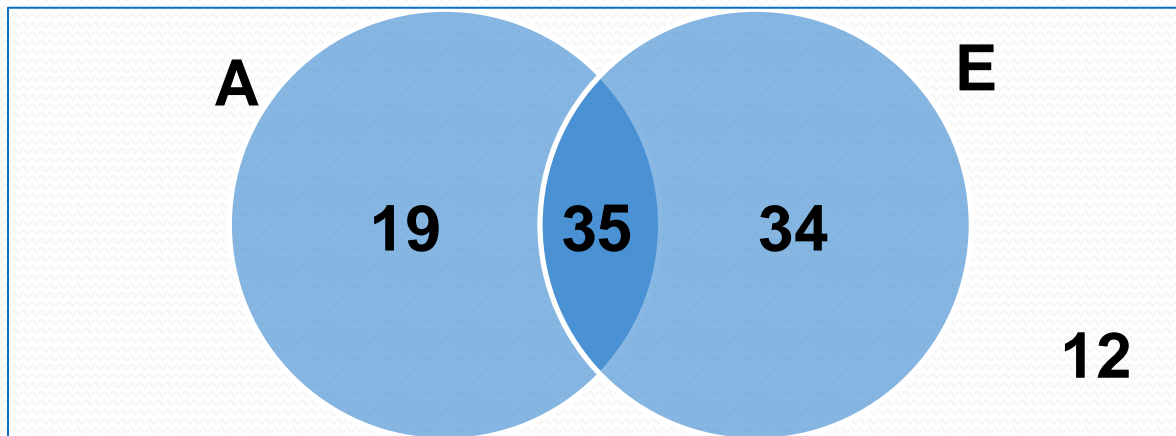
$$P(A) = 54/100 = 0,54$$

$$P(E) = 69/100 = 0,69$$

$$P(A \cap E) = 35/100 = 0,35$$

c) el estudiante haya cursado estadística pero no álgebra.

$$P(E \cap A') =$$
$$= 0,34$$





T. P. N°1: Ejercicio 14

14) Con referencia a las prácticas de salud y la investigación de hábitos, se efectuó un estudio de 500 personas, y se encuentra que 210 de ellas fuman, 258 ingieren bebidas alcohólicas, 216 comen entre comidas, 122 fuman e ingieren bebidas alcohólicas, 83 comen entre comidas e ingieren bebidas alcohólicas, 97 fuman y comen entre comidas y 52 participan de estas 3 malas prácticas para la salud. Si se elige al azar un miembro de este grupo, encuentre la probabilidad de que:

- a) fume pero no ingiera bebidas alcohólicas;
- b) coma entre comidas e ingiera bebidas alcohólicas, pero no fume;
- c) no fume ni coma entre comidas.

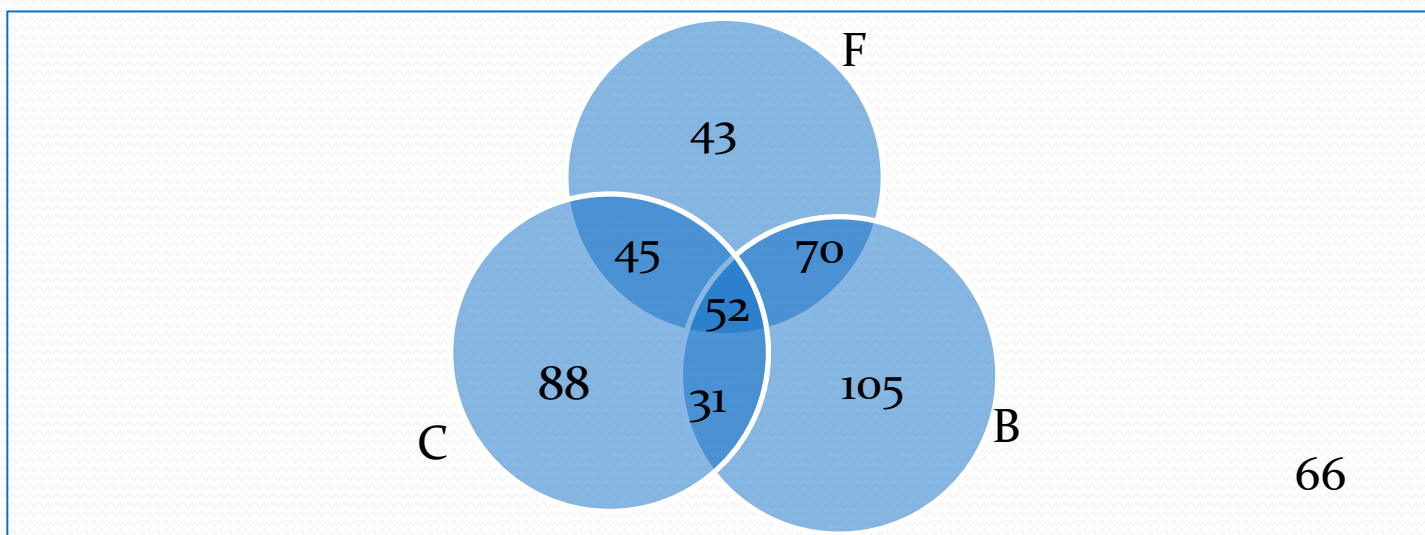
T. P. N°1: Ejercicio 14

14) Con referencia a las prácticas de salud y la investigación de hábitos, se efectuó un estudio de 500 personas, y se encuentra que 210 de ellas fuman, 258 ingieren bebidas alcohólicas, 216 comen entre comidas, 122 fuman e ingieren bebidas alcohólicas, 83 comen entre comidas e ingieren bebidas alcohólicas, 97 fuman y comen entre comidas y 52 participan de estas 3 malas prácticas para la salud. Si se elige al azar un miembro de este grupo, encuentre la probabilidad de que:

F: Personas que fuman

B: Personas que ingieren bebidas alcohólicas

C: Personas que comen entre comidas



T. P. N°1: Ejercicio 14

a) fume pero no ingiera bebidas alcohólicas;

$$P(F \cap B') =$$

$$(43 + 45) / 500 = 88 / 500 = 0,176$$

b) coma entre comidas e ingiera bebidas alcohólicas, pero no fume;

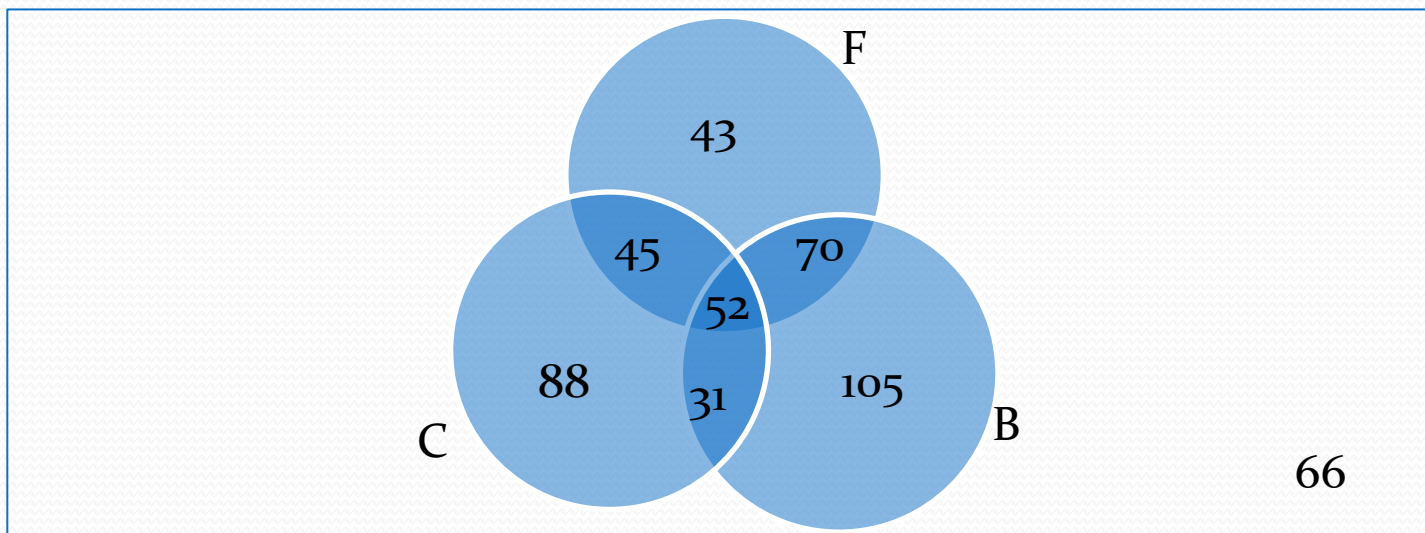
$$P(C \cap B \cap F') =$$

$$31 / 500 = 0,062$$

c) no fume ni coma entre comidas.

$$P(F' \cap C') =$$

$$(105 + 66) / 500 = 171 / 500 = 0,342$$



T. P. N° 1: Ejercicio 16

16) Un estudio de la conducta después del tratamiento de un gran número de drogadictos, sugiere que la probabilidad de reincidencia dentro de los dos años siguientes al tratamiento podía depender de la clase socio-económica a la cual pertenece dada en la siguiente tabla de contingencia:

		Condición dentro del período de dos años después del tratamiento	
		Reincide (R)	No reincide (NR)
Clases Socio-Económicas	Superiores (S)	0.10	0.20
	Medio (M)	0.17	0.13
	Inferior (I)	0.30	0.10

T. P. N°1: Ejercicio 16

R: Personas que reinciden después de 2 años de tratamiento

NR: Personas que No reinciden después de 2 años de tratamiento

S: Personas de clase socio-económicas superior

M: Personas de clase socio-económicas medio

I: Personas de clase socio-económicas inferior

	R	NR	Total
S	0,10	0,20	0,30
M	0,17	0,13	0,30
I	0,30	0,10	0,40
Total	0,57	0,43	1

T. P. N° 1: Ejercicio 16

	R	NR	Total
S	0,10	0,20	0,30
M	0,17	0,13	0,30
I	0,30	0,10	0,40
Total	0,57	0,43	1

a) Si se selecciona al azar a uno de los entrevistados, cuál es la probabilidad de que:

a₁) éste reincida y sea de clase superior.

$$P(R \cap S) = 0,10$$

a₂) pertenezca a la clase socio-económica media.

$$P(M) = 0,30$$

a₃) pertenezca a la clase socio-económica media y no reincida.

$$P(M \cap NR) = 0,13$$

T. P. N° 1: Ejercicio 16

	R	NR	Total
S	0,10	0,20	0,30
M	0,17	0,13	0,30
I	0,30	0,10	0,40
Total	0,57	0,43	1

b) Si el entrevistado que se selecciona pertenece a la clase socio-económica superior, cuál es la probabilidad de que reincida.

$$P(R / S) = \frac{P(R \cap S)}{P(S)}$$

$$P(R / S) = \frac{0,10}{0,30}$$

$$P(R / S) = 0,33$$

T. P. N° 1: Ejercicio 16

	R	NR	Total
S	0,10	0,20	0,30
M	0,17	0,13	0,30
I	0,30	0,10	0,40
Total	0,57	0,43	1

c) Si el entrevistado seleccionado no pertenece a la clase socio-económica inferior, cuál es la probabilidad de que no reincida.

$$P(NR / I') = \frac{P(NR \cap I')}{P(I')} =$$

$$P(NR / I') = \frac{(0,20 + 0,13)}{(1 - 0,40)}$$

$$P(NR / I') = 0,55$$

T. P. N° 1: Ejercicio 16

	R	NR	Total
S	0,10	0,20	0,30
M	0,17	0,13	0,30
I	0,30	0,10	0,40
Total	0,57	0,43	1

d) Analizar si los sucesos M y R son independientes.

$P(M / R) = P(M)$ son iguales?

$$P(M / R) = \frac{P(M \cap R)}{P(R)} = \frac{0,17}{0,57} = 0,2982 \quad P(R/M) = 0,17/0,30 = 0,5667$$

$$P(M) = 0,30$$

$$P(R) = 0,57$$

Los eventos M y R son dependientes.



T. P. N°1: Ejercicio 20

20) Una consultoría económica, en la predicción de la inflación del próximo año, ha concluido que las probabilidades de que la tasa de inflación suba el próximo año es 0,1 si los precios de la energía tienen un incremento despreciable; 0,6 si estos precios se incrementan moderadamente y 0,8 si el incremento es importante. También concluyeron que las probabilidades de un incremento despreciable, moderado e importante en los precios de la energía son 0,2; 0,5 y 0,3 respectivamente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que suba la tasa de inflación?
- b) Si la tasa de inflación sube el próximo año, ¿cuál es la probabilidad de que el incremento en los precios de energía sean moderados?



T. P. N°1: Ejercicio 20

20) Una consultoría económica, en la predicción de la inflación del próximo año, ha concluido que las probabilidades de que la tasa de inflación suba el próximo año es 0,1 si los precios de la energía tienen un incremento despreciable; 0,6 si estos precios se incrementan moderadamente y 0,8 si el incremento es importante. También concluyeron que las probabilidades de un incremento despreciable, moderado e importante en los precios de la energía son 0,2, 0,5 y 0,3 respectivamente.

T: Tasa de inflación

D: Incremento despreciable en los precios de la energía.

M: Incremento moderado de los precios de la energía.

I: Incremento importante de los precios de la energía.

$$P(D) = 0,2$$

$$P(M) = 0,5$$

$$P(I) = 0,3$$

$$P(T/D) = 0,1$$

$$P(T/M) = 0,6$$

$$P(T/I) = 0,8$$

T. P. N°1: Ejercicio 20

T: Tasa de inflación

D: Incremento despreciable en los precios de la energía.

M: Incremento moderado de los precios de la energía.

I: Incremento importante de los precios de la energía.

$$P(D) = 0,2$$

$$P(M) = 0,5$$

$$P(I) = 0,3$$

$$P(T/D) = 0,1$$

$$P(T/M) = 0,6$$

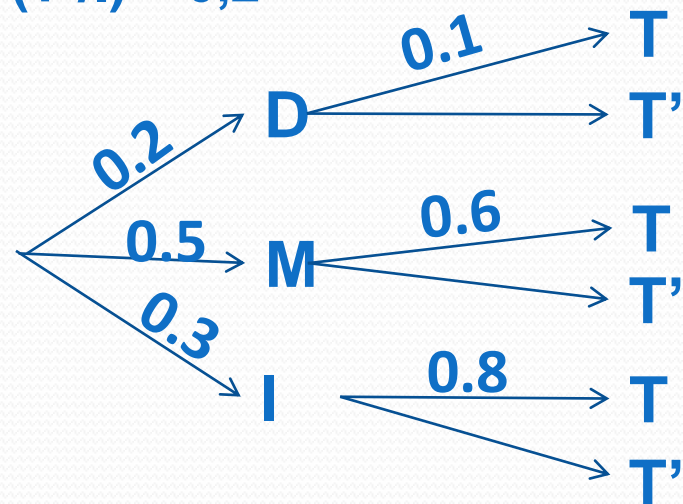
$$P(T/I) = 0,8$$

$$P(T'/D) = 0,9$$

$$P(T'/M) = 0,4$$

$$P(T'/I) = 0,2$$

Diagrama de árbol



T. P. N°1: Ejercicio 20

$$P(D) = 0,2$$

$$P(M) = 0,5$$

$$P(I) = 0,3$$

$$P(T/D) = 0,1$$

$$P(T/M) = 0,6$$

$$P(T/I) = 0,8$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que suba la tasa de inflación?

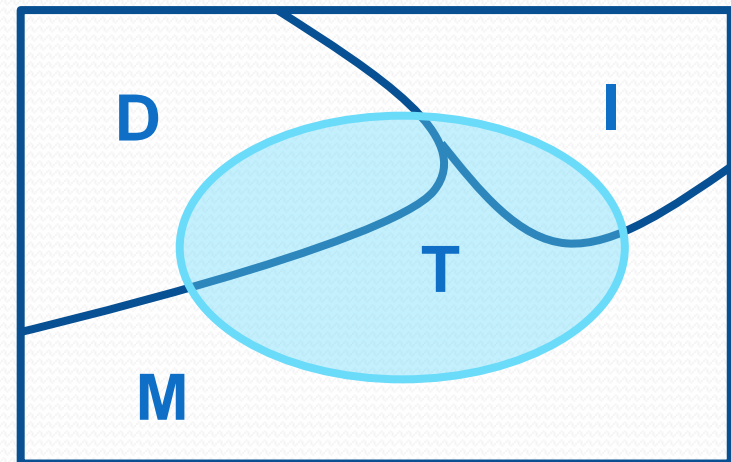
Realizar un diagrama de Venn

$$P(T) = P(D \cap T) + P(M \cap T) + P(I \cap T)$$

$$P(T) = P(D) P(T/D) + P(M) P(T/M) + P(I) P(T/I)$$

$$P(T) = 0,2 \times 0,1 + 0,5 \times 0,6 + 0,3 \times 0,8$$

$$P(T) = 0,56$$



T. P. N°1: Ejercicio 20

$$P(D) = 0,2$$

$$P(M) = 0,5$$

$$P(I) = 0,3$$

$$P(T/D) = 0,1$$

$$P(T/M) = 0,6$$

$$P(T/I) = 0,8$$

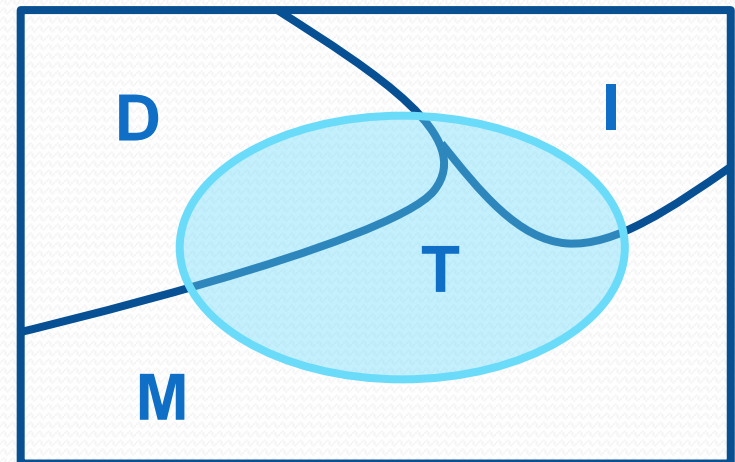
b) Si la tasa de inflación sube el próximo año, ¿cuál es la probabilidad de que el incremento en los precios de energía sean moderados?

$$P(M/T) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)}$$

$$P(M/T) = \frac{P(M) P(T/M)}{P(T)}$$

$$P(M/T) = \frac{0,5 \times 0,6}{0,56}$$

$$P(M/T) = 0,5357$$





T. P. N°1: Ejercicio 1-36

1-36 La empresa ensambladora de notebook recibe sus baterías de tres diferentes distribuidores A, B, C: el 25% de las baterías provienen del distribuidor A, el 45% provienen del distribuidor B y el resto del distribuidor C. Si el 82% de las baterías del distribuidor A, el 65% de las baterías del distribuidor B y el 75% de las baterías del distribuidor C, tienen un rendimiento conforme con las especificaciones.

A: Baterías provenientes de la distribuidora A.

B: Baterías provenientes de la distribuidora B.

C: Baterías provenientes de la distribuidora C.

E: Rendimiento conforme a las especificaciones.

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(E/C) = 0,75$$

T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(E/C) = 0,75$$

Armar una tabla:

	E	E'	Total
A	0,205	0,045	0,25
B	0,2925	0,1575	0,45
C	0,225	0,075	0,30
Total	0,7225	0,2775	1

$$P(A \cap E) = P(A) P(E/A) = 0,25 \times 0,82 = 0,205$$

$$P(B \cap E) = P(B) P(E/B) = 0,45 \times 0,65 = 0,2925$$

$$P(C \cap E) = P(C) P(E/C) = 0,30 \times 0,75 = 0,225$$



T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/C) = 0,75$$

i. Calcule la probabilidad:

a) De que tenga un rendimiento conforme con las especificaciones.

$$P(E) = P(A) P(E/A) + P(B) P(E/B) + P(C) P(E/C)$$

$$P(E) = 0,25 \times 0,82 + 0,45 \times 0,65 + 0,30 \times 0,75$$

$$P(E) = 0,7225$$

b) De que tenga un rendimiento conforme con las especificaciones y que provenga del distribuidor B.

$$P(E \cap B) = P(B) P(E/B)$$

$$P(E \cap B) = 0,45 \times 0,65$$

$$P(E \cap B) = 0,2925$$



T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/C) = 0,75$$

i. Calcule la probabilidad:

c) De que provenga del distribuidor B, sabiendo que tiene un rendimiento conforme con las especificaciones

$$P(B/E) = \frac{P(B) P(E/B)}{P(E)}$$

$$P(B/E) = \frac{(0,45 \times 0,65)}{0,7225}$$

$$P(B/E) = 0,4048$$



T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/C) = 0,75$$

i. Calcule la probabilidad:

d) De que provenga del distribuidor A, sabiendo que su rendimiento no cumple con las especificaciones.

$$P(A/E') = \frac{P(A) P(E'/A)}{P(E')}$$

$$P(A/E') = \frac{(0,25 \times 0,18)}{(1 - 0,7225)}$$

$$P(A/E') = 0,1622$$



T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/C) = 0,75$$

i. Calcule la probabilidad:

e) De que no provenga del distribuidor B, sabiendo que tiene un rendimiento conforme con las especificaciones.

$$P(B'/E) = \frac{P(B' \cap E)}{P(E)}$$

$$P(B'/E) = \frac{0,43}{0,7225}$$

$$P(B'/E) = 0,5952$$

	E	E'	Total
A	0,205	0,045	0,25
B	0,2925	0,1575	0,45
C	0,225	0,075	0,30
Total	0,7225	0,2775	1



T. P. N°1: Ejercicio 1-36

$$P(A) = 0,25$$

$$P(E/A) = 0,82$$

$$P(B) = 0,45$$

$$P(E/B) = 0,65$$

$$P(C) = 0,30$$

$$P(E/C) = 0,75$$

ii. A partir de los probabilidades calculadas puede decir si se cumple la siguiente relación: $P(B/E) + P(\bar{B}/E) = 1$

$P(B/E) = 0,4048$ según ítem c)

$P(B'/E) = 0,5952$ según ítem e)

Si se cumple la relación.

iii. En caso que se cumpla que puede decir de los sucesos?

Los sucesos son complementarios.



T. P. N°1: Ejercicio 1-60

1-60 Una empresa ensambladora recibe microcircuitos provenientes de tres distintos proveedores, F_1 , F_2 y F_3 . El 50% del total se compra al proveedor F_1 mientras que a F_2 y F_3 se le compra un 25% a cada uno de ellos. El proveedor F_1 fabrica un 5% de microcircuitos defectuosos, el F_2 y F_3 fabrican el 10 y 12% de defectuosos respectivamente. Los microcircuitos se almacenan en la planta sin importar quién es el proveedor.

F1: Proveedor 1 de microcircuitos.

F2: Proveedor 2 de microcircuitos.

F3: Proveedor 3 de microcircuitos.

D: Microcircuitos defectuosos.

$$P(F1) = 0,50$$

$$P(F2) = 0,25$$

$$P(F3) = 0,25$$

$$P(D/F1) = 0,05$$

$$P(D/F2) = 0,10$$

$$P(D/F3) = 0,12$$

T. P. N°1: Ejercicio 1-60

$$P(F1) = 0,50$$

$$P(F2) = 0,25$$

$$P(F3) = 0,25$$

$$P(D/F1) = 0,05$$

$$P(D/F2) = 0,10$$

$$P(D/F3) = 0,12$$

	D	D'	Total
F1	0,025	0,475	0,50
F2	0,025	0,225	0,25
F3	0,03	0,22	0,25
Total	0,08	0,92	1

Se elige al azar un microcircuito:

a) Determinar la probabilidad de que sea defectuoso.

a) $P(D) = ?$

$$P(D) = 0,08$$

$$P(D) = P(F1) P(D/F1) + P(F2) P(D/F2) + P(F3) P(D/F3)$$



T. P. N°1: Ejercicio 1-60

$$P(F1) = 0,50$$

$$P(F2) = 0,25$$

$$P(F3) = 0,25$$

$$P(D/F1) = 0,05$$

$$P(D/F2) = 0,10$$

$$P(D/F3) = 0,12$$

Se elige al azar un microcircuito:

b) Que no es defectuoso, cuál es la probabilidad de que proceda del proveedor F_2 .

$$b) P(F2 \cap D') \text{ ó } P(F2/D') \text{ ó } P(D'/F2)$$

$$P(F2/D') =$$

$$P(F2/D') = P(F2 \cap D') / P(D')$$

$$P(F2/D') = 0,225 / 0,92$$

$$P(F2/D') = 0,2446$$

	D	D'	Total
F1	0,025	0,475	0,50
F2	0,025	0,225	0,25
F3	0,03	0,22	0,25
Total	0,08	0,92	1



T. P. N°1: Ejercicio 5 compl.

5) Se extraen cuatro cartas sucesivamente, de un mazo francés (de 52 cartas). ¿Cuál es la probabilidad de que en cada una de las cuatro extracciones salga un as?

a) Con reposición.

b) Sin reposición.

A1: Obtener un as en la primer extracción.

A2: Obtener un as en la segunda extracción.

A3: Obtener un as en la tercer extracción.

A4: Obtener un as en la cuarta extracción.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(A1 \cap A2 \cap A3 \cap A4) &= \\ &= P(A1) P(A2) P(A3) P(A4) = \\ &= 4/52 \times 4/52 \times 4/52 \times 4/52 = 0,000035 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(A1 \cap A2 \cap A3 \cap A4) &= \\ &= P(A1) P(A2 / A1) P(A3 / (A1 \cap A2)) P(A4 / (A1 \cap A2 \cap A3)) \\ &= 4/52 \times 3/51 \times 2/50 \times 1/49 = 0,0000037 \end{aligned}$$

T. P. N°1: Ejercicio Power

2.10.

Para matrimonios que viven en cierto suburbio la probabilidad de que el esposo vote en un referéndum es 0,21, la probabilidad de que su esposa vote es 0,28 y la probabilidad de que ambos voten es 0,15. Calcule la probabilidad de que:

- a) Al menos un miembro del matrimonio vote.
- b) Ninguno vote.
- c) Sólo vote el esposo.
- d) Sólo vote la esposa.
- e) Vote la esposa, debido a que vota el esposo.
- f) Vote el esposo, dado que no vota su esposa.
- g) Dado que no vota el esposo, la esposa no vote.
- h) No vote el esposo, dado que vota su esposa.

H: Que el esposo vote.

M: Que la esposa vote.

$$P(H) = 0,21$$

$$P(M) = 0,28$$

$$P(H \cap M) = 0,15$$

T. P. N°1: Ejercicio

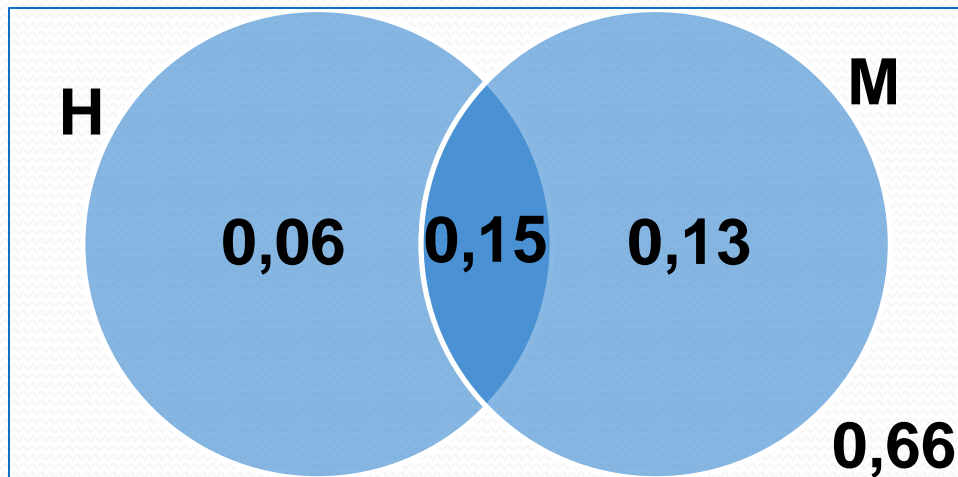
H: Que el esposo vote.

M: Que la esposa vote.

$$P(H) = 0,21$$

$$P(M) = 0,28$$

$$P(H \cap M) = 0,15$$



T. P. N°1: Ejercicio

a) Al menos un miembro del matrimonio vote.

$$P(H \cup M) = 0,34$$

b) Ninguno vote.

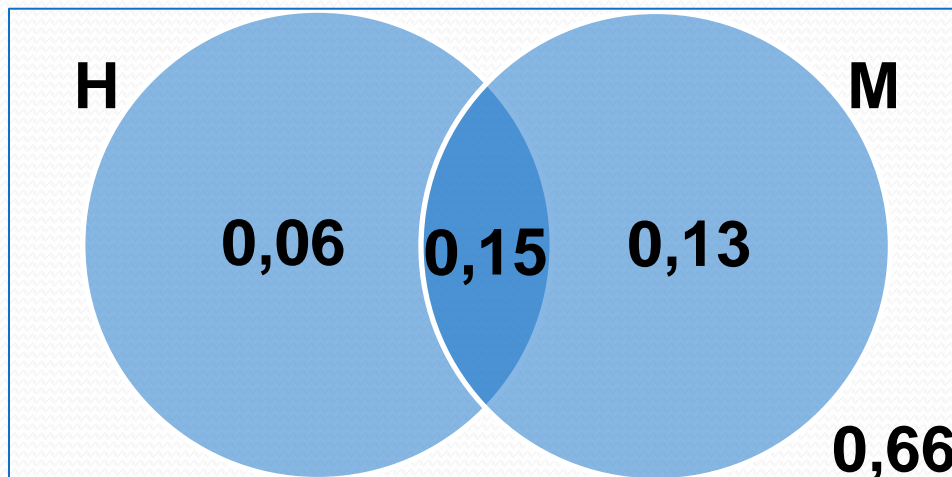
$$P(H' \cap M') = 0,66$$

c) Solo vote el esposo.

$$P(H \cap M') = 0,06$$

d) Sólo vote la esposa.

$$P(H' \cap M) = 0,13$$



T. P. N°1: Ejercicio

e) Vote la esposa, debido a que vota el esposo.

$$P(M/H) = P(M \cap H) / P(H) = 0,15/0,21 = 0,7143$$

f) Vote el esposo, dado que no vota la esposa.

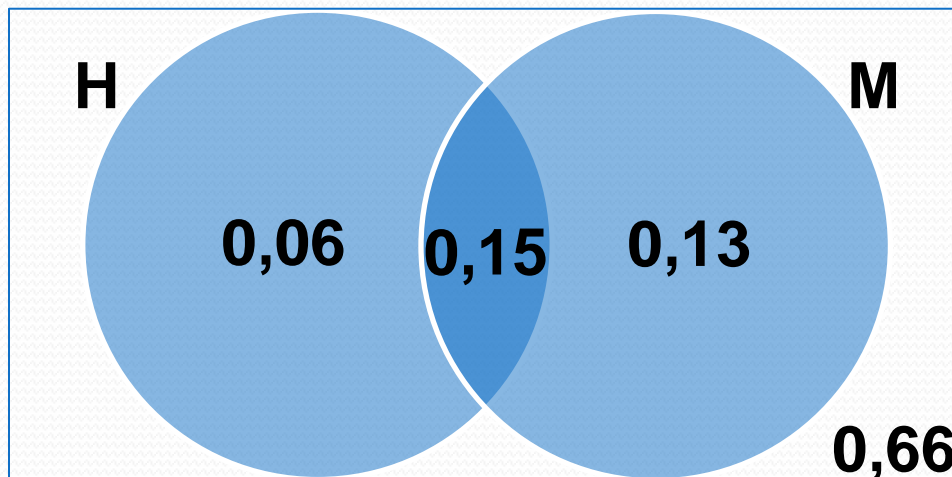
$$P(H/M') = P(H \cap M') / P(M') = 0,06/0,72 = 0,0833$$

g) Dado que no vota el esposo, la esposa no vote.

$$P(M'/H') = P(M' \cap H') / P(H') = 0,66/0,79 = 0,8354$$

h) No vote es esposo, dado que vota su esposa.

$$P(H'/M) = P(H' \cap M) / P(M) = 0,13/ 0,28 = 0,4643$$





T. P. N°1: Ejercicios

La probabilidad de que un vuelo programado normalmente salga a tiempo es $P(D) = 0.83$, la probabilidad de que llegue a tiempo es $P(A) = 0.82$ y la probabilidad de que salga y llegue a tiempo $P(D \cap A) = 0.78$.

D: Vuelo programado normalmente salga a tiempo.

A: Vuelo llegue a tiempo.

Calcular la probabilidad de que un avión:

a) llegue a tiempo, dado que salió a tiempo.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,78}{0,83} = 0,94$$

b) salió a tiempo, dado que llegó a tiempo.

$$P(D/A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,78}{0,82} = 0,95$$



T. P. N°1: Ejercicios

D: Vuelo programado normalmente salga a tiempo.

A: Vuelo llegue a tiempo.

$$P(D) = 0,83 \quad P(A) = 0,82 \quad P(D \cap A) = 0,78$$

Tenemos la información de que el vuelo no salió a tiempo. Con esta información adicional, la información más pertinente es $P(A/D')$, esto es, la probabilidad de que llegue a tiempo, dado que no salió a tiempo

$$P(A/D') = \frac{P(A \cap D')}{P(D')} = \frac{(0,82 - 0,78)}{0,17} = 0,24$$

Como resultado, la probabilidad de una llegada a tiempo disminuye significativamente ante la presencia de la información adicional.



T. P. N°1: Ejercicios

Considere un proceso industrial en el ramo textil, en el que se producen listones de una tela específica. Los listones pueden resultar con defectos en dos de sus características: la longitud y la textura. En el segundo caso el proceso de identificación es muy complicado. A partir de información histórica del proceso se sabe que 10% de los listones no pasan la prueba de longitud, que 5% no pasan la prueba de textura y que solo 0.8% no pasan ninguna de las dos pruebas. Si en el proceso se elige un listón al azar y una medición rápida identifica que no pasa la prueba de longitud, ¿cuál es la probabilidad de que la textura esté defectuosa?

L: defecto de longitud.

T: defecto de textura.

$$P(L) = 0,10$$

$$P(T) = 0,05$$

$$P(L \cap T) = 0,008$$



T. P. N°1: Ejercicios

L: defecto de longitud.

T: defecto de textura.

$$P(L) = 0,10$$

$$P(T) = 0,05$$

$$P(L \cap T) = 0,008$$

Dado que el listón tiene una longitud defectuosa, la probabilidad de que este listón tenga una textura defectuosa está dada por:

$$P(T/L) = \frac{P(T \cap L)}{P(L)}$$

$$P(T/L) = \frac{0,008}{0,10} = 0,08$$