PROBABILIDAD

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD MENDOZA

EXPERIMENTOS - CLASIFICACIÓN

EXPERIMENTOS
O
FENÓMENOS

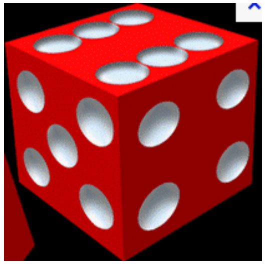
DETERMINÍSTICOS
"a priori" se conoce el resultado

ALEATORIOS
"a posteriori" se conoce el resultado

PROPIEDADES DE LOS EXPERIMENTOS ALEATORIOS

- Son de naturaleza tal que se puede concebir la **repetición**, en las mismas condiciones de experimentación.
- El resultado de cada experimento aleatorio depende de la **casualidad** (esto es de influencias que no pueden ser controladas) y por lo tanto no se puede predecir un resultado único.

EJEMPLOS:



- Tirar un dado y observar qué número sale. A
- Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer. A
- Dejar caer desde cierta altura prefijada una bolita de características físicas conocidas y medir el tiempo que demora en llegar al piso. D
- Tomar una bolita de una bolsa opaca cerrada que contiene 100 bolitas que sólo difieren en su color, siendo 70 negras y 30 blancas, y observar el color de la bolita elegida. A
- Tirar dos monedas y observar los resultados. A

ESPACIO MUESTRAL

- Definición: se llama **espacio muestral** al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, ε, y se denota por la letra griega **Ω ó S**

- **Ω={ ω/ω es un resultado posible del ε }**

- Ejemplo 1:

ε: "Lanzar una moneda insesgada y observar el resultado"

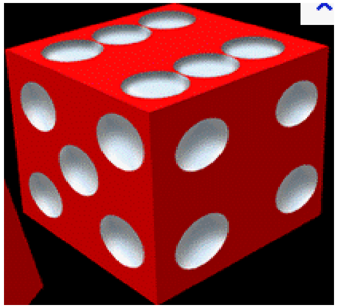
El espacio muestral es:

Ω= { cara, ceca }

ESPACIO MUESTRAL

- Ejemplo 2:

ε: “Lanzar un dado legal y observar el resultado de la cara hacia arriba”



El espacio muestral es:

Ω= { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

- Ejemplo 3:

ε: “Observar las edades de los individuos”

Ω= conjunto de todos los números reales no negativos,

o bien Ω=[0,a]

tal que en este intervalo queden comprendidas las edades de todos los habitantes de la ciudad.

ESPACIO MUESTRAL

- Ejemplo 4

ε: Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer.

$\Omega=\{1,2,3,\ldots\}=N$.

CLASIFICACIÓN DEL ESPACIO MUESTRAL

Clasificación
- Discretos
  - Finitos
  - Infinitos numerables
- Continuos → Infinitos no numerables

Clasificación de espacios muestrales

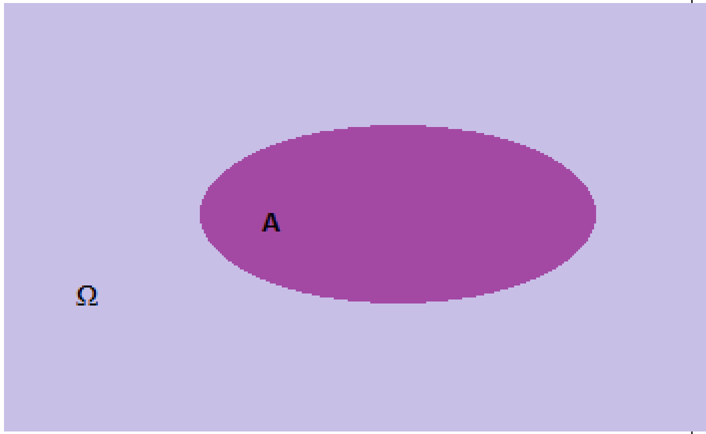
- ε: "Hacer funcionar una batería hasta que se agote y medir el tiempo que dura".
- $\Omega = \{t \in \mathbb{R} / \ t \geq 0\} = [0, a]$
- ¿De qué tipo es?
- **Espacio continuo, es infinito no numerable**
- ε: "Medir los posibles costos de recorridos en taxi"

  $\Omega = \{4.5, 6, 7.5, 9, 10.5, \ldots\}$
- ¿De qué tipo es?
- **Espacio discreto infinito numerable**

SUCESO ELEMENTAL- EVENTO

- Llamaremos suceso elemental a cada elemento del espacio muestral. Es un resultado posible del experimento aleatorio.

- **SUCESO o EVENTO:** es cualquier subconjunto del espacio muestral.

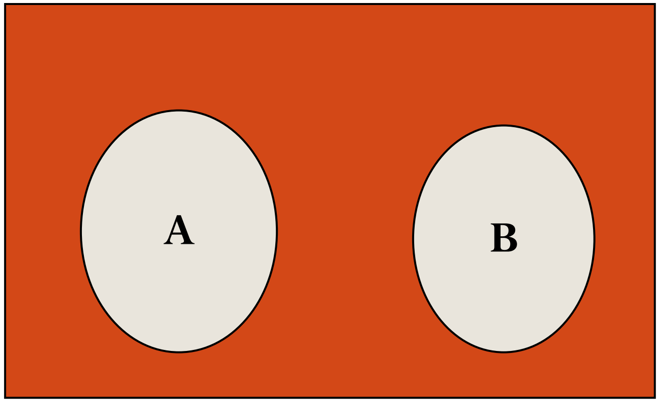


- Los sucesos o eventos los designamos con una letra mayúscula imprenta.

SUCESOS ELEMENTALES O SUCESOS

- ε: “Lanzar un dado legal y observar la cara superior”
- Ω = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 },

  sucesos elementales
- Un ejemplo de evento o suceso es
- A: “que salga número par”, A = { 2, 4, 6 },
- B: “que salga número impar”, B={ 1, 3, 5 }.



SUCESOS ELEMENTALES O SUCESOS

- ε: “Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer”.
- Ω={1,2,3,…}=N.
- Sucesos elementales: cada uno de los elementos de Ω.
- Sucesos:
- A={5,6,7,…}
- A=“que se rompa en más de 4 trozos”
- B={1}
- Ω, $\varnothing$…

EJEMPLO

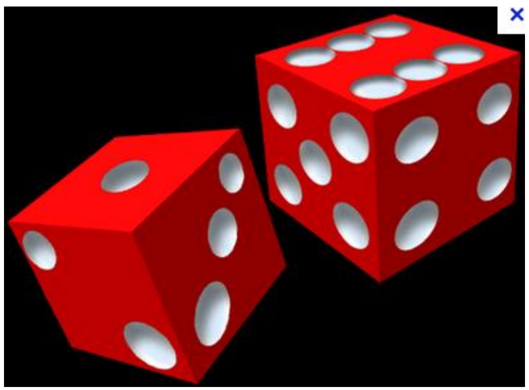
ε: lanzar dos monedas legales (una de diez centavos y una de un peso)

cara	cara	(cara, cara)
	cruz	(cara, cruz)
cruz	cara	(cruz, cara)
	cruz	(cruz, cruz)

Cuatro sucesos elementales,

Ω = {(cara, cara), (cara, cruz), (cruz, cara), (cruz, cruz)}

EXPERIMENTO: LANZAR DOS DADOS

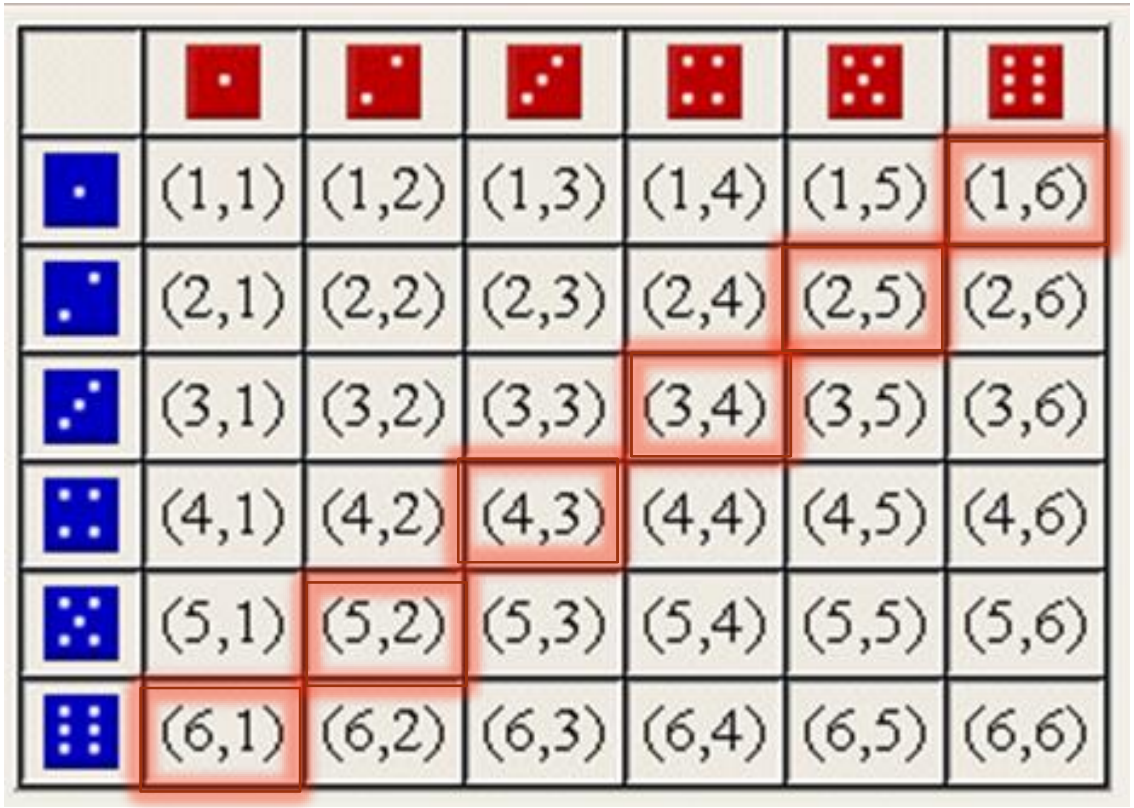


	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Los sucesos elementales son pares ordenados!!!!

El Ω tiene 36 elementos (sucesos elementales)

SUCESO O EVENTO



El suceso “que la suma obtenida sea 7” es

A={(6,1), (5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)}

Veamos algunas autoevaluaciones

2. El experimento que consiste en seleccionar al azar una semana cualquiera del año calendario y observar el día de la semana que sigue al día lunes, es un *experimento estadístico*. **F**

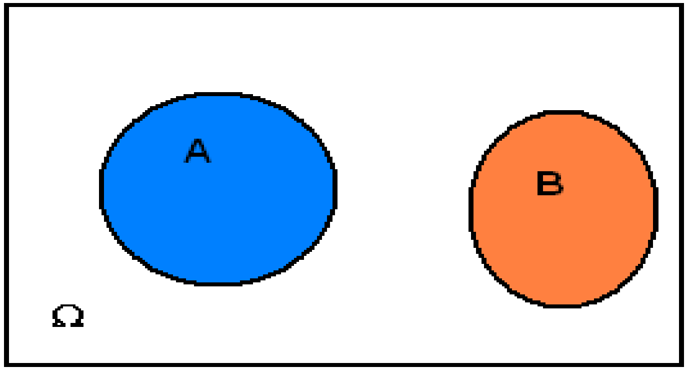
4. Dado un experimento estadístico, sólo es posible definir un *evento* o *suceso* de interés en el mismo. **F**

6. El *conjunto vacío*, ϕ , sólo es posible definirlo para algunos experimentos estadísticos. **F**

SUCESOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES O SUCESOS INCOMPATIBLES

- Eventos o sucesos **incompatibles** o **mutuamente excluyentes** **son aquellos que no pueden presentarse conjuntamente.**

- Dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes si su intersección es el conjunto vacío.
- $A \cap B = \varnothing$



EJEMPLOS DE SUCESOS M. EXCLUYENTES

- Ejemplo 4:

ε: “lanzamiento de una moneda insesgada”.

S = { cara, ceca }

Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes en el sentido de que si sale cara, no puede salir ceca y recíprocamente.

- Ejemplo 5:

ε : “Condición final de un alumno que cursó Estadística”.

A: El alumno promocionó Estadística

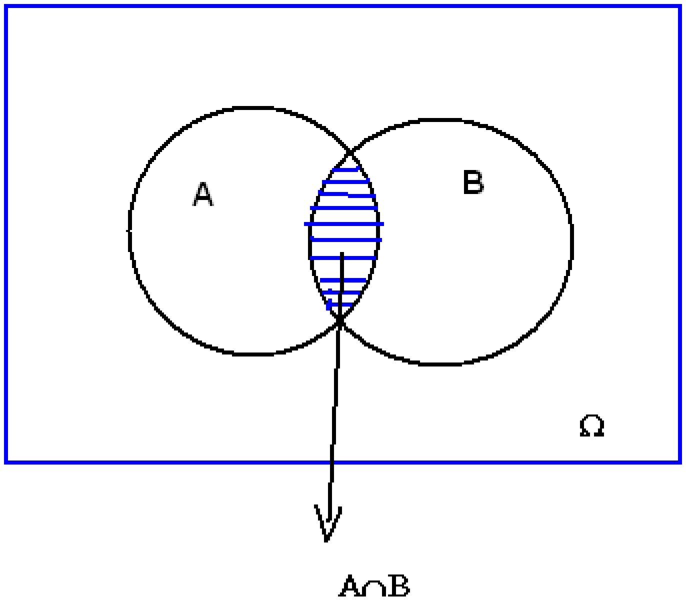
B: El alumno no promocionó Estadística

- Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes

SUCESOS NO MUTUAMENTE EXCLUYENTES O SUCESOS COMPATIBLES

- Eventos o sucesos **compatibles** o **no mutuamente excluyentes** son aquellos que pueden ocurrir simultáneamente, es decir, tienen resultados en común.

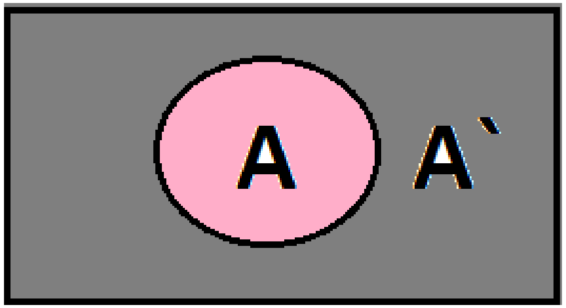
$$A \cap B \neq \varnothing$$

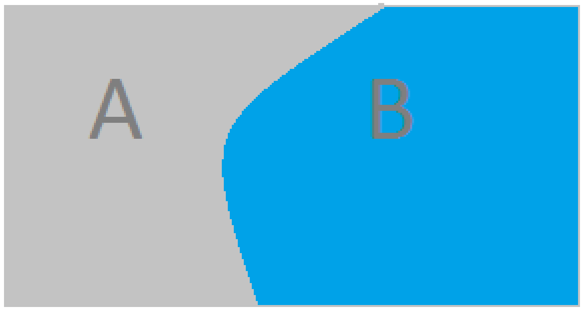


SUCESOS COMPLEMENTARIOS

Dos sucesos A y B de un espacio muestral Ω, se dicen **complementarios** si cumplen las siguientes condiciones:

- A y B son mutuamente excluyentes o incompatibles, es decir, $A \cap B = \varnothing$
- A y B forman el espacio muestral, es decir, $A \cup B = \Omega$





DEFINICIONES DE PROBABILIDAD

Existen tres teorías bien conocidas para medir Probabilidades:

- 1) La teoría clásica, (a priori)
- 2) La teoría frecuencial (a posteriori)
- 3) La teoría axiomática

1) TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

- Considerando el ε: “Lanzar un dado legal “
- Intuitivamente cuál es la probabilidad de que salga un 6
- $P(\{6\})=\frac{1}{6}$
- $P(\{2\})=\frac{1}{6}$
- A=“Número par”
- $P(A)=\frac{3}{6}$
- Cómo lo obtuvieron????

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}} = \frac{\#\ A}{\#\ \Omega}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

CONDICIÓN: el espacio muestral Ω debe consistir de un número finito de sucesos elementales mutuamente excluyentes y equiprobables.

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}} = \frac{\#\ A}{\#\ \Omega}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

Limitaciones:

- Los sucesos tienen que ser mutuamente excluyentes.
- Los sucesos deben ser equiprobables.
- El espacio muestral debe ser finito.

EJEMPLO

Si tiro dos monedas legales, ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos una cara?

$$\Omega=\{(c,c),(c,s),(s,c),(s,s)\}$$

$$A=\{(c,c),(c,s),(s,c)\}$$

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{3}{4}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD
Sucesos Equiprobables

- Qué significa equiprobable?
- Todos los resultados tengan la misma probabilidad de salir.

- En nuestro ejemplo del dado , todas las caras del dado tienen que tener igual posibilidad de salir:

- P({1})=1/6; P({2})=1/6; P({3})=1/6; P({4})=1/6; P({5})=1/6; P({6})=1/6

- Vemos que si el dado es legal, todos los resultados tienen igual probabilidad de salir.

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD
Análisis de la definición

- S. Mutuamente Excluyente:

Es decir, si sale un evento no puede salir otro.

- Si arrojamos un dado aparece en la cara superior uno de los seis números, siendo estos eventos mutuamente excluyentes.

- Ω: finito
- Cuidado, si no se cumplen estas condiciones no se puede aplicar…!

Espacio muestral equiprobable, M.E. y finito

Si tiro dos dados legales, ¿cuál es la probabilidad de que los resultados obtenidos sumen 7?

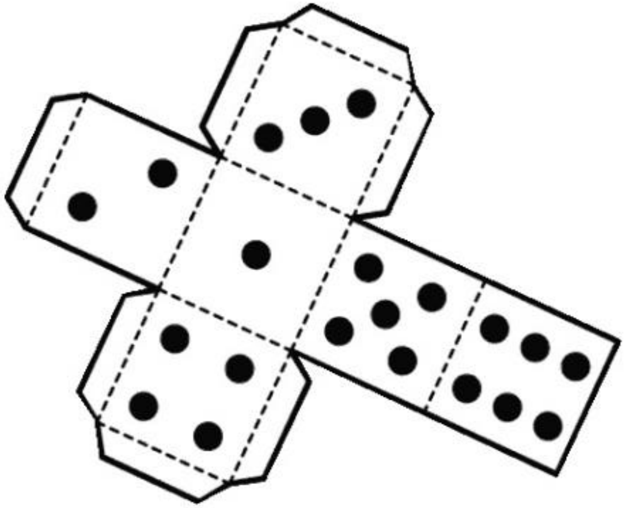
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

El suceso **B:** “que la suma obtenida sea 7” es

B={(6,1), (5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)}

$$P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

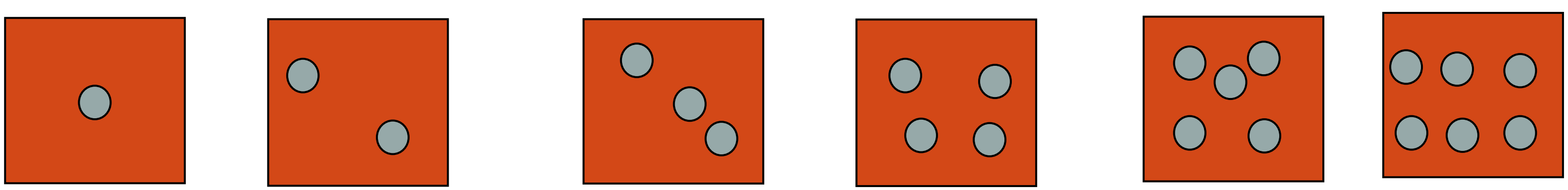
ESPACIO MUESTRAL NO EQUIPROBABLE



- ¿Qué pasa si nuestro jugador hace trampa y tira un dado trucado?
- Por ejemplo supondremos que el uno sale un 25% de las veces, a largo plazo.
- ε: “Lanzar un dado” (no legal)

Espacio muestral no equiprobable

- EL espacio muestral es el mismo que el de un dado sin trucar
- $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Las probabilidades son diferentes ahora, sabemos que P(1)=0,25 y el resto? …
  suman 0,75.
- Si 2,3,4,5,6 tienen la misma probabilidad de salir, 0,75/5=0,15



0,25 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15

- En este caso no podemos aplicar la definición clásica

2) TEORÍA FRECUENCIAL (a posteriori)

- Consideremos que queremos analizar la calidad de los productos que produce una fábrica de conservas
- ε="observar la calidad de los productos"
- $\Omega=\{D, D'\}$
- $P(D)=?$
- $P(D')=?$
- Si aplicamos la regla de Laplace
- $P(D)=0{,}50 \quad P(D')=0{,}50$
- Qué pasa con esta fábrica? Es imposible que sean iguales.
- En qué nos estamos equivocando?......

TEORÍA FRECUENCIAL (a posteriori)

- No se puede calcularla con anterioridad, ya sea por desconocerse la manera de actuar de las causas que originan el fenómeno, ya sea por ser estas demasiado numerosas o complicadas.
- Debemos considerar en estos casos realizar los ensayos o pruebas primeramente

PROBABILIDAD FRECUENCIAL

Si se realiza n veces un experimento bajo las mismas condiciones y se observa k veces el suceso que nos interesa

Simbólicamente:

$$P(A) = k/n = f/n$$

P(A)=frecuencia relativa

La probabilidad frecuencial cuando $n \to \infty$ tiende a coincidir con la probabilidad teórica, calculada a priori.

EJEMPLO

- En los últimos 100.000 nacimientos de una población, 51.600 son varones, entonces la probabilidad frecuencial de que nazca un varón es:

$$Pf = fr = 51.600/100.000 = 0,516$$

obtenemos así , la probabilidad a partir de una experiencia (a posteriori).

TEORIA AXIOMÁTICA

Definición

Esta definición fue dada por Kolmogorov en 1933 y nos permite desarrollar la teoría de las probabilidades como cualquiera otra teoría.

Pero antes de desarrollar la definición de probabilidad, vamos a recordar a que llamamos conjunto de partes………

Conjunto de partes $\mathscr{P}(\Omega)$

- ε: “Lanzar una moneda”
- $\Omega = \{c, s\}$
- $\mathscr{P}(\Omega) = \{\varnothing, \{c\}, \{s\}, \Omega\}$

- ε: “Lanzar un dado y observar la cara superior”
- $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$,
- $\mathscr{P}(\Omega) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \ldots \{1,2\}, \ldots, \Omega\}$

Ejemplos

- El conjunto $\mathscr{P}(\Omega)$, es un álgebra $\mathscr{A}$

- Ejemplo
- ε: “Lanzar una moneda”
- $\Omega=\{c, s\}$
- $\mathscr{A}=\mathscr{P}(\Omega)=\{\varnothing, \{c\}, \{s\}, \Omega\}$
- $\mathscr{A}$: es un álgebra

Teoría axiomática- Definición de Probabilidad

- Sea Ω el espacio muestral ligado a un experimento ε, con $\Omega \neq \phi$ y sea $\mathscr{P}(\Omega) = \mathscr{A}$ el conjunto de partes de Ω, se llama función de probabilidad a cualquier función

- P: $\mathscr{P}(\Omega) \rightarrow [0, 1]$

Que cumpla los siguientes axiomas:

- 1) $P(\Omega) = 1$
- 2) $A \in \mathscr{P}(\Omega)$ y $B \in \mathscr{P}(\Omega)$ y $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

TEORIA AXIOMÁTICA

Propiedades:

De esta definición surgen las siguientes propiedades:

a) $P(\emptyset) = 0$

b) $P(A') = 1 - P(A)$ Probabilidad del complemento

c) $A \in \mathscr{A} \wedge B \in \mathscr{A} \wedge A \subset B \rightarrow P(A) \leq P(B)$

d) $A \in \mathscr{A} \rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$

e) $A \in \mathscr{A} \wedge B \in \mathscr{A} \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ENTONCES… COMO SE OBTIENE LA PROBABILIDAD DE LA UNIÓN DE EVENTOS…

$$P(AUB)=?$$

P(AUB)= ?
A y B
¿Son compatibles?

SI

RELGA DE LA SUMA

$P(AUB) = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

NO

CASO PARTICULAR

$P(AUB) = P(A)+P(B)$

EJERCICIOS

Encuentre los errores en las afirmaciones siguientes:

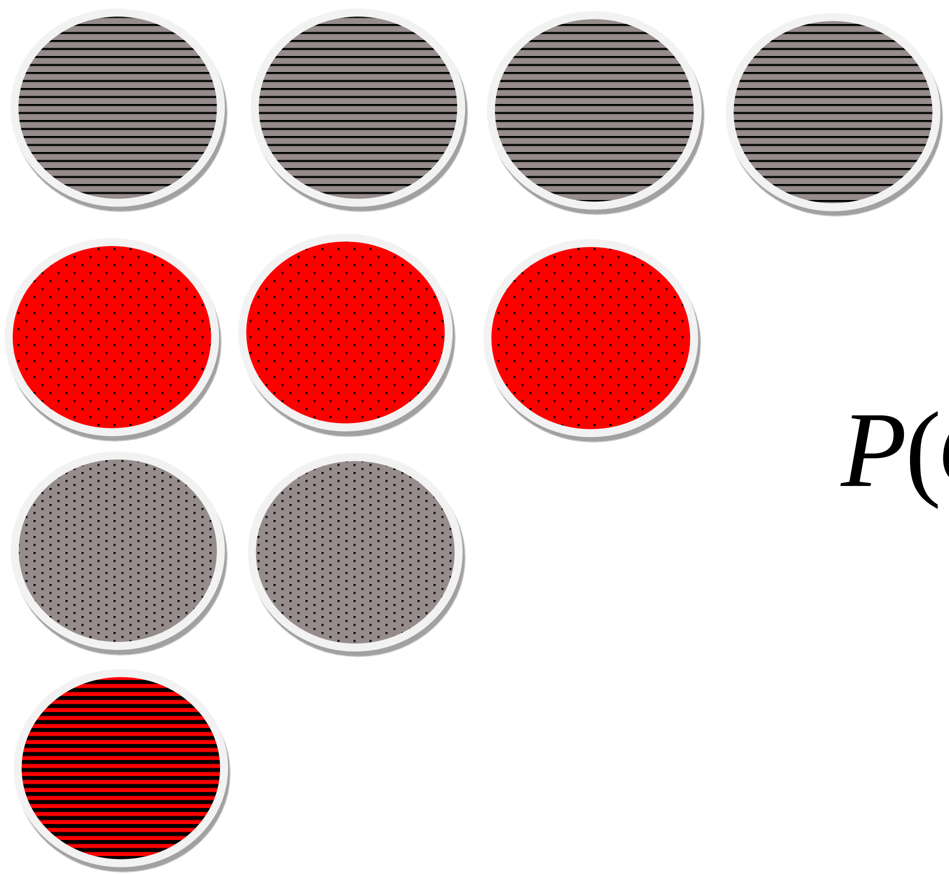
a) Las probabilidades de que un vendedor de automóviles venda 0, 1, 2 ó 3 autos en un día de febrero son: 0,19; 0,38; 0,29 y 0,15, respectivamente.

b) La probabilidad de que llueva mañana es 0,40 y la probabilidad de que no llueva es 0,52.

c) Las probabilidades de que una impresora cometa 0, 1, 2, 3 ó 4 errores al imprimir un documento son: 0,19; 0,34; -0,25; 0,43 y 0,29, respectivamente.

Si tenemos diez bolitas en una caja

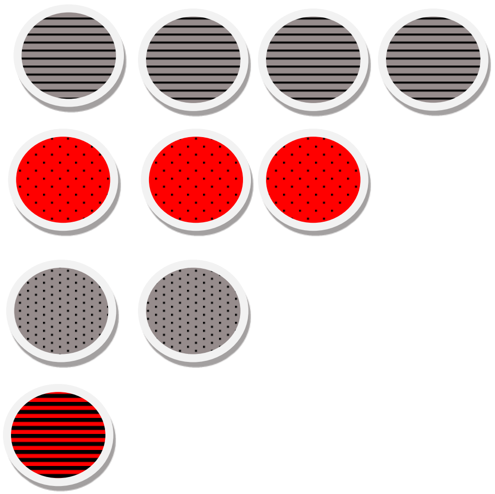
¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolita gris?



$$P(G) = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

¿Cuál es la probabilidad de sacar un bolita roja?

¿Cuál es la probabilidad de sacar un bolita rayada?



¿Cuál es la probabilidad de sacar un bolita roja con puntos?

$$P(R \cap U) = \frac{3}{10} = 0{,}30$$

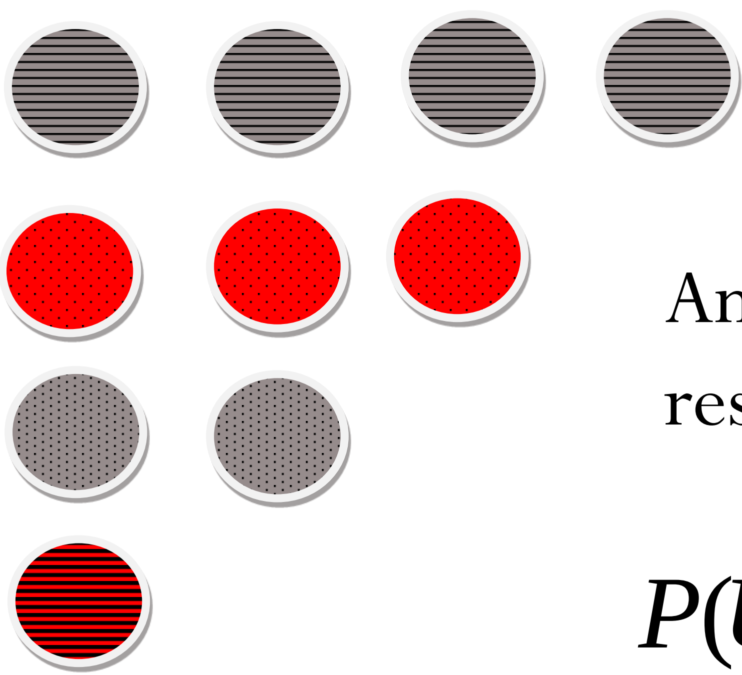
¿Cuál es la probabilidad de sacar un bolita con puntos?

PROBABILIDAD CONDICIONADA

¿Cuál es la probabilidad que la bolita seleccionada tenga puntos dado que es roja?

La notación…

$$P(U/R)=\frac{3}{4}=0,75$$



Analicemos como obtuvimos este resultado?

$$P(U/R)=\frac{P(U\cap R)}{P(R)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{4}{10}}=0,75$$

Probabilidad Condicional

- Formalizamos ….

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)},\ P(B)>0 \quad \text{y}$$

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)},\ P(A)>0,$$

PROBABILIDAD CONJUNTA

- Entendemos por probabilidad conjunta, la probabilidad de que dos o más eventos ocurran simultáneamente.

- En símbolos $\mathbf{P(A \cap B)}$

Probabilidad conjunta

- Como A∩B=B∩A, despejando en

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)},\ P(B)\neq 0\quad \text{y}$$

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)},\ P(A)\neq 0,$$

- obtenemos la ley del producto:

$$P(A\cap B)=P(A/B)P(B)=P(B/A)P(A).$$

Independencia estocástica

- A y B son sucesos **estocásticamente independientes** sii:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A/B) = P(A) \quad si \quad P(B) > 0$$

$$P(B/A) = P(B) \quad si \quad P(A) > 0$$

Es decir cuando la información que aporta el conocimiento de la presencia de uno de ellos no afecta a la certidumbre o expectación del otro.

Dependencia estocástica

- En algunas experiencias el conocimiento de que ha ocurrido un suceso puede modificar la probabilidad de ocurrencia de otros sucesos, decimos que los sucesos son dependientes
- Dos sucesos A y B son **estocásticamente dependientes** sii

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

$$P(A/B) \neq P(A) \quad si \quad P(B) > 0$$

$$P(B/A) \neq P(B) \quad si \quad P(A) > 0$$

- Si $P(A/B) > P(A)$ diremos que la presencia de B
- favorece la probabilidad de ocurrencia de A

Repaso…Cómo calculamos la Probabilidad Conjunta

$P(A \cap B) = ?$

A Y B

¿Son independientes?

NO

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

$P(A \cap B) = P(A/B)*P(B) = P(B/A)*P(A)$

SI

CASO PARTICULAR

$P(A \cap B) = P(A)*P(B)$

SUCESOS DEPENDIENTES
SUCESOS INDEPENDIENTES

Ejemplo

- Grupo sanguíneo de hermanos mellizos

⇒ **SUCESOS DEPENDIENTES**

- Grupo sanguíneo de dos compañeros de facultad

⇒ **SUCESOS INDEPENDIENTES**

SUCESOS DEPENDIENTES
SUCESOS INDEPENDIENTES

<u>Ejemplo</u>

- Productos defectuosos producidos por una misma máquina, con un mismo operador, en una misma empresa.

SUCESOS DEPENDIENTES

- Productos defectuosos producidos por distintas máquinas, con distintos operadores, en distintas empresas.

SUCESOS INDEPENDIENTES

EJEMPLOS….

- ε="Lanzar una moneda legal"
- A: "que salga cara" B: "Qué salgo cruz"
- Cómo son?

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,5$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{0,5} = 0$$

$$P(A/B) \neq P(A)$$

- C: "que llueva" D: "Qué tenga un accidente automovilístico"

EJERCICIO

	No Fumador	Fumador moderado	Fumador empedernido	
Hipertenso	21	36	30	**87**
No hipertenso	48	26	19	**93**
	69	**62**	**49**	**180**

Si se selecciona uno de estos individuos al azar, encuentre la probabilidad de que la persona:

a) Sufra de hipertensión.
b) Sea fumador moderado.
c) No fume ni sufra de hipertensión.
d) Sea fumador empedernido o tenga hipertensión.
e) Sufra de hipertensión, dado que la persona es un fumador empedernido.
f) Sea un no fumador, dado que la persona no sufre de hipertensión.

Ejercicio

	No Fumador	Fumador moderado	Fumador empedernido	
Hipertenso	21	36	30	**87**
No hipertenso	48	26	19	**93**
	69	**62**	**49**	**180**

Si se selecciona uno de estos individuos al azar, encuentre la probabilidad de que la persona:

a) Sufra de hipertensión. $P(H)=87/180$

b) Sea fumador moderado. $P(M)=62/180$

c) No fume ni sufra de hipertensión. $P(N \cap H')=48/180$

d) Sea fumador empedernido o tenga hipertensión $P(EUH)=(49+87-30)/180$

e) Sufra de hipertensión, dado que la persona es un fumador empedernido. $P(H/E)=30/49$

f) Sea un no fumador, dado que la persona no sufre de hipertensión. $P(N/H')=48/93$

Ejercicio (cont.)

	No Fumador	Fumador moderado	Fumador empedernido	
Hipertenso	21	36	30	**87**
No hipertenso	48	26	19	**93**
	69	**62**	**49**	**180**

g) Analice si ser no fumador y tener hipertensión son eventos independientes.

h) Analice si ser fumador empedernido y no tener hipertensión son independientes.

- P(N/H)=21/87 =7/29
- P(N)=69/180=23/60
- No son independientes.

- P(E/H')=19/93
- P(E)=49/180
- No son independientes.

REPASO…

$P(AUB) = ?$
A Y B
¿Son compatibles?

SI → **REGLA DE LA SUMA**
$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

NO → **CASO PARTICULAR**
$P(AUB) = P(A) + P(B)$

$P(A \cap B) = ?$
A Y B
¿Son independientes?

NO → **REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN**
$P(A \cap B) = P(A/B) * P(B) = P(B/A) * P(A)$

SI → **CASO PARTICULAR**
$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

Análisis de autoevaluaciones

7. La *intersección* de dos eventos G y H da por resultado un evento que contiene a todos los elementos que pertenecen a G, que pertenecen a H, o que pertenecen a ambos.

F

9. Dados dos eventos no excluyentes e independientes, A y B, si $P(A) = 0{,}15$ y $P(B) = 0{,}40$, entonces se cumplirá que $P(A \cap B) = 0{,}55$.

F

10. Dados dos eventos *complementarios*, D y E, se cumple siempre que $P(D) + P(E) = 1$.

V

14. La *probabilidad* de que al lanzar una moneda legal dos veces se obtenga una cara, es igual a 0,5.

F

15. La *probabilidad* de que al lanzar una moneda legal tres veces se obtenga una cara, es igual a la probabilidad de que al lanzarla tres veces, se obtengan dos caras.

V

Y más autoevaluaciones…

19. Dado un experimento estadístico en el que pueden ocurrir los eventos H y K, se puede verificar que: $P(K \cap H) = P(K).P(K|H)$. **F**

20. Se sabe que una moneda está cargada y que la P(CARA) = 2/3 y la P(CRUZ) = 1/3. Se puede afirmar entonces que, la *probabilidad* de que al lanzarla dos veces se obtengan dos caras, es igual a 4/9. **V**

21. Si arrojamos un dado legal dos veces, el espacio muestral es finito y está compuesto por 36 eventos simples. **V**

22. La *probabilidad* de que la *suma* de los resultados obtenidos al lanzar dos dados legales sea igual a dos, es igual a 2/36. **F**

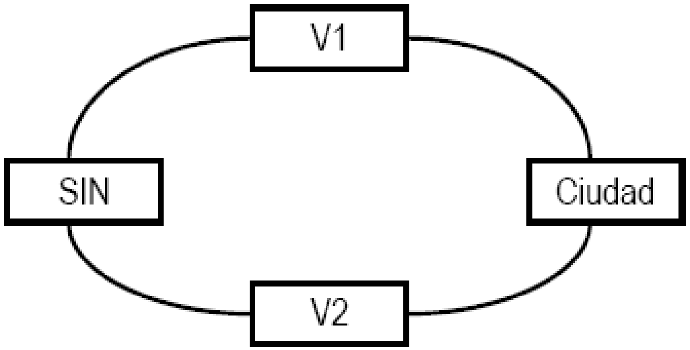
23. Si dos eventos V y L son *complementarios*, se cumplirá siempre que $P(V \cap L) = 0$. **V**

24. Dados dos eventos A y B definidos en el mismo espacio muestral, si $P(A|B) = 2/3$ y $P(A') = 1/3$, entonces los eventos A y B son independientes. **V**

27. Si dos eventos J y K definidos en el mismo espacio muestral son *independientes*, se cumple que: $P(J|K) = P(J) . P(K)$. **F**

EJERCICIO:

Una ciudad está vinculada al Sistema Interconectado Nacional (SIN) mediante dos vínculos a través de los cuales se abastece de energía eléctrica. La confiabilidad del primer vínculo (probabilidad de que funcione sin fallas) es 0,96, mientras que para el segundo es 0,94. Se sabe también que el 91% del tiempo ambos vínculos funcionan simultáneamente sin falla alguna. Determinar la probabilidad de que la ciudad no se quede sin suministro de energía eléctrica.



NOTACIÓN, POR FAVOR…

- V1: que funcione sin fallas el vínculo 1.
- $P(V1)=0{,}96$.
- V2: que funcione sin fallas el vínculo 2.
- $P(V2)=0{,}94$.
- La probabilidad de que ambos vínculos funcionen simultáneamente sin falla alguna es de 0,91.
- ¿Y esa información cómo se escribe?
- $P(V1 \cap V2)=0{,}91$.
- ¿Qué queremos calcular?
- $P(V1 \cup V2)=?$
- $P(V1 \cup V2)=P(V1)+P(V2)-P(V1 \cap V2)$
- $=0{,}96+0{,}94-0{,}91=0{,}99$
- Respuesta: la probabilidad de que la ciudad no se quede sin suministro de energía eléctrica es de 0,99.

REGLA DE LA SUMA

Veamos un ejercicio

Para matrimonios que viven en cierto suburbio la probabilidad de que el esposo vote en un referéndum es 0,21, la probabilidad de que su esposa vote es 0,28 y la probabilidad de que ambos voten es 0,15. Calcule la probabilidad de que:

a) Al menos un miembro del matrimonio vote.
b) Ninguno vote.
c) Sólo vote el esposo.
d) Sólo vote la esposa.
e) Vote la esposa, debido a que vota el esposo.
f) Vote el esposo, dado que no vota su esposa.
g) Dado que no vota el esposo, la esposa no vote.
h) No vote el esposo, dado que vota su esposa.

Aclaremos los datos y la notación que usaremos, para que quien lea pueda ENTENDER

- ♂ representa el suceso "que el esposo vote".
- ♀ representa el suceso "que la esposa vote".
- Datos: P(♂)= 0,21; P(♀)= 0,28; P(♂∩♀)=0,15.
- Hallar la probabilidad de que:

a) Al menos un miembro del matrimonio vote. ,1

- P(♂U♀)= P(♂)+ P(♀)- P(♂∩♀)=0,21+ 0,28- 0,15=0,34

b) Ninguno vote.

- P(♂' ∩♀')= P((♂U♀)')=1- P(♂U♀)=1-0,34=0,66

Aclaremos los datos y la notación que usaremos, para que quien corrija pueda entender

- ♂ representa el suceso "que el esposo vote".
- ♀ representa el suceso "que la esposa vote".
- Datos: P(♂)= 0,21; P(♀)= 0,28; P(♂∩♀)=0,15.
- Hallar la probabilidad de que:

c) Sólo vote el esposo.
d) Sólo vote la esposa.

- P(♂∩♀')= P(♂)-P(♂∩♀)=0,21- 0,15=0,06
- P(♂' ∩♀)= P(♀)-P(♀∩ ♂)=0,28-0,15=0,13

ACLAREMOS LOS DATOSY LA NOTACIÓN QUE USAREMOS, PARA QUE QUIEN CORRIJA PUEDA ENTENDER

- ♂ representa el suceso "que el esposo vote".
- ♀ representa el suceso "que la esposa vote".
- Datos: P(♂)= 0,21; P(♀)= 0,28; P(♂∩♀)=0,15.
- Hallar la probabilidad de que:

e) Vote la esposa, debido a que vota el esposo.
f) Vote el esposo, dado que no vota su esposa.
g) Dado que no vota el esposo, la esposa no vote.
h) No vote el esposo, dado que vota su esposa.

- P(♀/♂)= P(♂∩♀)/P(♂)=0,15/0,21=0,7143
- P(♂/♀')= P(♂∩♀')/P(♀')= 0,06/0,72=0,0833
- P(♀'/♂')=P(♂'∩♀')/ P(♂')=0,66/0,79=0,8354
- P(♂' /♀)= P(♂'∩♀)/ P(♀)=0,13/0,28=0,4643

Ejercicio uno más……

La probabilidad de que un hombre viva diez años más es ¼ y la probabilidad de que su esposa viva diez años más es 1/3 .
Suponiendo independencia, encuentre la probabilidad de que pasado 10 años:

- A) Ambos estén vivos.
- B) Por lo menos uno este vivo.
- C) Ninguno esté vivo.
- D) Sólo la esposa esté viva.

<u>Planteo</u>

- A: ”Un hombre viva 10 años más”
- B: “La esposa viva 10 años más”
- P(A)=1/4 P(B)=1/3 A y B sucesos independientes

$$P(\bar{A}) = \frac{3}{4} \qquad P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$$

EJERCICIO

- A) $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{4}.\frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0{,}083$

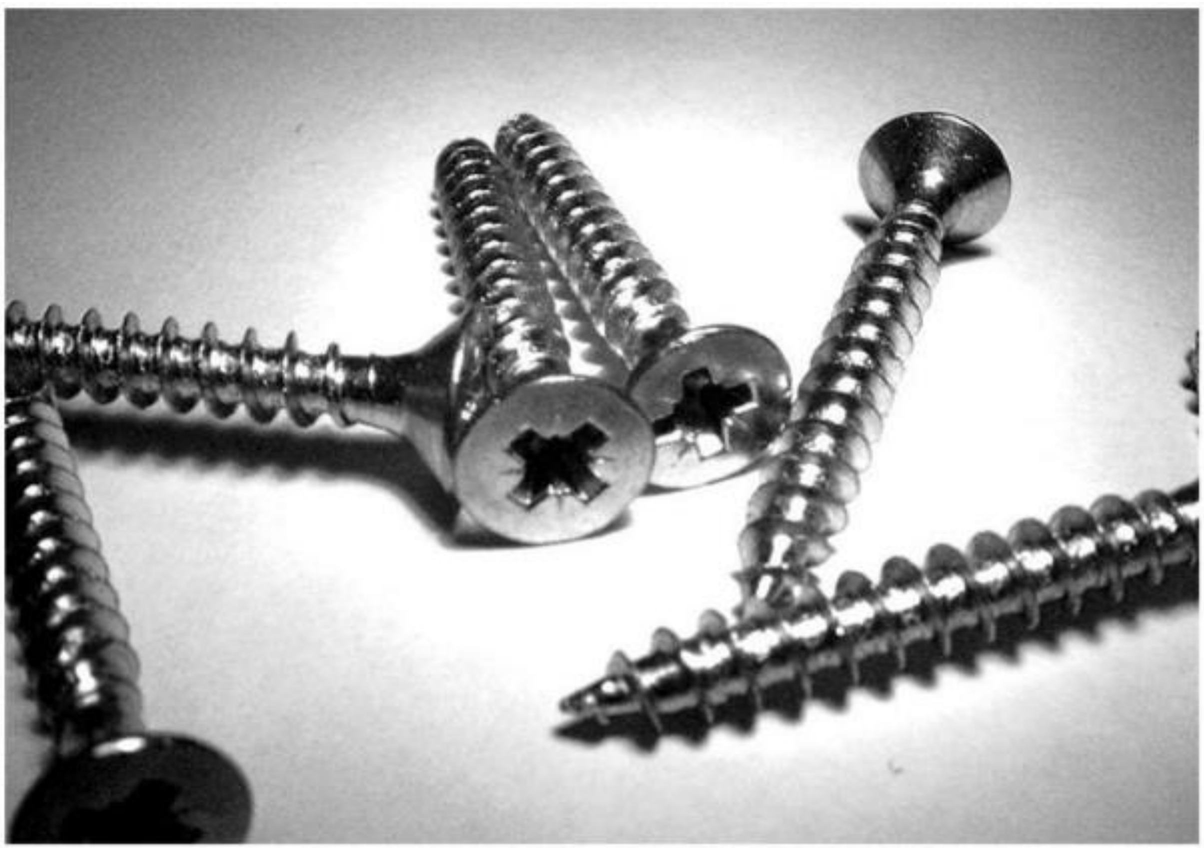
- B) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

- C) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}) = \frac{3}{4}.\frac{2}{3} = \frac{6}{12} = 0{,}5$

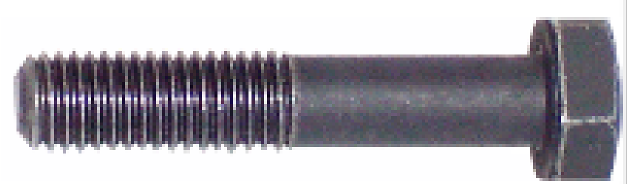
- D) $P(B \cap \overline{A}) = P(B).P(\overline{A}) = \frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{3}{12} = 0{,}25$

Veamos los teoremas de hoy a partir de un ejemplo concreto.

- Ejemplo: fábrica de tornillos

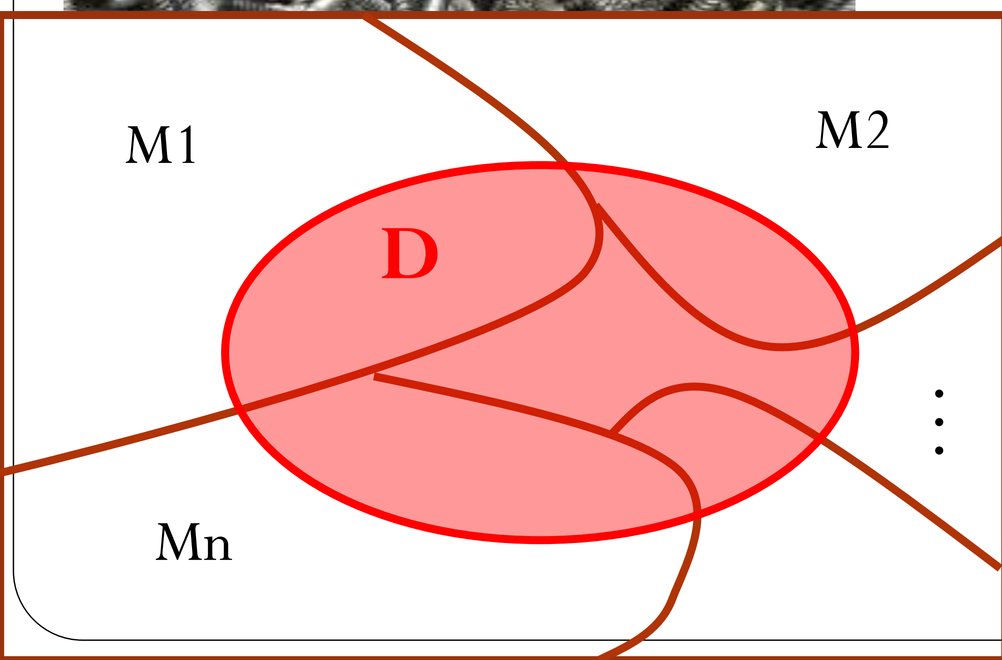


Máquinas que hacen tornillos



TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

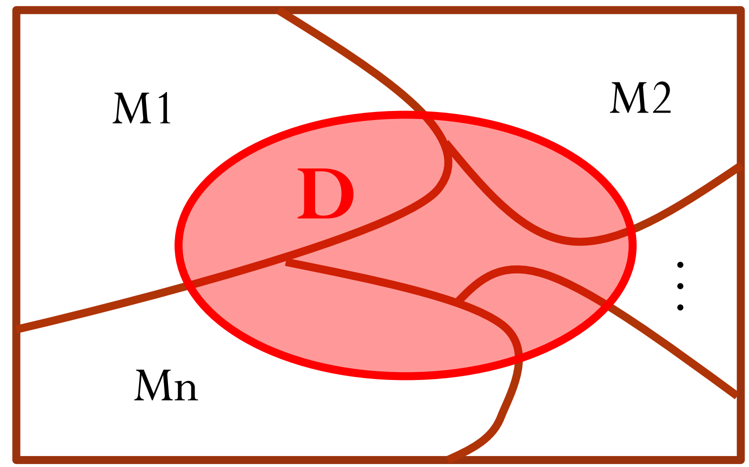
- ε: seleccionar un tornillo del montón que provienen de distintas máquinas y observarlo.
- Ω es el conjunto de tornillos de la máquina 1,2,3…



- M1: que el tornillo proviene de la máquina 1.
- Mi: El tornillo proviene de la máquina i.
- D: El tornillo sea defectuoso.

Teorema de la probabilidad total

Este teorema se utiliza para calcular la probabilidad de un suceso a partir de una colección de sucesos mutuamente excluyentes cuya unión es el suceso seguro.



Si $\Omega = M1 \cup M2 \cup \ldots \cup Mn$

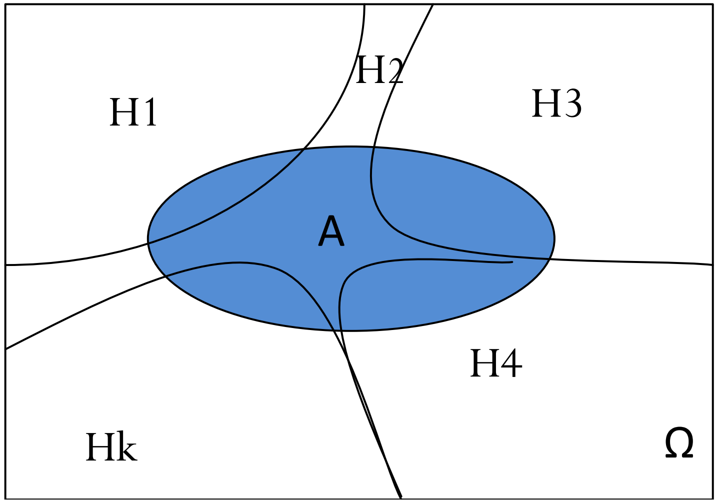
, con $Mi \cap Mj = \emptyset$ para $i \neq j$,

Sea D tal que $D \cap Mj \neq \emptyset$ para todo j, se verifica:

- $D=(D\cap M1)\cup\ldots\cup(D\cap Mn)$
- $P(D)= P(D\cap M1)+\ldots+P(D\cap Mn)$
- $P(D)=P(D/M1)*P(M1)+\ldots+P(D/Mn)*P(Mn)$

Teorema de Probabilidades Totales

- Formalización



Sea (Ω,P) y $H_1, H_2,\ldots H_k$ sucesos con $P(Hi)>0$, $i=1,2,\ldots k$, en Ω, de forma tal que forman una partición en Ω, es decir

$\Omega = H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_k$ y $H_i \cap H_j = \emptyset$ para $i \neq j$.

Sea un suceso A, tal que $A \cap H_j \neq \emptyset$, se verifica:

$$\mathbf{P(A) = P(A/H_1).P(H_1) + P(A/H_2).P(H_2) + \ldots + P(A/H_k).P(H_k)}$$

PROBABILIDAD TOTAL: Ejercicio

En una fábrica hay tres máquinas que producen tornillos:

- La máquina 1 produce el 40% de los tornillos con un 1% de defectuosos.
- La máquina 2 produce el 35% de los tornillos con un 2% de defectuosos.
- La máquina 3 produce el 25% de los tornillos con un 1,5% de defectuosos.

Calcular la probabilidad de obtener un tornillo defectuoso:

Los eventos involucrados son:

- M1: “El tornillo fue hecho por la máquina 1”
- M2: “El tornillo fue hecho por la máquina 2”
- M3: “El tornillo fue hecho por la maquina 3”
- D: “Que el tornillo sea defectuoso”

PROBABILIDAD TOTAL: Ejercicio

- P(M1) = 0,40
- P(M2) = 0,35
- P(M3) = 0,25

- P(D/M1) = 0,010
- P(D/M2) = 0,020
- P(D/M3) = 0,015

- **P(D) = P(D/M1).P(M1) + P(D/M2).P(M2) + P(D/M3).P(M3)**
- P(D) = 0,01 . 0,4 + 0,02 . 0,35 + 0,015 . 0,25 = **0,01475**
- $\longrightarrow$ **1,5%**

TEOREMA DE BAYES

- Se utiliza para calcular probabilidades condicionadas,

a partir de probabilidades conocidas de ciertos sucesos y de información suministrada por otras probabilidades.

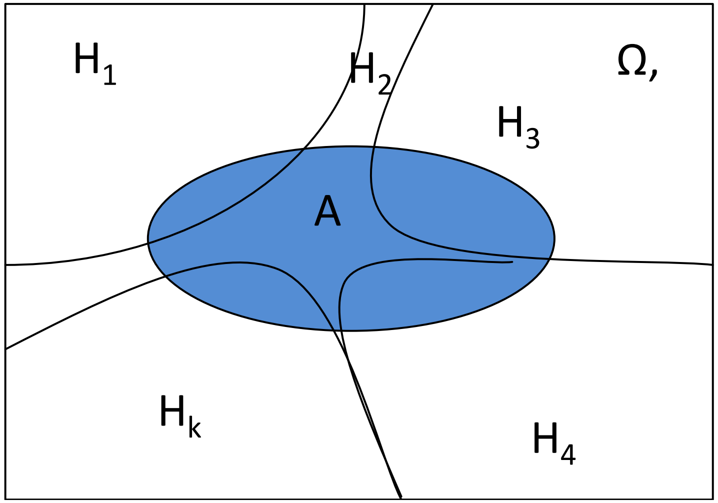
- Desarrollado por el reverendo Thomas Bayes en el siglo XVIII.
- Es una extensión del concepto de probabilidad condicional

TEOREMA DE BAYES

- Permite calcular la probabilidad de que se haya dado alguna de las condiciones iniciales, causas o factores que puedo influir en la probabilidad de un suceso A.
- Sea (Ω,P) un espacio de probabilidad y $H_1, H_2,\ldots H_k$ sucesos con $P(Hi)>0$, $i=1,2,\ldots k$, en Ω, de forma tal que forman una partición en Ω, es decir $\Omega = H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_k$ en donde cada y $H_i \cap H_j = \emptyset$ para $i \neq j$. Si se sabe que se presentado un suceso A, tal que $A \cap H_j \neq \emptyset$, la probabilidad de que proceda del suceso H_i es:

$$P(H_i/A) = \frac{P(A/H_i).P(H_i)}{P(A)}$$

con $P(A)>0$



TEOREMA DE BAYES: Ejercicio

- En el ejemplo anterior, calcular la probabilidad de que al obtener un tornillo defectuoso provenga de la máquina 2:

$$P(\mathbf{M_2}/\mathbf{D}) = \frac{P(\mathbf{D}/\mathbf{M_2}).P(M_2)}{P(D)}$$

$$P(\mathbf{M_2}/\mathbf{D}) = \frac{0{,}02.\,0{,}35}{0{,}01475} = 0{,}4746$$

- La probabilidad de obtener un tornillo defectuoso que provenga de la máquina 2 es 0,4746
- → **47,46%**

EJERCICIO 1

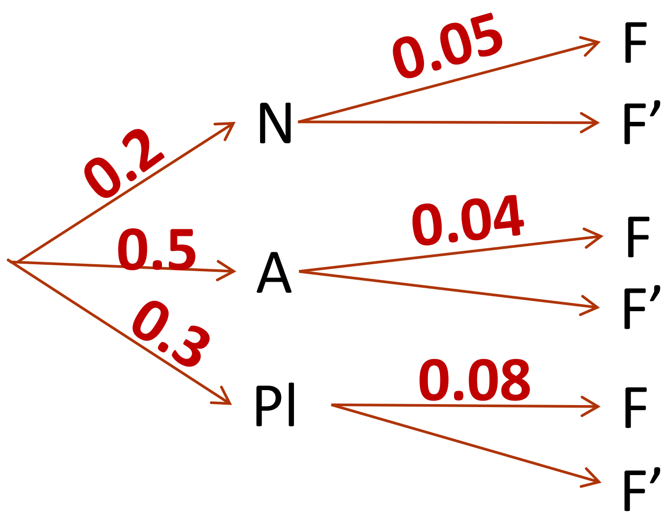
- Una empresa industrial grande usa tres hoteles locales para proporcionar hospedaje nocturno a sus clientes. La experiencia en el negocio permite afirmar que el 20% de los clientes se les asigna habitaciones en el NH Regency, al 50% en el Aconcagua y al 30% en el Plaza. Si hay fallas en la plomería en el 5% de las habitaciones del NH Regency, 4% de las habitaciones del Aconcagua y 8% de las habitaciones del Plaza.
- Calcule la probabilidad de que:

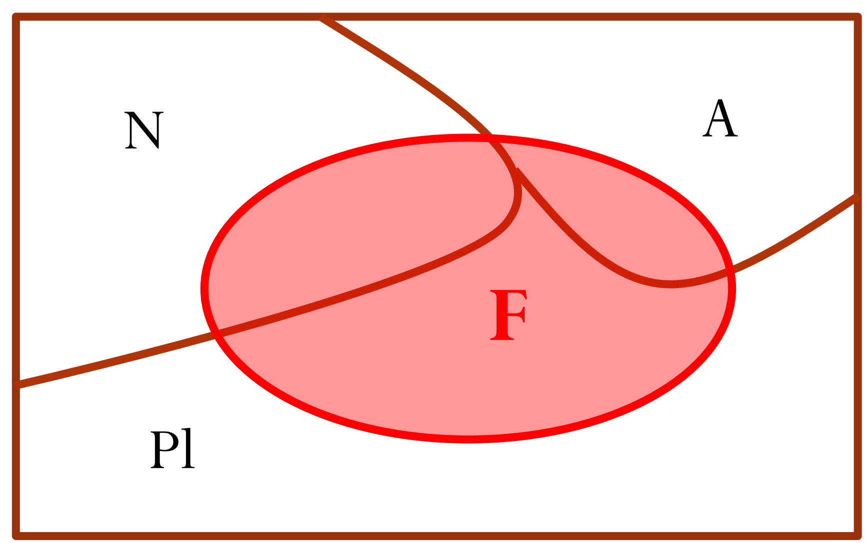
a) A un cliente se le asigne una habitación con fallas en la plomería.

b) A una persona con una habitación que tiene problemas de plomería, se la haya asignado hospedaje en el Plaza.

EJERCICIO 1: Planteo

- ε: seleccionar aleatoriamente un cliente de esa empresa que necesite hospedaje.
- Ω: conjunto de los clientes de esa empresa que necesitan hospedaje.
- N: que el cliente sea hospedado en el hotel NH Regency.
- A: que el cliente sea hospedado en el hotel Aconcagua.
- Pl: que el cliente sea hospedado en el hotel Plaza.
- F: que haya fallas en la plomería del hotel donde el cliente se hospeda.





EJERCICIO 1: Respuesta a)

- Datos:

P(N)= 0.20 | P(F/N)=0.05
P(A)=0.50 | P(F/A)=0.04
P(Pl)=0.30 | P(F/Pl)=0.08

Se pide:

Calcule la probabilidad de que:

a) A un cliente se le asigne una habitación con fallas en la plomería.

P(F) = P(F/N) * P (N) + P(F/A) * P(A) + P(F/Pl) * P(Pl)

P(F)= 0,05 * 0,20 + 0,04 * 0,50 + 0,08 * 0,30

P(F)= 0,054

La probabilidad de que a un cliente se le asigne una habitación con fallas en la plomería es 0.054

EJERCICIO 1: Respuesta b)

- Datos:

P(N)= 0.20 P(F/N)=0.05

P(A)=0.50 P(F/A)=0.04

P(Pl)=0.30 P(F/Pl)=0.08

<u>Se pide:</u>

Calcule la probabilidad de que:

b) A una persona con una habitación que tiene problemas de plomería, se la haya asignado hospedaje en el Plaza.

$$P(Pl/F)=\frac{P(F/Pl)*P(Pl)}{P(F)}=\frac{0.08*0.30}{0.054}$$

Si a un cliente se le ha asignado una habitación con fallas en la plomería, la probabilidad de que esté en el Plaza es 0.4444.

EJERCICIO 2

- Una editora de una importante compañía de libros de texto está analizando si conviene publicar un nuevo libro sobre Estadísticas de Negocios que le han propuesto. De los libros publicados con anterioridad, la editora sabe que el 70% de los libros revisados obtuvieron una calificación favorable y el 30% una calificación no favorable. Sabe también que, de los libros que obtuvieron una calificación favorable en el proceso de revisión, el 80% fueron exitosos; si la calificación fue no favorable, solo el 30% resultaron exitosos.

EJERCICIO 2: Planteo

- ε: seleccionar un libro de esta Editorial.
- Ω: conjunto de libros de esa Editorial.
- F: que el libro seleccionado haya recibido una calificación favorable en su revisión.
- E: que el libro seleccionado haya sido exitoso.

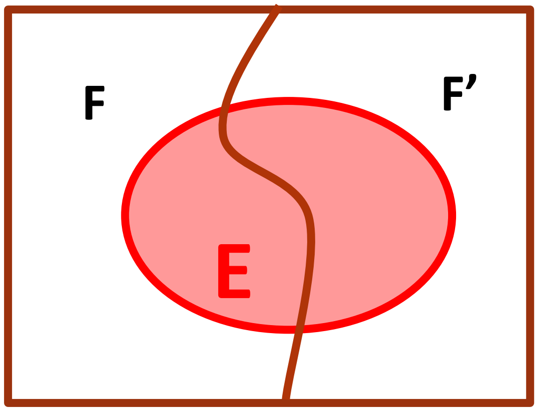
<u>Datos</u>

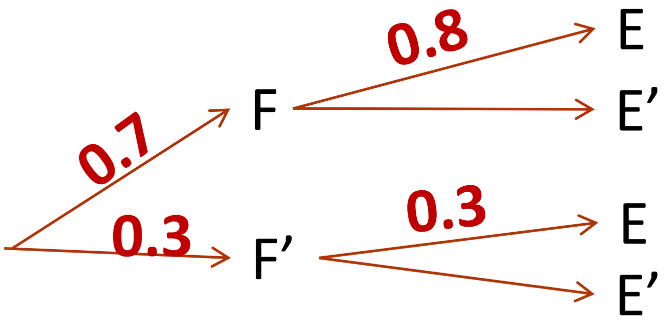
P(F)= 0,70

P(F´)=0,30

P(E/F)=0,8

P(E/F´)=0,3





EJERCICIO 2: Respuesta a)

- Datos:

$P(F)= 0.70$ $P(E/F)=0.8$

$P(F´)=0.30$ $P(E/F´)=0.3$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo libro sobre Estadísticas de Negocios reciba una calificación favorable y sea un éxito?

$$\begin{aligned} \mathbf{P(F \cap E)} &= \mathbf{P(E/F) * P(F)} \\ &= \mathbf{0{,}8 * 0{,}7} \\ &= \mathbf{0{,}56} \end{aligned}$$

La probabilidad de que el nuevo libro reciba una calificación favorable y sea un éxito es de 0,56

EJERCICIO 2: Respuesta b)

- Datos:

P(F)= 0.70 P(E/F)=0.8
P(F´)=0.30 P(E/F´)=0.3

b) Suponga que el nuevo libro ya se publicó y se sabe que fue todo un éxito, ¿cuál es la probabilidad que haya sido calificado favorablemente en el proceso de revisión?

$$P(E)= P(F)*P(E/F) + P(F')*P(E/F') = 0{,}65$$

$$P(F/E) = \frac{P(E/F) * P(F)}{P(E)} = \frac{0{,}8 * 0{,}7}{0{,}65} = 0{,}8615$$

La probabilidad de que el libro haya recibido una calificación favorable si se sabe que fue un éxito es 0,8615.

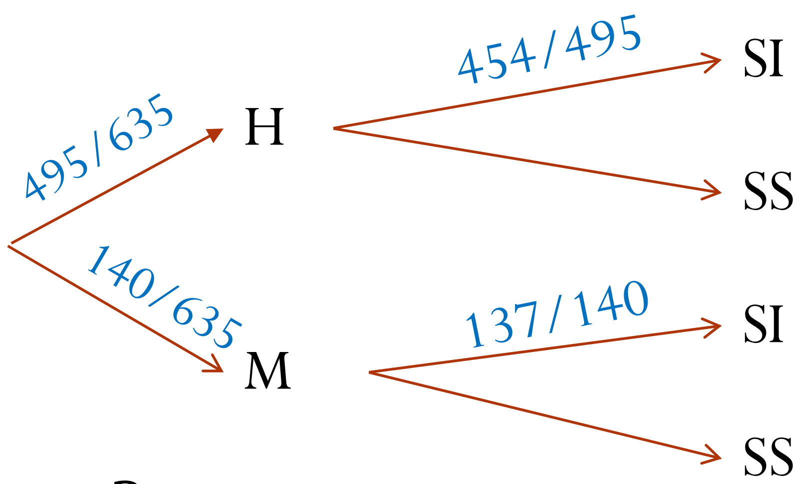
5) En la empresa trabajan 495 hombres y 140 mujeres. Se encuentra que 454 hombres tienen un sueldo inferior a \$3.500, mientras que 137 mujeres ganan menos de \$3.500. El gerente selecciona una persona al azar del fichero de personal y resulta ser mujer. La probabilidad de que la empleada seleccionada tenga un sueldo de más de \$3.500 es:

a) 0.97857

b) 0.06929

c) 0.02143

d) Ninguna de las anteriores



- $P(SS/M) = \dfrac{3}{140} = 0.02143$

M. Fernanda (área contable) también elevó un informe sobre los deudores de la empresa.

- Los deudores están segmentados en dos: los que deben hasta \$2.000 y los que deben más de \$2.000.
- De los clientes con deuda, algunos pagan su deuda mediante un plan de pagos mensual y otros no realizan pago alguno.
- Los deudores de la empresa son 2.500.
- Sobre 2.125 que pagan su cuota, 575 tienen una deuda mayor de \$2.000.
- El 28% de los deudores se endeudó con más de \$2.000, y 125 de ellos no están pagando su plan de pagos.

a) Si se selecciona al azar un cliente deudor que no cumple con el plan de pagos, ¿cuál es la probabilidad de que su deuda sea mayor de \$2.000?

Pongamos esa información en una tabla

	Total:
Debe hasta $2.000	
Debe más de $2.000	
Total:	

Los deudores están segmentados en dos: los que deben hasta $2.000 y los que deben más de $2.000.

Pongamos esa información en una tabla

	Total:
Debe hasta $2.000	
Debe más de $2.000	
Total:	

De los clientes con deuda, algunos pagan su deuda mediante un plan de pagos mensual y otros no realizan pago alguno.

Pongamos esa información en una tabla

	Paga cuota	No paga	Total:
Debe hasta $2.000			
Debe más de $2.000			
Total:			2.500

Los deudores de la empresa son 2.500.

Pongamos esa información en una tabla

	Paga cuota	No paga	Total:
Debe hasta $2.000	1.550		
Debe más de $2.000	575		
Total:	2.125		2.500

Sobre 2.125 que pagan su cuota, 575 tienen una deuda mayor de $2.000.

Pongamos esa información en una tabla

	Paga cuota	No paga	Total:
Debe hasta \$2.000	1.550	250	1.800
Debe más de \$2.000	575	125	700
Total:	2.125	375	2.500

El 28% de los deudores se endeudó con más de \$2.000, y 125 de ellos no están pagando su plan de pagos.

Ahora respondamos la pregunta:

	Paga cuota (C)	No paga (C’)	Total:
Debe hasta $2.000 (H)	1.550	250	1.800
Debe más de $2.000 (M)	575	125	700
Total:	2.125	375	2.500

Si se selecciona al azar un cliente deudor que no cumple con el plan de pagos, ¿cuál es la probabilidad de que su deuda sea mayor de $2.000?

- $P(M/C') = \dfrac{125}{375} = 0.333$

- La probabilidad de que un cliente deudor que no cumple con el plan de pagos deba más de $2.000 es 0.333.

M. Fernanda piensa que un solo cliente no es suficiente para el análisis. Sugiere seleccionar 10 deudores y calcular la probabilidad de que *todos* ellos estén pagando su plan.

b) En estas condiciones, ¿cuál sería el valor de la probabilidad que M. Fernanda sugiere calcular?

- Ayuda: la respuesta es 0.19625. Justifica el resultado con el planteo de la solución correspondiente, e interpreta en palabras el resultado obtenido.

	Paga cuota (C)	No paga (C')	Total:
Total:	2.125	375	2.500
Debe más de $2.000 (M)	575	125	700
Total:	2.125	375	2.500

Ejercicio de Aplicación

Vanina Alesci, editora de una importante compañía de libros de texto esta analizando si conviene publicar un nuevo libro sobre estadísticas de negocios que le han propuesto. De los libros publicados con anterioridad, Vanina sabe que el 70% de los libros revisados obtuvieron una calificación favorable y el 30% una calificación no favorable. Sabe también sabe que, de los libros que obtuvieron una calificación favorable en el proceso de revisión, el 80% fueron exitosos; si la calificación fue no favorable, sólo el 30% resultaron exitosos. De mantenerse este comportamiento: … El ejercicio incluye acá dos preguntas.

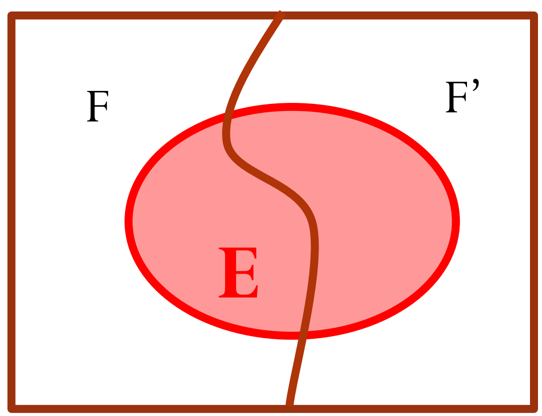
Pero antes de responder las preguntas, aclaremos los datos.

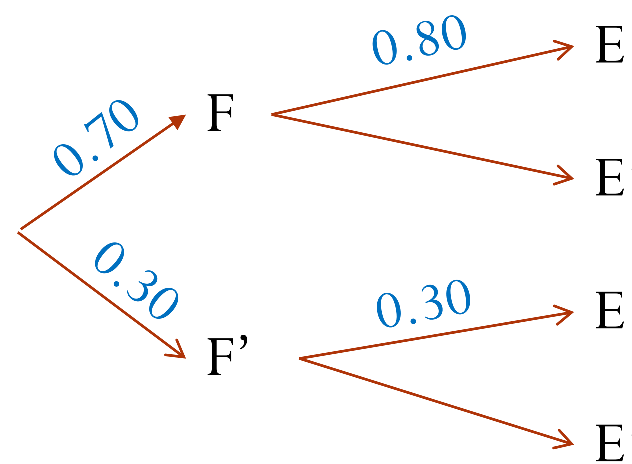
Notación:

- ε: seleccionar un libro de esa editorial.
- Ω es el conjunto de los libros de esa editorial.
- F: que el libro seleccionado haya recibido una calificación favorable en su revisión.
- E: que el libro seleccionado haya sido exitoso.

Datos:

- P(F)=0.70
- P(F')=0.30
- P(E/F)=0.80
- P(E/F')=0.30

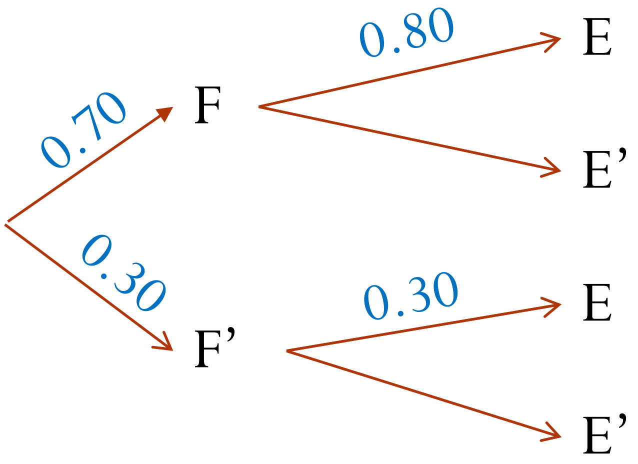




a) ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo libro sobre estadísticas de negocio reciba una calificación favorable y sea un éxito?

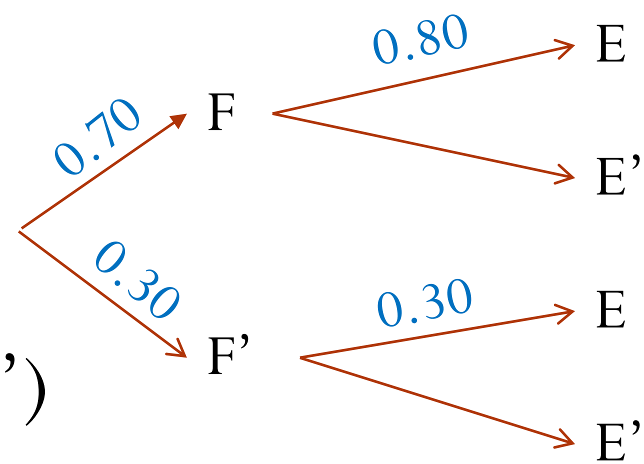
- $P(F \cap E) \quad = P(E/F) * P(F) \quad = P(F/E) * P(E)$

- $P(F \cap E) = 0.70 * 0.80 = 0.56$



La probabilidad de que el nuevo libro reciba una calificación favorable y sea un éxito es 0.56.

b) Suponga que el nuevo libro ya se publicó y se sabe que fue todo un éxito, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado favorablemente en el proceso de revisión?



- $P(F/E)= \dfrac{P(E/F)*P(F)}{P(E)}$
- $P(E)=P(E/F)*P(F)+P(E/F')*P(F')$

  $=0.80*0.70+0.30*0.30=0.65$
- $P(F/E)= \dfrac{0.80*0.70}{0.65}=0.8615$

La probabilidad de que el libro haya recibido una calificación favorable si se sabe que fue un éxito es 0.8615.

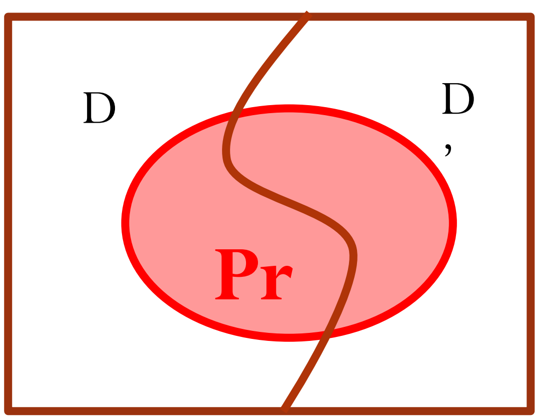
Horas de estudio

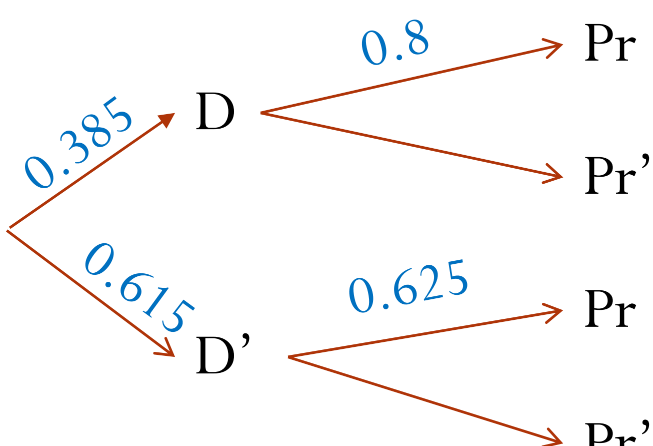
En base a los resultados obtenidos en la muestra se sabe que, si el estudiante dedica semanalmente por lo menos el tiempo promedio que requiere la asignatura, la probabilidad de promocionarla es 0,800; mientras que si le dedica menos, la probabilidad de promocionarla se reduce a 0,625. También se sabe que el 38,5% de los estudiantes le dedican a la asignatura por lo menos el tiempo promedio.

El ejercicio propone ahora 4 proposiciones de las que hay que afirmar si son verdaderas o falsas.

Antes de terminar de leer el enunciado vayamos aclarando las ideas:

- ε: seleccionar un alumno aleatoriamente.
- Ω es el conjunto de alumnos.
- D: el alumno dedica semanalmente por lo menos el tiempo promedio al estudio.
- D': el alumno dedica semanalmente menos del tiempo promedio al estudio.
- Pr: el alumno promociona la asignatura.



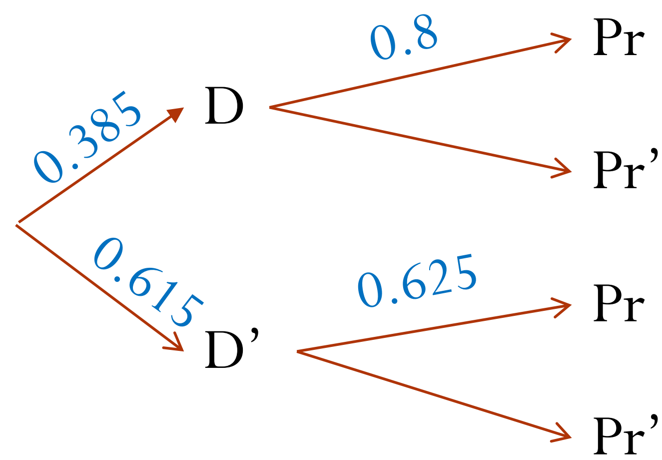


a) Si se selecciona al azar un alumno cualquiera de la muestra, la probabilidad de que haya promocionado la asignatura no supera el valor 0,7.

- P(Pr)=

  =P(D)*P(Pr/D)+P(D')*P(Pr/D')

  =0.385*0.8+0.615*0.625=0.6924



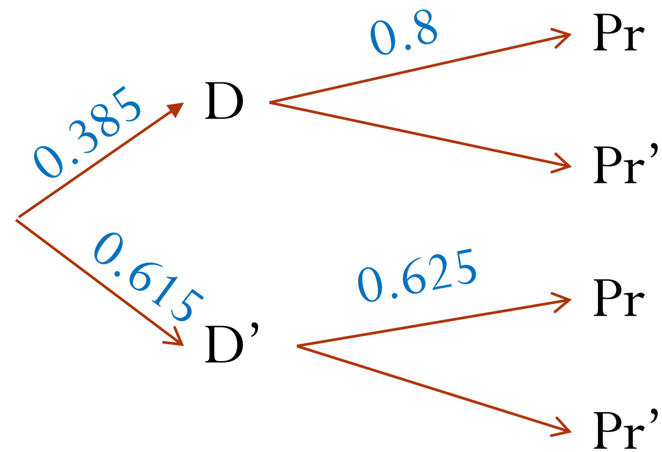
- La proposición es ………………………VERDADERA

b) Si Mauro ha sido seleccionado al azar entre los alumnos de la muestra y se sabe que ha promocionado la asignatura, la probabilidad de que haya dedicado más que el tiempo promedio es un valor comprendido entre 0,44 y 0,45, inclusive.

- $P(D/Pr) = \dfrac{P(Pr/D) * P(D)}{P(Pr)}$

$$= \frac{0.8 * 0.385}{0.6924}$$

$$= 0.4448$$



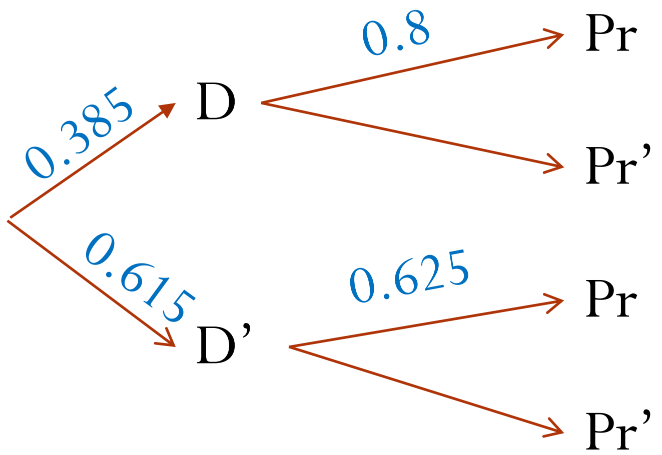
- La proposición es …………VERDADERA……………

c) Si se selecciona al azar un alumno de la muestra, la probabilidad de que haya dedicado más del tiempo promedio y que haya promocionado la asignatura, está entre 0,30 y 0,35.

- $P(D \cap Pr) = P(Pr/D) * P(D)$

$$= 0.8 * 0.385$$

$$= 0.308$$



- La proposición es ……VERDADERA……………………

d) Todas las anteriores.

- La proposición es ……VERDADERA……

El Director de la cátedra ha hecho un pedido de libros de texto de la editorial LIBROS para su nuevo curso. Dos quintos de esos libros fueron impresos en la imprenta de la editorial situada en México; los otros tres quintos fueron impresos en la de España. Las imprentas de México y de España tienen probabilidades de cometer errores de impresión de 0,075 y 0,053, respectivamente. Si el Director de la cátedra selecciona un volumen del envío y encuentra que tiene un error de impresión, ¿cuál de las dos imprentas es más probable que lo haya impreso?

Notación:

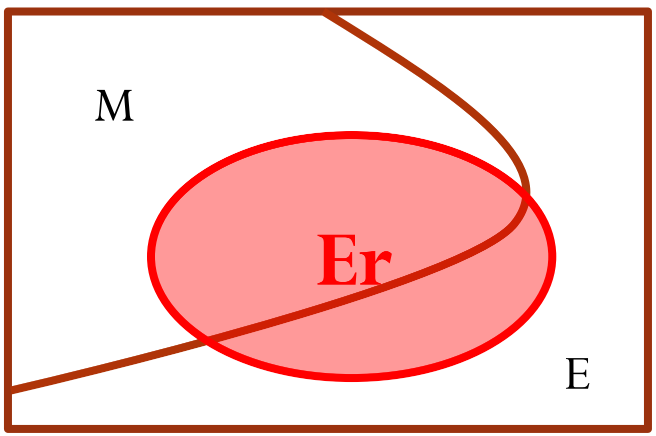
- ε: seleccionar (el director de la cátedra) un libro del pedido.
- Ω son los libros del pedido.
- M: que el libro haya sido impreso en México.
- E: que el libro haya sido impreso en España.
- Er: que el libro contenga errores de impresión.

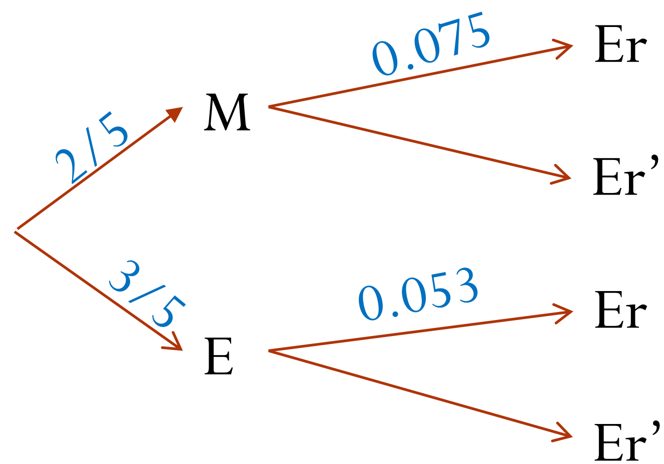
Datos:

- P(M)=2/5; P(E)=3/5.
- P(Er/M)=0.075; P(Er/E)=0.053.

Datos:

- $P(M)=2/5$; $P(E)=3/5$.
- $P(Er/M)=0.075$; $P(Er/E)=0.053$.





- $P(M/Er)=\dfrac{P(Er/M)*P(M)}{P(Er)}=\dfrac{0.075*\frac{2}{5}}{0.0618}=0.4854$
- $P(Er)=P(Er/M)*P(M)+P(Er/E)*P(E)=0.0618$
- $P(E/Er)=\dfrac{P(Er/E)*P(E)}{P(Er)}=\dfrac{0.053*\frac{3}{5}}{0.0618}=0.5146$

Tenemos:

- $P(Er) = 0.0618$
- $P(M/Er) = 0.4854$
- $P(E/Er) = 0.5146$

Nos pedían:

Si el Director de la cátedra selecciona un volumen del envío y encuentra que tiene un error de impresión, ¿cuál de las dos imprentas es más probable que lo haya impreso?

- Interpretación: Si se selecciona un volumen del envío y se encuentra que tiene un error de impresión, es más probable que haya sido impreso en España.

Y repasemos

El *Grupo Concreto* emplea a tres consultoras, A, B, C, con probabilidades de 0,40; 0,35 y 0,25, respectivamente. De la experiencia pasada sabe que, cuando establece contratos con la consultora A, la probabilidad de que los costos de su propia oferta sean excesivos es 0,05; cuando contrata a la B, 0,03; y cuando el contrato lo establece con la C, 0,15. Suponga que el *Grupo Concreto* ha realizado una oferta y su propuesta ha sido descartada por su costo excesivo:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía C?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía A?

Notación:

- ε: seleccionar (el grupo Concreto) una consultora para emplear.
- Ω son las consultoras $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$.
- A: que sea seleccionada la consultora $\mathcal{A}$.
- B: que sea seleccionada la consultora $\mathcal{B}$.
- C: que sea seleccionada la consultora $\mathcal{C}$.
- E: que sus costos sean excesivos.

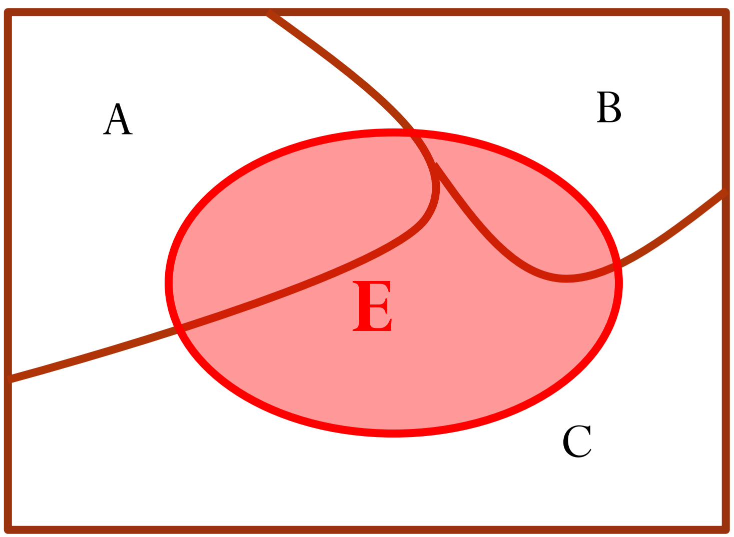
Datos:

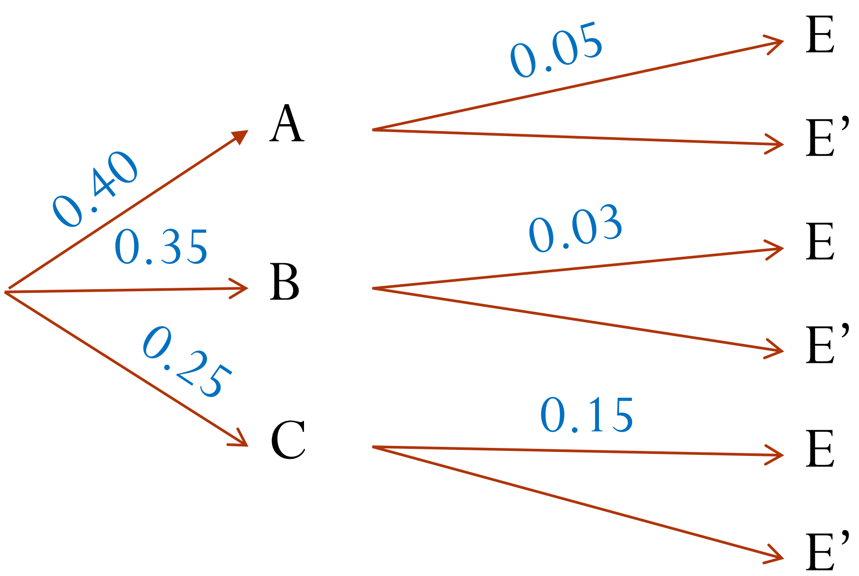
- $P(A)=0.40$; $P(B)=0.35$; $P(C)=0.25$.
- $P(E/A)=0.05$; $P(E/B)=0.03$; $P(E/C)=0.15$.

Datos:

- $P(A)=0.40$; $P(B)=0.35$; $P(C)=0.25$.
- $P(E/A)=0.05$; $P(E/B)=0.03$; $P(E/C)=0.15$.

Interpretemos los datos





Datos:

- P(A)=0.40; P(B)=0.35; P(C)=0.25.
- P(E/A)=0.05; P(E/B)=0.03; P(E/C)=0.15.

Se pide:

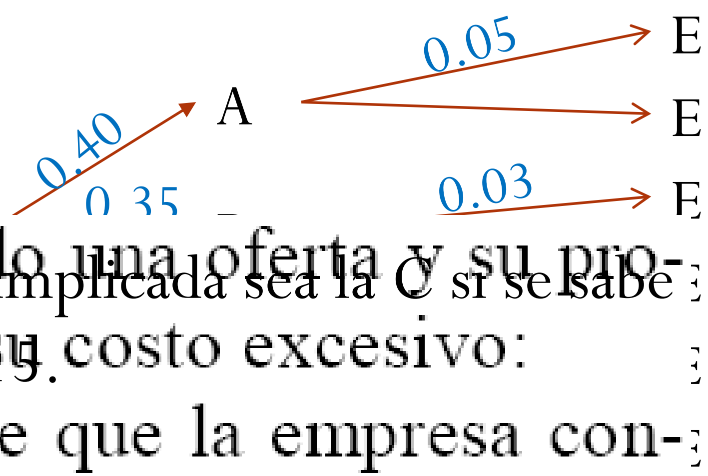
- P(

el *Grupo Concreto* ha realizado una oferta y su propuesta ha sido descartada por su costo excesivo:

- P(

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía C?

- $P(C/E)=\dfrac{0.15*0.25}{0.068}=0.5515$



- La probabilidad de que la consultora implicada sea la C si se sabe que el costo ha sido excesivo es 0.5515.

el *Grupo Concreto* ha realizado una oferta y su propuesta ha sido descartada por su costo excesivo:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía C?

Datos:

- P(A)=0.40; P(B)=0.35; P(C)=0.25
- P(E/A)=0.05; P(E/B)=0.03; P(E/C)=0.15

Y también se pide

- el *Grupo Concreto* ha realizado una oferta y su propuesta ha sido descartada por su costo excesivo:
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía A?

el *Grupo Concreto* ha realizado una oferta y su propuesta ha sido descartada por su costo excesivo:

- La probabilidad de que la consultora implicada sea la A si se sabe que el costo ha sido excesivo es 0.2941.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa consultora implicada sea la compañía A?