

### **PRÁCTICO Nº 7: PRUEBAS DE HIPÓTESIS**

**OBJETIVO:** *Aplicar las pruebas de hipótesis en la toma de decisiones.*

#### **PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA UNA POBLACIÓN**

- 1) Responda:
  - a) En un juicio que se hace a un individuo acusado de robo, ¿cuáles son los dos tipos de error? ¿Cuál de ellos considera más grave la justicia?
  - b) Se desea probar la hipótesis nula de que cierto dispositivo anticontaminante para automóviles es eficaz. Explique en qué condiciones cometería error tipo I y en qué condiciones cometería error tipo II.
  - c) Dé un ejemplo de hipótesis para la cual el error tipo I se considere más serio que el error tipo II.
  - d) Suponga que un especialista en alergias desea probar la hipótesis de que al menos 30% del público es alérgico a ciertos productos lácteos. ¿Cuándo el especialista cometería error tipo I y cuándo error tipo II?
  - e) Un sociólogo está interesado en la eficacia de un curso de capacitación diseñado para lograr que más conductores se acostumbren a utilizar los cinturones de seguridad en el automóvil:
    - e.1) ¿Qué hipótesis estará probando esta persona si comete error tipo I al concluir erróneamente que el curso de capacitación no es eficaz?
    - e.2) ¿Qué hipótesis estará probando esta persona si comete error tipo II al concluir erróneamente que el curso de capacitación es eficaz?
  - f) Una gran empresa manufacturera ha sido calificada como discriminadora en sus prácticas de contratación:
    - f.1) ¿Qué hipótesis se está probando si un jurado comete error tipo I al encontrar que la compañía es culpable?
    - f.2) ¿Qué hipótesis se está probando si un jurado comete error tipo II al encontrar culpable a la compañía?
- 2) Un fabricante de fibras textiles está investigando una nueva fibra para tapicería, la cual tiene una elongación media por hilo de 12 kg con una desviación estándar de 0,5 kg. La compañía desea probar la hipótesis  $H_0: \mu = 12$  kg contra  $H_1: \mu < 12$  kg, utilizando para ello una muestra aleatoria de 36 especímenes.
  - a) ¿Cuál sería el criterio de decisión a adoptar para  $\alpha = 0,01$  y  $\alpha = 0,05$ ?
  - b) ¿Qué decisión tomaría si  $\bar{x} = 11,83$  kg según las condiciones iniciales del problema para un  $\alpha = 0,01$ ?, ¿y si  $\alpha = 0,05$ ?
  - c) ¿Qué decisión tomaría si  $\bar{x} = 11,83$  kg según las condiciones iniciales del problema pero con  $n = 100$  y para un  $\alpha = 0,01$ ?, ¿y si  $\alpha = 0,05$ ?
  - d) Encuentre  $\beta$  para una elongación media real es de 11,7 kg para  $n = 36$ .
  - e) Encuentre  $\beta$  para una elongación media real es de 11,7 kg para  $n = 100$ .

- 3) Un laboratorio ofrece frascos de agua oxigenada de  $100 \text{ cm}^3$  con una desviación de  $4 \text{ cm}^3$ . Se toma una muestra aleatoria de 144 frascos y se encuentra que el volumen medio es de  $101 \text{ cm}^3$ .

La variable en estudio es:

$X$ : "....."

$X \sim \dots\dots\dots(\dots\dots\dots)$

$\bar{X} \rightarrow \dots\dots\dots(\dots\dots\dots)$

porque.....

Los parámetros conocidos son:

$\mu =$

$\sigma =$

Los datos de la muestra son:

$n =$

$\bar{x} =$

- a) Con un nivel de significancia  $\alpha = 0,05$  pruebe si se ha producido un aumento en el volumen de agua oxigenada de los frascos.

Las hipótesis propuestas son:

1º)  $H_0$ : .....

$H_1$ : .....

2º) Determinar el estadístico apropiado para la prueba:

Y para ello debemos plantearnos lo siguiente: la población es.....(Normal/No normal) y la varianza poblacional es.....(conocida/desconocida). El tamaño de la muestra es.....(mayor/menor) a 30, lo que es una muestra.....(grande/chica), por lo que  $\bar{X}$  tiende a una distribución.....(Normal/no normal). Por lo tanto, el estadístico apropiado es:

$$Z = (\bar{X} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n}) \sim \text{Normal}(0,1)$$

y el test correspondiente:

$\tau$ : Rechazar la  $H_0 \leftrightarrow Z_c < Z_0$

3º) Fijar el tamaño de error tipo I y determinar la región crítica:

$\alpha = 0,05 \rightarrow Z_c =$



4º) Tomar la muestra y calcular el valor observado del estadístico de prueba:  
 $z_o = \dots\dots\dots$

5º) Tomar la decisión estadística e interpretar:

$z_c = \dots\dots\dots$

$z_o = \dots\dots\dots$

$z_c \dots\dots z_o \leftrightarrow \dots\dots\dots$  (Rechazo/No rechazo) la  $H_0$

Por lo que decidimos  $\dots\dots\dots$  (rechazar/no rechazar) la  $H_0$ , ya que el valor crítico es  $\dots\dots\dots$  (mayor/menor) que el valor observado en la muestra. Es decir,  $\dots\dots\dots$  (si/no) se ha producido un aumento significativo en el volumen de agua oxigenada de los frascos.

**b)** Encuentre  $\beta$  para el caso donde el volumen medio verdadero es de 101,2  $\text{cm}^3$ . (Previamente deberemos calcular  $\bar{X}_c$ ).

$\beta = P(\text{Aceptar la } H_0 / H_0 \text{ es F})$

$\beta = P(\bar{X} < 100,55 \text{ cm}^3 / \mu_R = 101,2 \text{ cm}^3)$

$\beta = P(Z < ((100,55 - 101,2) / (4 / \sqrt{144})))$

$\beta = P(Z < \dots\dots\dots)$

$\beta = \dots\dots\dots$

**c)** ¿Qué sucede con el valor de  $\beta$  si se realiza la prueba con  $\alpha = 0,01$ ?

Si  $\alpha = 0,01 \rightarrow z_c = \dots\dots\dots$  y  $\bar{X}_c = \dots\dots\dots$

$\beta = P(\text{Aceptar la } H_0 / H_0 \text{ es F})$

$\beta = P(\bar{X} < \dots\dots\dots \text{ cm}^3 / \mu = \dots\dots\dots \text{ cm}^3)$

$\beta = P(Z < \dots\dots\dots)$

$\beta = \dots\dots\dots$

Lo que debemos plantear para concluir es: ¿qué sucede con el valor de  $\beta$  al disminuir el valor de  $\alpha$ , manteniendo el tamaño de muestra  $n=144$ ?

$\dots\dots\dots$

**d)** Realice la prueba para  $n = 225$  y compare ambos errores nuevamente. (Realizar todos los pasos hechos en el ítem a, b y c, pero con un tamaño de muestra de  $n=225$ )

Finalmente, cuando tenga todos los cálculos y interpretaciones, responda:

¿Qué pasa con  $\beta$  y  $\alpha$  cuando aumentamos el tamaño de muestra?

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**e)** ¿Cómo puede mantener pequeños ambos errores?

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

- f) Calcule el valor p e interprete. Grafique.

$$p\text{valor} = P(Z > z_0)$$

pvalor = .....

Como el valor p es .....(mayor/menor) al nivel de significancia, nuestra decisión debe ser de .....(rechazar/no rechazar) la  $H_0$ .

- 4) Un fabricante está interesado en el voltaje de salida de una fuente de alimentación. Se supone que el voltaje de salida tiene una distribución normal, con desviación estándar 1 V y media 5 V. El fabricante desea probar  $H_0: \mu = 5$  V contra  $H_1: \mu \neq 5$  V.
- a) ¿Es cierto lo que dice el fabricante si en una muestra de 64 fuentes obtuvo un promedio de 6 V? ( $\alpha = 0,05$ )
- b) Según el valor obtenido en la muestra como plantearía Ud. las hipótesis?
- c) ¿Qué error tipo II cometería al aceptar la hipótesis nula cuando en realidad la media es de 4,8 V?
- d) Calcule el valor p e interprete el resultado.
- 5) Un artículo publicado en la revista Materials Engineering (1989, Vol. II, Nº 4, pp. 275- 281) describe los resultados de pruebas de resistencia a la adhesión de 22 especímenes de aleación U-700. La carga para la que cada espécimen falla es la siguiente (en MPa):
- |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 19,8 | 18,5 | 17,6 | 16,7 | 15,8 | 15,4 | 14,1 | 13,6 | 11,9 | 11,4 | 11,4 |
| 8,8  | 7,5  | 15,4 | 15,4 | 19,5 | 14,9 | 12,7 | 11,9 | 11,4 | 10,1 | 7,9  |
- La media muestral es de 13,71 MPa y la desviación estándar muestral es de 3,55 MPa.
- ¿Sugieren los datos que la carga promedio de falla es mayor que 10 MPa? Suponga que la carga donde se presenta la falla tiene una distribución normal y utilice  $\alpha = 0,05$ .

Marque con una X la respuesta correcta:

- 5.1) La variable en estudio se define como:

- 1) Cantidad de especímenes de aleación U-700 que tienen una carga menor que 10 MPa.
- 2) Cantidad de especímenes de aleación U-700 que tienen una carga mayor que 10 MPa.
- 3) Cantidad de especímenes de aleación U-700 que tienen una carga igual a 10 MPa.
- 4) Ninguna de las anteriores. La variable en estudio es .....

- 5.2) La prueba de hipótesis a proponer es:

- 1) De cola izquierda.
- 2) De cola derecha.
- 3) De dos colas.
- 4) Cualquiera de las anteriores.

5.3) La hipótesis nula debe ser:

- 1)  $H_0: \mu \geq 10 \text{ MPa}$
- 2)  $H_0: \mu \neq 10 \text{ MPa}$
- 3)  $H_0: \mu = 10 \text{ MPa}$
- 4)  $H_0: \mu < 10 \text{ MPa}$

5.4) Y la hipótesis alternativa a proponer es:

- 1)  $H_1: \mu < 10 \text{ MPa}$
- 2)  $H_1: \mu > 10 \text{ MPa}$
- 3)  $H_1: \bar{x} > 10 \text{ MPa}$
- 4)  $H_1: \mu \neq 10 \text{ MPa}$

5.5) El estadístico apropiado para la prueba es:

- 1)  $Z = (\bar{X} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n}) \sim \text{Normal}(0,1)$
- 2)  $T = (\bar{X} - \mu) / (s / \sqrt{n}) \sim \text{t-student}(n-1)$
- 3)  $U = (n-1) S^2 / \sigma^2 \sim \text{Chi-cuadrado}(n-1)$
- 4) Ninguna de las anteriores. El estadístico apropiado es .....

5.6) A la hora de establecer el nivel de significancia se debe tener presente que:

- 1) Es un tipo de error.
- 2) Es el tamaño de error tipo I.
- 3) Debe estar comprendido entre 0,01 y 0,05.
- 4) Todas las anteriores.

5.7) Utilizando un nivel de significancia del 0,05, el valor crítico es:

- 1)  $z_c = 1,64$
- 2)  $t_c = 1,72$
- 3)  $z_c = -1,64$
- 4)  $t_c = -1,72$

5.8) Si se quiere representar gráficamente la región crítica:

- 1) En la escala de la t-student, se encuentra a la derecha de +1,72.
- 2) En la escala de la t-student se encuentra a la izquierda de -1,72.
- 3) En la escala de la t-student se encuentra a la derecha de +1,64.
- 4) En la escala de la t-student se encuentra a la izquierda de -1,64.

5.9) El test correspondiente para Rechazar la  $H_0$  es:

- 1)  $t_c < t_o$
- 2)  $t_c > t_o$
- 3)  $z_c < z_o$
- 4)  $z_c > z_o$
- 5)  $t_{c1} > t_o$  y  $t_{c2} < t_o$

5.10) El valor observado del estadístico de prueba es:

- 1) 4,90
- 2) -4,90
- 3) 1,72
- 4) Ninguno de los anteriores. El valor del estadístico observado es.....

5.11) De la comparación del valor del estadístico de prueba observado en la muestra y el valor crítico, surge que:

- 1)  $t_c < t_o$ ; valor observado en la muestra es mayor que el crítico.
- 2)  $t_c > t_o$ ; valor observado en la muestra es menor que el crítico.
- 3)  $t_c = t_o$ ; valor observado en la muestra es igual al crítico.
- 4) Ninguna de las anteriores.

5.12) En base a la evidencia muestral:

- 1) Acepto la  $H_0$ .
- 2) Rechazo la  $H_0$ , a favor de la alternativa.
- 3) No tengo evidencias suficientes como para tomar una decisión.
- 4) Ninguna de las anteriores. La decisión es .....

5.13) ¿Sugieren los datos que la carga promedio de falla es mayor que 10 MPa?

- 1) Si. Se concluye que con un nivel de significancia de 0,05, la carga de falla promedio es significativamente mayor a 10 Mpa.
- 2) No. Se concluye que con un nivel de significancia de 0,05, la carga de falla promedio es significativamente menor a 10 MPa.
- 3) No. Se concluye que con un nivel de significancia de 0,05, la carga de falla promedio no es significativamente mayor a 10 MPa.
- 4) Ninguna de las anteriores. La respuesta correcta es.....

5.14) Utilizando el software R, debemos ingresar las siguientes secuencias:

```
carga=c(19.8,18.5,17.6,16.7,15.8,15.4,14.1,13.6,11.9,11.4,11.4,8.8,7.5,15.4,15.4,19.5,
14.9,12.7,11.9,11.4,10.1,7.9)
t.test(carga,conf.level=0.95,mu=10,alternative="greater")
```

One Sample t-test

```
data: carga
t = 4.9017, df = 21, p-value = 3.781e-05
alternative hypothesis: true mean is greater than 10
95 percent confidence interval:
 12.40996      Inf
sample estimates:
mean of x
 13.71364
```

- 6) Un fabricante de semiconductores produce controladores que se emplean en aplicaciones de motores de automóviles asegurando que la proporción de controladores defectuosos en uno de los pasos de manufactura críticos no es mayor que 0,05. El cliente requiere que el fabricante demuestre este nivel de calidad, utilizando  $\alpha = 0,05$ . El fabricante de semiconductores toma una muestra aleatoria de 200 dispositivos y encuentra que cuatro de ellos son defectuosos, ¿pudo demostrar al cliente la calidad del proceso?

La variable en estudio es:

X: "....."

X ~ .....(.....)

$\hat{p} \sim \dots\dots\dots(\dots\dots\dots)$

Según los datos del problema:

$x = \dots\dots\dots$      $n = \dots\dots\dots$      $p = x/n = \dots\dots\dots$

Las hipótesis propuestas son:

$H_0: \dots\dots\dots$

$H_1: \dots\dots\dots$

El estadístico de prueba es:

$\dots\dots\dots$

Y el test correspondientes:

t: Rechazo la  $H_0 \leftrightarrow \dots\dots\dots$

Para el nivel de significancia indicado, el valor crítico es:

$\alpha = \dots\dots\dots \rightarrow \dots\dots\dots$

El valor observado es  $\dots\dots\dots$

Por lo que decidimos  $\dots\dots\dots$  (Rechazar/No rechazar) la  $H_0$ , ya que el valor observado es  $\dots\dots\dots$  (mayor/menor) que el valor crítico. Y se concluye, que la fracción de artículos defectuosos es significativamente  $\dots\dots\dots$  (mayor/menor) del  $\dots\dots\dots\%$  con una probabilidad de 0,05 de cometer un error. Luego, podemos decir que el proceso  $\dots\dots\dots$  (si/no) tiene el nivel de calidad requerido.

- 7) Un fabricante de detergente líquido está interesado en la uniformidad de la máquina utilizada para llenar las botellas. Supóngase que la distribución del volumen de llenado es aproximadamente normal. Al tomar una muestra aleatoria de 20 botellas, se obtiene un varianza muestral  $s^2 = 0,44 \text{ (ml)}^2$ . Si la varianza del volumen de llenado es mayor que  $0,29 \text{ (ml)}^2$ , entonces existe una proporción aceptable de botellas que serán llenadas con una cantidad menor de líquido.
- Especifique para este problema las hipótesis nula y alternativa adecuadas e interprete a partir de ellas los errores tipo I y tipo II.
  - ¿Existe evidencia en los datos muestrales que sugiera que el fabricante tiene un problema con el llenado de las botellas? A un nivel de significación de 5%. Utilice el p-valor.
  - Establezca un test para las hipótesis planteadas, utilizando un intervalo de confianza con el mismo tamaño de error tipo I establecido anteriormente.
  - Si el fabricante decide que no cumple con las normas establecidas cuando la varianza del volumen de llenado es mayor a  $49 \text{ (ml)}^2$  ¿Qué probabilidad tiene de equivocarse, es decir suponer que no cumple con las normas cuando en realidad las cumple?

- 8) Mientras realizan una tarea extenuante, el ritmo cardíaco de 25 trabajadores se incrementa en un promedio de 18,4 pulsaciones por minuto, con una desviación estándar de 4,9 pulsaciones por minuto. Si la distribución es aproximadamente normal, pruebe que la varianza del ritmo cardíaco es menor que 30, utilizando un nivel de significancia de 0,05. Interprete en términos del problema.

La variable en estudio es:

X: "....."

$X \sim \dots\dots\dots(\dots\dots\dots)$

1º)  $H_0$ : .....

$H_1$ : .....

2º) El estadístico de prueba adecuado es:

.....

Y es test de rechazo correspondiente es:

T: Rechazo la  $H_0 \leftrightarrow$  .....

3º) Fijar el tamaño de error tipo I

$\alpha = 0,05 \rightarrow$  .....

4º) Calcular el valor observado del estadístico de prueba.

.....

5º) La decisión estadística es:

.....  
.....

O podemos realizar la prueba de hipótesis utilizando el valor p. Planteamos el ítem

1º), 2º) y 4º) y:

p-valor=  $P(\dots\dots\dots) =$  .....

Y concluimos:.....

.....  
.....

- 9) Una obra social privada contrata los servicios de una empresa dedicada a emergencias médicas y desea probar que la varianza del tiempo que tarda en llegar la ambulancia al lugar solicitado sea distinta a 4 minutos<sup>2</sup>. ¿Qué puede concluirse con un nivel de significancia de 0,01, si en una muestra de tamaño 10 se obtuvo una desviación estándar de 2,2 minutos?
- 10) Se le pide verificar a un ingeniero la seguridad del uso de cierta máquina. ¿Qué tipo de error cometería si se equivoca al rechazar la hipótesis nula de que la máquina es segura? ¿Qué tipo de error cometería si se equivoca al aceptar la hipótesis nula de que la máquina es segura? ¿Qué es más grave?



- 11) El peso de las prótesis producidos por un fabricante tiene una media de 84 g y una desviación típica de 4,5 g. Un nuevo equipo de fabricantes aspira a que el peso disminuya, para esto ensaya con un nuevo producto en una muestra de 50 prótesis y se encuentra que el peso es de 83 g.
- a) ¿Puede sostenerse que hay una disminución del peso de las prótesis al nivel de significancia 0,01?
- b) Calcule el valor p y verifique la decisión tomada anteriormente.
- 12) Una empresa compra un gran embarque de elementos de precisión. Se toma una muestra de 31 de ellos y se encuentra que el peso medio es de 12,02 g con una desviación estándar de 1,74 g. El peso medio deseado es de 12,50 g. ¿Deberá el comprador aceptar el embarque basado en la inspección de la muestra? Suponga que la compañía establece el nivel de significancia del 5% para una prueba de dos extremos.
- 13) Un trabajador social cree que menos del 25% de las parejas de cierta región han utilizado por lo menos una vez alguna forma de control natal. Con el fin de ver si esta suposición es razonable, el trabajador social selecciona una muestra aleatoria de 120 parejas de la región y 21 de ellas dijeron que habían empleado algún método de control natal. Con  $\alpha = 0,01$ , ¿contradicen estos datos la opinión del trabajador social?
- 14) El nacimiento de un solo bebé puede considerarse un suceso aleatorio con dos posibles resultados equiprobables. Generalmente se sostiene que el número de nacimientos de mujeres es mayor que el de varones. De 3000 nacimientos 1580 fueron niñas, en un período determinado.
- a) Verifique la hipótesis al nivel de significancia 0,01.
- b) Manteniendo la proporción de nacimientos pero con una muestra de 300 nacimientos, ¿qué se puede afirmar?
- 15) Un fabricante de batería para automóviles asegura que la duración de sus baterías tiene una distribución aproximadamente normal con una desviación estándar igual a 0,9 años. Si una muestra aleatoria de 10 de estas baterías tiene una desviación estándar de 1,2 años. ¿Piensa que ha aumentado la desviación estándar? Utilice un nivel de significancia de 0,05.

### **PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA DOS POBLACIONES**

- 16) Un diseñador de productos está interesado en reducir el tiempo de secado de una pintura. Se prueban dos fórmulas de pintura; la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar y la fórmula 2 tiene un nuevo ingrediente secante que tiende a reducir el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que la desviación estándar del tiempo de secado es ocho minutos y esta variabilidad inherente no debe verse afectada por la adición del nuevo ingrediente. Se pintan 35 placas con la fórmula 1 y otras 35 con la fórmula 2. Los dos tiempos promedio de secado muestrales son  $\bar{x}_1 = 116$  min y  $\bar{x}_2 = 112$  min, respectivamente. ¿A qué conclusión puede llegar el diseñador del producto sobre la eficacia del nuevo ingrediente, utilizando  $\alpha = 0,01$ ?

- 17) Se analizan dos catalizadores para determinar la forma en que afectan el rendimiento promedio de un proceso químico. De manera específica, el catalizador 1 es el que se está empleando en este momento y es aceptable. Debido a que el catalizador 2 es más económico, éste puede adoptarse siempre y cuando no cambie el rendimiento del proceso. Se hace una prueba en una planta piloto; los resultados obtenidos son:  $\bar{x}_1 = 92,255$ ,  $s_1 = 2,39$ ,  $n_1 = 8$  y  $\bar{x}_2 = 92,733$ ,  $s_2 = 2,98$ ,  $n_2 = 8$  para los catalizadores 1 y 2, respectivamente. ¿Existe alguna diferencia entre los rendimientos promedio, utilizando  $\alpha = 0,05$  y considerando que las variables se distribuyen de forma normal y que las varianzas poblacionales son iguales?
- 18) Se evalúan dos tipos diferentes de soluciones para pulir, para su posible uso un tipo de pulido en la fabricación de lentes intraoculares utilizados en el ojo humano después de una cirugía de cataratas. Se pulen 300 lentes con la primera solución y, de éstas, 253 no presentaron defectos inducidos por el pulido. Después se pulen otras 300 lentes con la segunda solución, de los cuales 196 resultaron satisfactorios. ¿Existe alguna razón para creer que las dos soluciones para pulir son diferentes a un nivel de significancia del 1%?
- 19) Las capas de óxido en las obleas semiconductoras son depositadas en una mezcla de gases para alcanzar el espesor apropiado. La variabilidad del espesor de las capas de óxido es una característica crítica de la oblea, y lo deseable para los siguientes pasos de la fabricación es tener una variabilidad baja. Para ello se estudian dos mezclas diferentes de gases con la finalidad de determinar con cuál se obtienen mejores resultados en cuanto a la reducción en la variabilidad del espesor del óxido. Veinticinco obleas son depositadas en cada gas. Las desviaciones estándar de cada muestra del espesor del óxido son  $s_1 = 1,96$  angstroms y  $s_2 = 2,13$  angstroms, respectivamente. ¿Existe alguna evidencia que indique preferencia por alguno de los gases, con un nivel de significancia de 0,02, considerando que las variables se distribuyen de forma normal?
- 20) Una empresa de notebook quiere incursionar en la venta de teléfonos celulares, para lo cual utiliza chip desarrollados por su empresa y por otro proveedor. Como parte de una prueba de control de calidad, la empresa obtiene datos sobre la tasa de chips defectuosos por cada lote de 1000. Se obtienen los siguientes resultados:

	Número de chips defectuosos/1000									
Empresa propia	9.8	9.9	1.2	10.5	10.7	10.8	11.7	13.9	19.2	27.6
Proveedor	10.6	11	11.5	11.8	11.9	12.7	14.2	16.8	21.7	29.9

- a) Enuncie las variables aleatorias.
- b) Realice una prueba de hipótesis para comprobar la igualdad o no de las varianzas de las dos poblaciones que tienen distribuciones normales e independientes. Con un nivel de significación del 5%. Utilice el estadístico de prueba correspondiente y el p-valor.

- c) Se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias con un nivel de significación del 5% frente a una hipótesis alternativa que la media de defectos del proveedor es mayor. Utilice el estadístico de prueba correspondiente y el p-valor.
- 21) Se llevó a cabo un experimento para comparar el deterioro abrasivo de dos materiales laminados diferentes. Se probaron doce piezas del material 1 y diez piezas del material 2, exponiendo una a una las máquinas para medir su deterioro. Las muestras del material 1 dieron un deterioro promedio (registrado) de 85 unidades con una desviación muestral de 4, mientras que las muestras del material 2 dieron un promedio de 81 y una desviación muestral de 5.
- a) ¿Puede concluirse en el nivel de significancia de 0,05 que el deterioro abrasivo es el mismo en los dos materiales? Asuma que las poblaciones son aproximadamente normales con varianzas iguales.
- b) ¿Se justifica, con un nivel de significancia de 0,10, la afirmación de que las varianzas poblacionales desconocidas son iguales?

### EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

- 1) Un fabricante que desarrolla un nuevo sedal para pesca afirma que tiene una resistencia media a la ruptura de por lo menos 15 kilogramos, con una desviación estándar de 0,5 kilogramos. Para verificar lo que dice el fabricante se toma una muestra aleatoria de 50 sedales y se obtiene una media de 14,9 kilogramos.
- a) ¿Hay evidencia suficiente como para desmentir lo que afirma el fabricante, a un nivel de significancia de 0,05?
- b) ¿Cuál es el valor p de esta prueba? Interprete su valor en el contexto del problema.
- c) Si la verdadera media poblacional es de 14,97 kilogramos, ¿Qué error se cometería? ¿Cuál es la probabilidad de cometerlo en tal situación?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error de tipo II, si la verdadera media es igual a 14,9?

Solución: a) Acepto  $H_0$ ; b) 0,07927; c) 0,89796; d) 0,61133

- 2) Un profesor está interesado en comparar las calificaciones de sus alumnos de dos universidades diferentes. De acuerdo al nivel intelectual, él cree que la diferencia entre ellos no es significativa, para esto se evalúa a un grupo de alumnos de cada una de las instituciones. Una muestra aleatoria de tamaño 25 alumnos de la primera institución arroja una media de 81 puntos, con desviación estándar de 5,2 puntos, mientras que la muestra aleatoria de 36 alumnos de la segunda institución arrojó una media de 76 puntos, con una desviación estándar de 3,4 puntos. Suponiendo normalidad, responda las siguientes consignas:

- a) Pruebe la hipótesis del profesor, con un nivel de significancia de 0,01.
- b) Pruebe la hipótesis del profesor, con base en el resultado del valor p.

Solución: a) Rechazo  $H_0$  para varianzas poblacionales conocidas; b) 0,00002

3) En un estudio para estimar la proporción de residentes de cierta ciudad y sus suburbios que están a favor de la construcción de una planta de energía nuclear, se encuentra que 63 de 100 residentes urbanos están a favor de la construcción mientras que sólo 59 de 125 residentes suburbanos la favorecen. ¿Hay una diferencia significativa entre la proporción de residentes urbanos y suburbanos que favorecen la construcción de la planta nuclear? Base su decisión en el valor p.

Solución:  $p\text{valor}=0,01778$ , rechazo  $H_0$ .

4) Se considera un nuevo dispositivo de radar para cierto sistema de misiles de defensa. El sistema se verifica mediante la experimentación con aeronaves reales en las que se simula una situación de muerte o no muerte, si en 300 pruebas ocurre 250 muertes, acepte o rechace, con un nivel de significancia de 0,04, la afirmación de que la probabilidad de una muerte con el sistema nuevo no excede la probabilidad de 0,8 del sistema existente.

Solución: Acepto  $H_0$

5) Si una máquina despachadora de refrescos está fuera de control si la varianza de los contenidos difiere de 1,15 decilitros<sup>2</sup>. Si una muestra aleatoria, tomada de una población con distribución normal, de 25 bebidas de esta máquina tiene una varianza de 2,03 decilitros<sup>2</sup>; ¿es evidencia suficiente, con un nivel de significancia de 0,05, de que la máquina está fuera de control?

Solución: Rechazo  $H_0$ , hay evidencia significativa para suponer que la máquina está fuera de control.

6) Se lleva a cabo un experimento para comparar el contenido de alcohol en una salsa de soya en dos líneas de producción diferentes. La producción se supervisa ocho veces al día. Los datos son los que aquí se muestran:

Línea de producción 1	0,48	0,39	0,42	0,52	0,40	0,48	0,52	0,52
Línea de producción 2	0,38	0,37	0,39	0,41	0,38	0,39	0,40	0,39

Suponga que ambas poblaciones son normales. Se sospecha que la línea de producción 1 no produce con la consistencia de la línea 2 en términos de contenido de alcohol. Pruebe la hipótesis de que  $\sigma_1=\sigma_2$  contra la alternativa de que  $\sigma_1\neq\sigma_2$ . Base su decisión y justifíquela con el valor p.

Solución:  $p\text{valor}= 0,0008$

7) Se desarrolla un nuevo método de curado para cierto tipo de cementos que tienen una resistencia media a compresión de 500 MPa a la edad de 28 días, con una desviación estándar de 40 MPa. Se quiere probar la hipótesis de que el nuevo método de curado mejora la resistencia a compresión de tales cementos. Para ello se elaboran 64 probetas de cemento y se obtuvo una resistencia media a compresión de 515 MPa.

a) con un nivel de significancia igual a 0,01, ¿hay evidencia suficiente para creer que la resistencia media a compresión ha mejorado?

b) ¿Cuál es el valor p de la prueba?

c) a nivel de significancia igual a 0,05, ¿cuál sería el valor de la resistencia media crítica, a partir del cual se rechazaría la hipótesis nula?

Solución: a) Rechazo  $H_0$ ; b) 0,00135; c) 508,2