



**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**  
**UNIDAD DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



**MATEMÁTICA III**

**CICLO I - 2019**

**GUÍA DE DISCUSIÓN: UNIDAD II**  
**COORDENADAS POLARES**

**I. COORDENADAS POLARES Y SUS GRAFICOS.**

**En los ejercicios 1 - 8, se da las coordenadas polares de un punto. Marcar el punto y hallar sus coordenadas rectangulares.**

- 1)  $(3, \frac{5\pi}{6})$       3)  $(-1, 7)$       5)  $(3, -\frac{\pi}{3})$       7)  $(-4, 23\frac{\pi}{4})$   
2)  $(4, \frac{3\pi}{2})$       4)  $(0, -\pi)$       6)  $(-4, \frac{11\pi}{12})$       8)  $(-3, -1.5)$

**En los ejercicios 9 - 16, se da las coordenadas rectangulares de un punto. Hallar dos pares de coordenadas polares para ese punto, donde  $0 \leq \theta < 2\pi$ .**

- 9)  $(5, 5)$       11)  $(-8, 6)$       13)  $(-\sqrt{8}, -\sqrt{8})$       15)  $(0, 0)$   
10)  $(0, 5)$       12)  $(3\sqrt{3}, -3)$       14)  $(-2, 0)$       16)  $(-\sqrt{6}, -\sqrt{2})$

**En los Ejercicios 17 - 32, convertir la ecuación en coordenadas rectangulares a polares y cuando sea posible exprese  $r$  en función de  $\theta$ .**

- 17)  $x^2 - y^2 = 4$       18)  $y = 4$       19)  $y^2 - 4ax - 4a^2 = 0$       20)  $x^2 + (y+1)^2 = \sqrt{x^2 + y^2} + 1$   
21)  $-y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$       22)  $x^3 + y^3 = 3xy$       23)  $4x + 7y - 2 = 0$       24)  $(x^2 + y^2)^2 - 9(x^2 - y^2) = 0$   
25)  $y = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$       26)  $x = 10$       27)  $xy = 4$       28)  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 13$       29)  $x^2 + y^2 - 2ay = 0$   
30)  $x^2y - y^3 - 5x^2 + 5y^2 = 0$       31)  $y^2 - 8x - 16 = 0$       32)  $y = \sqrt{\left(\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\right)^2 - x^2}$

**33) Determinar una ecuación polar,  $r^2 = R(\theta)$ , de la gráfica cuya ecuación cartesiana es**

$$x = \frac{2y}{y^2 + 1}$$

**En los Ejercicios 34– 47 convertir la ecuación polar en rectangular.**

$$34) r \csc(\theta) = 2$$

$$35) r = 1 + 2 \cos(\theta)$$

$$36) r = 4 \cos(\theta)$$

$$37) r = \frac{1}{1 - \cos(\theta)}$$

$$38) \theta^2 = \frac{\pi^2}{9}$$

$$39) r = \frac{6}{\sqrt{3} + 3 \sin(\theta)}$$

$$40) r = 4$$

$$41) r = \frac{2 \cos(\theta)}{1 - \cos^2(\theta)}$$

$$42) 2 \sin(\theta) - r \cos^2(\theta) = 0$$

$$43) r = \sqrt{4 \sin(2\theta)}$$

$$44) r^2 = \cos(2\theta)$$

$$45) r = \frac{6}{2 \cos(\theta) - 3 \sin(\theta)}$$

$$46) r = 2 \cos(3\theta)$$

$$47) \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta) = 0$$

## II. TRAZADO DE CURVAS EN COORDENADAS POLARES

$$1) r = -2 \cos(3\theta)$$

$$2) r = -\sin 5\theta$$

$$3) r = -2$$

$$4) r = 3 \sin 2\theta$$

$$5) r = \theta$$

$$6) r = 3 \cos 2\theta$$

$$7) r = 3 \cos \theta$$

$$8) r^2 = 4 \cos 2\theta$$

$$9) r = 4 \sin \theta$$

$$10) r^2 = 4 \sin(2\theta)$$

$$11) r = 3 \csc \theta$$

$$12) r = 3 + 2 \sin(\theta)$$

$$13) r = 2 \sec \theta$$

$$14) r = 2 - 4 \cos(\theta)$$

$$15) r = \frac{2}{2 \cos \theta - \sin \theta}$$

$$16) r = 1 + 2 \sin(\theta)$$

$$17) r = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$18) r = 5 - 2 \cos(\theta)$$

$$19) r = 3(1 - \cos(\theta))$$

$$20) r = -8 \cos(\theta) - 2 \sin(\theta)$$

$$21) r = 2 \cos(3\theta)$$

$$22) r = 3 \sin(\theta) + 4 \cos(\theta)$$

### III. CÁLCULO DE ÁREAS

En los ejercicios 1 – 10 determinar los puntos de intersección de las gráficas de las ecuaciones.

- |                                                         |                                                                         |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 1) $r = a \sin(\theta)$<br>$r = a \cos(\theta)$         | 6) $r = 1 + \cos(\theta)$<br>$r = 3 \cos(\theta)$                       |
| 2) $r = 3(1 + \sin \theta)$<br>$r = 3(1 - \sin \theta)$ | 7) $r = \theta/2, r = 2, 0 < \theta < 2\pi$                             |
| 3) $r = 1 + \cos(\theta)$<br>$r = 1 - \sin(\theta)$     | 8) $r^2 = 4 \cos(\theta), r = 1 - \cos(\theta)$                         |
| 4) $r = 2 - 3 \cos(\theta)$<br>$r = \cos \theta$        | 9) $r = \tan(\theta), r = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \csc(\theta)$ |
| 5) $\theta = \pi/4, r = 2, 0 < \theta$                  | 10) $r = 3 + \sin(\theta), r = 2 \csc(\theta)$                          |

En los ejercicios 11 – 20 calcular el área de la región.

- |                                                                         |                                               |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 11) $r = 2 \cos(3\theta)$                                               | 12) El interior de $r = 1 + 2 \cos(\theta)$   |
| 13) Un pétalo de $r = 4 \sin(2\theta)$                                  | 14) Lazo interior de $r = 1 + 2 \cos(\theta)$ |
| 15) Un pétalo de $r = 2 \cos 2\theta$                                   | 16) Lazo interior de $r = 3 + 4 \sin(\theta)$ |
| 17) $r = \cos(5\theta)$                                                 | 18) Entre lazos de $r = 1 + 2 \cos(\theta)$   |
| 19) El interior de $r = 1 - \sin(\theta)$<br>(por encima del eje polar) | 20) Entre lazos de $r = 2(1 + 2 \sin \theta)$ |

En los ejercicios 21 - 28, calcular el área de la región.

- 21) Interior común a :  $r = 4 \sin 2\theta$  y  $r = 2$
- 22) Interior común a :  $r = 3(1 + \sin \theta)$  y  $r = 3(1 - \sin \theta)$
- 23) Interior común a :  $r = 3 - 2 \sin(\theta)$  y  $r = -3 + 2 \sin(\theta)$
- 24) Interior común a :  $r = 3 - 2 \sin(\theta)$  y  $r = 3 - 2 \cos(\theta)$
- 25) Interior común a :  $r = 4 \sin(\theta)$  y  $r = 2$

26) Interior a  $r = 3 \operatorname{sen}(\theta)$  y exterior a  $r = 2 - \operatorname{sen}(\theta)$

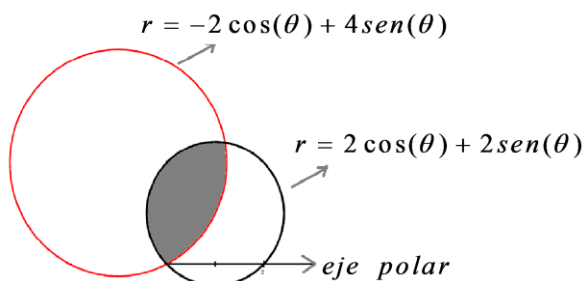
27) Interior a  $r = 2a \cos(\theta)$  y Exterior a  $r = a$

28) Interior comun a  $r = 3 - 2\operatorname{sen}(\theta)$  y a  $r = 2$  (utilizando solamente ángulos positivos)

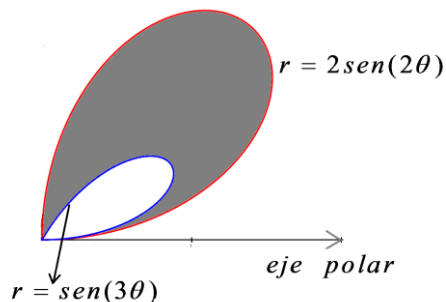
29) Interior a  $r = 2$  y exterior a  $r = 4\cos(3\theta)$  (primer cuadrante)

30) Calcular el área de la región sombreada

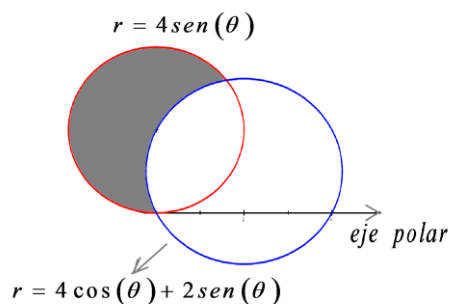
a)



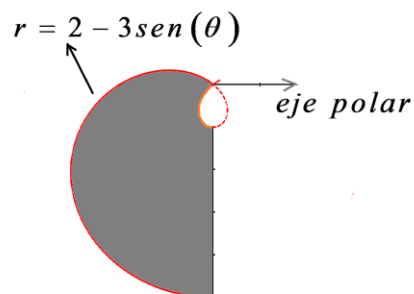
b)



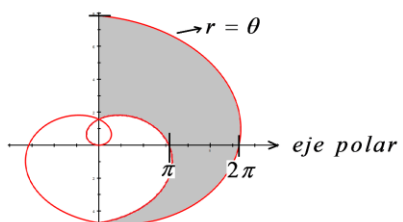
c)



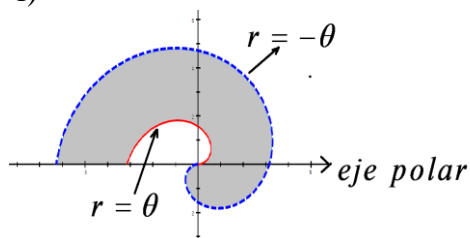
d)



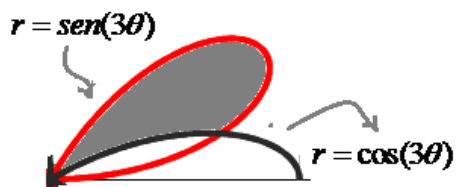
e)



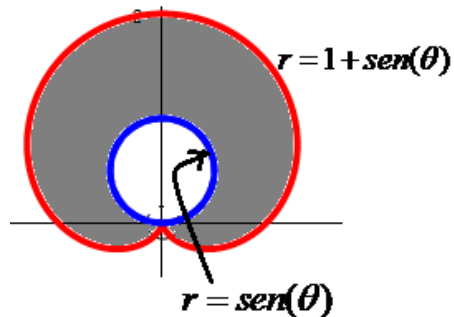
f)



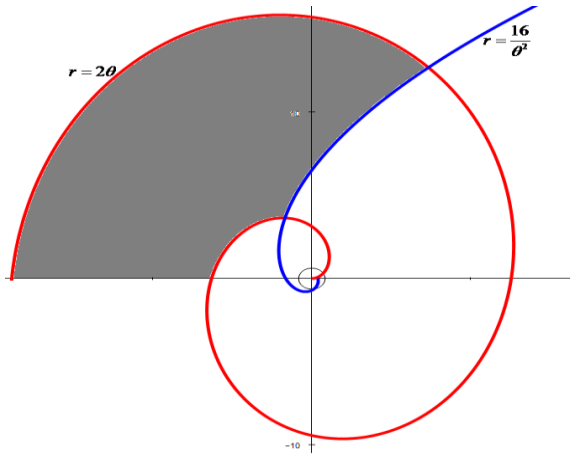
g)



h)



i)



sugerencia: Para calcular uno de los puntos de intersección utilice la fórmula general  $(-1)^n r = f(\theta + n\pi)$ , con  $n = 2$  en la ecuación  $r = 2\theta$  y luego en el simultaneo usar el método de newton-raphson con  $\theta_0 = 1.05$

#### IV. Uso de la tecnología

Haciendo uso de una herramienta graficadora trace las siguientes curvas:

1)  $r = \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$

2)  $r = \cos\left(\frac{\theta}{3}\right)$

3)  $r = \theta \cos(\theta)$

4)  $r = 2 + 4\text{sen}(5\theta)$

5)  $r = \frac{1}{\sqrt{\theta}}$

6)  $r = 2 + 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$

7)  $r = 1 - 2\text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

**MATERIAL COMPARTIDO  
ORIGINALMENTE PARA:**



MAT315 - 2020  
<https://chat.whatsapp.com/CQHD50kTCs8VnKXXQDxz>

**SI LLEGO POR OTRO  
MEDIO, CUMPLIMOS  
NUESTRO PROPOSITO  
AYUDAR A OTROS :)**