

## UNIDAD I: MATRICES Y DETERMINANTES

### MATRICES

Una matriz de orden  $m \times n$  se denota por

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = (a_{ij})_{m \times n}$$

Ejemplo de matriz B de orden  $4 \times 3$  (cuatro filas y tres columnas)

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 7 & 4 \\ 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

El elemento  $b_{23}$  es el número 5 (el elemento que está en la segunda fila tercera columna).

Notas:

- Dos matrices A y B son iguales si y solo si  $a_{ij} = b_{ij}$  para todo valor de  $i$  y  $j$ .

Hallar los valores de x, y, z en la siguiente igualdad:

$$\begin{bmatrix} 2x \\ 3y \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 16z \end{bmatrix}$$

- Matriz nula es aquella de orden  $m \times n$  donde todos los elementos son ceros.

### OPERACIONES CON MATRICES

#### - Suma de matrices

Si dos matrices A y B poseen el mismo orden  $m \times n$ , la suma de ellas es

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}$$

**Observación:**

Las matrices se suman elemento a elemento

**Propiedad conmutativa y asociativa**

i)  $A + B = B + A$

ii)  $A + (B + C) = (A + B) + C$  ; matrices A , B y C del mismo orden.

**Ejemplo 1: Determinar A+B si:**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Solución:**- Resta de Matrices**

Si A y B son matrices del mismo orden m x n, entonces

$$A - B = (a_{ij} - b_{ij})_{m \times n}$$

**Ejemplo 2:**

Dadas las matrices A y B hallar B - A. Siendo  $A = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 3 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

Solución:**- Producto de una constante por una matriz**

Si k es un número real y A es una matriz de orden m x n, entonces :

$$kA = k(a_{ij})_{m \times n}$$

Propiedades:

Si k y t son números reales, A y B son matrices del mismo orden:

i)  $k(A+B) = kA + kB$

ii)  $(k+t)A = kA + tA$

iii)  $(kt)A = k(tA)$

**Ejemplo 3:** Determinar -2B , si  $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Solución:

**- Producto de Matrices**

Si A y B son matrices de orden  $m \times n$  y  $q \times p$  respectivamente, el producto AB es posible si y sólo si:

$$n = q$$

Es decir, que el número de columnas de la matriz A tiene que ser igual al número de filas de la matriz B.

El resultado de multiplicar A con B (AB) es otra matriz C, donde:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

**Nota:** El orden de la matriz C es  $m \times p$

Por ejemplo si una matriz A es de orden 5x4 y la matriz B es de orden 4x3 se puede efectuar el producto AB. La matriz resultante del producto AB es del orden 5x3.

El producto de matrices No goza de la propiedad conmutativa, pero si de la asociativa y distributiva, siempre y cuando los productos sean posibles:

- i)  $A(BD) = (AB)D$
- ii)  $A(B+D) = AB+AD$
- iii)  $(A+B)D = AD+BD$

**Ejemplo 4:** si  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$ , determinar AB y BA.

	<b>B</b>	-3	1	2	1
<b>A</b>		4	-1	-6	3
-2	1	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$
3	-4	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	$c_{24}$
2	5	$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	$c_{34}$

Solución:

Primero observemos que la matriz A es de orden  $3 \times 2$  y la matriz B es de orden  $2 \times 4$ , es decir que AB es posible realizarlo y será una matriz C de orden  $3 \times 4$ . Además BA no es posible realizarlo (B es de orden  $2 \times 4$  y A es de orden  $3 \times 2$ ).

$$c_{11} = \text{fila1 de A por columna1 de B} = (-2 \times -3) + (1 \times 4) = 10$$

$$c_{12} = \text{fila1 de A por columna2 de B} = (-2 \times 1) + (1 \times -1) = -3$$

$$c_{13} = \text{fila1 de A por columna3 de B} = (-2 \times 2) + (1 \times -6) = -10$$

$$c_{14} = \text{fila1 de A por columna4 de B} = (-2 \times 1) + (1 \times 3) = 1$$

$$c_{21} = \text{fila2 de A por columna1 de B} = (3 \times -3) + (-4 \times 4) = -25$$

$$c_{22} = \text{fila2 de A por columna2 de B} = (3 \times 1) + (-4 \times -1) = 7$$

$$c_{23} = \text{fila2 de A por columna3 de B} = (3 \times 2) + (-4 \times -6) = 30$$

$$c_{24} = \text{fila2 de A por columna4 de B} = (3 \times 1) + (-4 \times 3) = -9$$

De la misma manera:  $c_{31} = 14$ ,  $c_{32} = -3$ ,  $c_{33} = -26$  y  $c_{34} = 17$ . Entonces

$$AB = C = \begin{pmatrix} 10 & -3 & -10 & 1 \\ -25 & 7 & 30 & -9 \\ 14 & -3 & -26 & 17 \end{pmatrix}$$

### Ejemplo 5:

Calcular CD y DC, si es posible, siendo

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 3 & -4 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

### Solución

C \ D			0	1	2	1
			-2	-1	1	1
			5	3	0	2
1	1	-2				
0	5	2				
3	-4	3				

### - Inversa de una Matriz

Definiciones preliminares:

- Matriz cuadrada: es aquella donde el número de filas es igual al número de columnas.
- Diagonal principal de una matriz cuadrada A: es el conjunto de elementos definidos por  $a_{ij}$  donde  $i = j$ .

- Matriz transpuesta: La traspuesta de la matriz A se denota por  $A^t$

Si  $A = (a_{ij})$ , entonces  $A^t = (a_{ji})$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 3 & -4 & 3 \end{pmatrix} \quad C^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -4 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Notemos que la filas de C pasan a ser las columnas de  $C^t$

- Matriz identidad ( $I$ ) : es aquella matriz cuadrada cuyos elementos de la diagonal principal son “unos” y el resto de elementos son “ceros”.

Ejemplos de matrices identidad:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

**Propiedad:** El resultado del producto de una matriz cuadrada cualquiera  $A$ , por la matriz identidad  $I$  del mismo orden de  $A$ , es la matriz  $A$ .

$$A I = A \quad I A = A$$

### **Definición: (Matriz inversa)**

Si  $A$ ,  $B$  e  $I$  son matrices cuadradas de orden “ $n$ ” y se cumple que  $AB = I$  y  $BA = I$ , entonces se dice que  $B$  es la matriz inversa de  $A$  y viceversa.

**Notación:** La inversa de una matriz  $A$  se denota por  $A^{-1}$ .

## **DETERMINANTES**

A toda matriz cuadrada “ $A$ ”, se le asocia un número llamado determinante de  $A$ .

Simbología:  $\det(A)$  ó  $|A|$ , el cual no hay que confundirlo con el valor absoluto de un número real.

Si  $A$  es una matriz de orden 1 :  $A = (a_{11})$ , entonces  $\det(A) = |A| = a_{11}$

Si  $A$  es de orden 2:  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ ,  $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

**Ejemplo 6:** Hallar  $\det(A)$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$

Para matrices cuadradas de orden 3, se definirá la siguiente terminología:

**Menor:** Si  $A$  es una matriz de orden 3, el menor  $M_{ij}$  de un elemento  $a_{ij}$  es el determinante de la matriz de orden 2 que se obtiene al omitir la fila  $i$  y la columna  $j$ . Así, por ejemplo:

Sea  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ , hallar  $M_{21}$  y  $M_{32}$

Solución

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad M_{32} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}$$

**Cofactor:** El cofactor  $A_{ij}$  del elemento  $a_{ij}$  se define como

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij} \text{ es decir } A_{ij} = \begin{cases} M_{ij}, & \text{si } i+j \text{ es par} \\ -M_{ij}, & \text{si } i+j \text{ es impar} \end{cases}$$

**Ejemplo 7:**

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & -5 & 6 \\ -1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ , hallar los cofactores  $A_{33}$ ,  $A_{12}$  y  $A_{23}$

**Solución**

**Teorema 1:** Si  $A$  es una matriz cuadrada de orden  $n > 1$ , entonces el determinante de  $A$  se puede obtener multiplicando los elementos de cualquier fila (o columna) por sus respectivos cofactores y sumando los productos resultantes.

Así, si se tiene que calcular el determinante de una matriz  $A$  de orden 3, lo podemos hacer mediante el uso de cofactores a través de cualquier fila o columna.

**Ejemplo 8:** Si  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ , hallar  $\det(A)$  usando cofactores.

**Solución:**

Hallaremos  $|A|$  mediante la fila 3

El mismo resultado obtendremos si calculamos dicho determinante utilizando cualquier otra columna o cualquier fila. (comprobarlo haciéndolo de otra forma).

Si una matriz posee elementos que son ceros, hay que tratar de aprovecharlos a la hora de que necesitemos calcular el determinante de la matriz, tal como lo vemos en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 9** : Evaluar  $|A| =$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

**Solución**

Conviene resolver por columna 3 ya que hay más ceros en dicha columna

**Ejemplo 10:** Resolver el problema anterior utilizando otra columna u otra fila, el resultado tiene que ser el mismo

**Teorema 2:** Si todos los elementos de una fila (o columna ) de una matriz cuadrada A son ceros , entonces  $|A| = 0$ .

### PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

Sea A una matriz cuadrada de orden n:

- 1) Si la matriz B se obtiene al intercambiar 2 filas ( o dos columnas ) de A, entonces  $|B| = -|A|$ .
- 2) Si B se obtiene al multiplicar por un número real k cada elemento de una fila (o columna ) de A , entonces  $|B| = k|A|$ .
- 3) Si B se obtiene al sumarle a cualquier fila (o columna) de A, k veces otra de sus filas(o columnas), donde k es cualquier número real, entonces  $|B| = |A|$ .
- 4) Si dos filas o dos columnas de una matriz cuadrada son idénticas, entonces  $|A| = 0$ .

$$\begin{pmatrix} 6 & -3 & -9 \\ -4 & 2 & 6 \\ 5 & -10 & 15 \end{pmatrix}$$

**Ejemplo 11:** Aplicar propiedades para facilitar el cálculo del determinante de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Solución



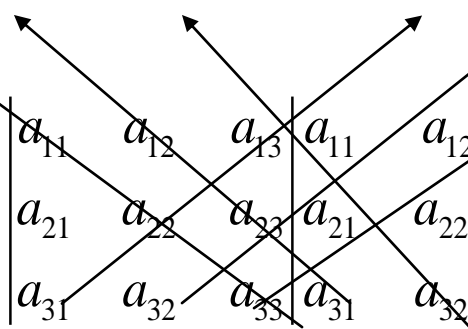
**Observación:**

Para calcular el determinante de matrices de orden 3 (únicamente), se puede utilizar también el método de Sarrus. Este método consiste en agregar las columnas uno y dos a la derecha del determinante y efectuar las operaciones que se indican en el esquema siguiente.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Luego el determinante de la matriz A es el resultado de la operación

$$|A| = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{32}a_{23}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12})$$

**Ejemplo 12:**

Encontrar el determinante de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ -2 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

**SOLUCION DE SISTEMAS DE “n” ECUACIONES CON “n” INCOGNITAS,****USANDO DETERMINANTES: REGLA DE CRAMER.**

Para un sistema de 2 ecuaciones 2 incógnitas:

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

Observe que el sistema escrito en forma matricial es:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Haciendo

$$D = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} ; D_x = \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{pmatrix} ; D_y = \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}$$

Entonces:

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} ; y = \frac{|D_y|}{|D|} ; |D| \neq 0$$

Es decir

$$x = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} ; y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} ; \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

**NOTA: Si  $|D| = 0$ , entonces se deberá resolver el sistema utilizando el método de Gauss.**

En forma análoga, se puede resolver un sistema de “n” ecuaciones con “n” incógnitas.

La regla de Cramer para un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas es:

**Ejemplo 13: Resolver el siguiente sistema de ecuaciones, utilizando la regla de Cramer**

$$\begin{aligned}x - y + z &= 1 \\2x + y - z &= -2 \\3x + 2y + z &= 3\end{aligned}$$

### **RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES MEDIANTE MATRICES**

#### **METODO DE GAUSS**

Si se tiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, como por ejemplo

$$\begin{aligned}3x - y + 2z &= 1 \\x + 3y - z &= -3 \\2x - y + z &= -1\end{aligned}$$

Podemos asociar un arreglo de números al sistema anterior, conocido como MATRIZ DE COEFICIENTES, el cual tendrá la forma siguiente:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si a la matriz anterior le agregamos la columna de términos independientes, se obtiene la Matriz Aumentada:

$$\left( \begin{array}{cccc} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

**NOTA:**

Dos sistemas de ecuaciones lineales se dice que son EQUIVALENTES cuando las soluciones son iguales.

Sistema de 3 ecuaciones lineales

Matriz aumentada

$$\begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Si la solución del sistema anterior es UNICA, podemos a través de transformaciones de filas llegar a un sistema equivalente de la forma:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & c & d & e \\ 0 & 1 & f & g \\ 0 & 0 & 1 & h \end{array} \right) \dashrightarrow \begin{array}{l} x + cy + dz = e \\ y + fz = g \\ z = h \end{array}$$

El cual es más fácil de resolver

El procedimiento anterior se conoce como METODO DE GAUSS, para resolver sistemas de ecuaciones de n incógnitas.

### TEOREMA PARA TRANSFORMAR LAS FILAS DE UNA MATRIZ AUMENTADA

Se pueden hacer las siguientes operaciones entre filas:

- i) intercambiar 2 filas cualesquiera
- ii) multiplicar todos los elementos de una fila por el mismo número real k, diferente de cero.
- iii) Sumar a los elementos de una fila, k veces los correspondientes elementos de cualquier otra fila (k pertenece a los reales y debe ser distintos de cero).
- iv) Sumar m veces una fila a n veces otra fila

**Ejemplo 14:** Encontrar la solución del sistema, usando el método de Gauss.

$$3x - y + 2z = 1$$

$$x + 3y - z = -3$$

$$2x - y + z = -1$$

#### Solución

La matriz aumentada relacionada con el sistema de ecuaciones anterior es el siguiente

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

El primer paso es convertir en “uno” el elemento  $a_{11}=3$ , para ello debemos multiplicar cada elemento de la fila 1 por  $\frac{1}{3}$ . Pero en lugar de hacer esto, podemos aprovechar que hay un “uno” en la columna 1, es decir el elemento  $a_{21}=1$  y así podemos intercambiar la fila 2 con la fila 1. Esta operación la podemos representar por  $F1 \leftrightarrow F2$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right) F1 \leftrightarrow F2$$

Luego el nuevo elemento  $a_{11}=1$  nos servirá para hacer ceros debajo de este elemento  $a_{11}$ , llamado elemento pivote, con las siguientes operaciones en fila:

$F_2 - 3F_1 \rightarrow F_2$  Esta operación permite hacer cero en el elemento  $a_{21}$  (toda la fila 2 menos 3 veces la fila 1 y el resultado escribirlo en la fila 2)

$F_3 - 2F_1 \rightarrow F_3$  Esta operación permite hacer cero en el elemento  $a_{31}$  (toda la fila 3 menos 2 veces la fila 1 y el resultado escribirlo en la fila 3)

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right) \Leftrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & -10 & 5 & 10 \\ 0 & -7 & 3 & 5 \end{array} \right) F_2 - 3F_1 \rightarrow F_2, F_3 - 2F_1 \rightarrow F_3$$

Ahora hay que convertir en “uno” el elemento  $a_{22}$  y hacer ceros debajo de él (ahora el elemento pivote es el  $a_{22}$ ). Para ello podemos multiplicar toda la fila 2 por  $-\frac{1}{10}$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -7 & 3 & 5 \end{array} \right) -\frac{1}{10} F2 \rightarrow F2$$

Luego con este nuevo elemento  $a_{22}=1$ , hacemos ceros debajo de él. En este caso mediante la operación en fila  $F_3 + 7F_2 \rightarrow F_3$ , obteniendo una matriz aumentada equivalente a las anteriores

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -2 \end{array} \right)$$

Convertimos en “uno” el elemento  $a_{33}$  multiplicando toda la fila 3 por - 2

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

De esta última matriz aumentada se obtiene el sistema de ecuaciones equivalente al original

$$x + 3y - z = -3 \quad (1)$$

$$y - \frac{1}{2}z = -1 \quad (2)$$

$$z = 4 \quad (3)$$

Observemos que según la ecuación (3), ya tenemos el valor de la variable  $z$  y podemos sustituirla en la ecuación (2) para obtener el valor de  $y$ , el cual resulta ser  $y = 1$ . Estos resultados los podemos sustituir en (1) para obtener el valor de  $x = -2$

**Ejemplo 15 :** Resolver

$$2x - 5y + 2z = -1$$

$$3x - 3z + 2y = 20$$

$$y + z + x = 3$$

Observaciones:

1) Si utilizando el método de Gauss se obtiene la matriz aumentada siguiente

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & c & d & f \\ 0 & 1 & e & g \\ 0 & 0 & 0 & h \end{array} \right)$$

Entonces, si  $h \neq 0$  tendremos que el sistema de ecuaciones no tiene solución

2) Si utilizando el método de Gauss se obtiene la matriz aumentada siguiente

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & c & d & f \\ 0 & 1 & e & g \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Entonces el sistema tiene infinito número de soluciones, ya que el sistema en este caso se reduce a dos ecuaciones con 3 variables.

De manera similar puede analizarse sistema de m ecuaciones con n variables

**Ejemplo16:** Si en un sistema de 3 ecuaciones con tres variables x,y,z, después de efectuar el método de Gauss obtenemos el siguiente resultado

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

**Ejemplo 17:** Una alumna posee cierto número de libros y de cajas. Al empacar sus libros observa que si coloca 7 libros en cada caja, dejará dos afuera. Por otro lado, si pone 8 libros en cada caja, entonces en la última caja solamente le queda un libro. Determine el número de libros y de cajas que posee la alumna.

(solamente definir las variables y plantear el sistema de ecuaciones)

MATERIAL COMPARTIDO  
ORIGINALMENTE PARA:



MAT315 - 2020 📱  
<https://chat.whatsapp.com/CQHD50kTCsBVrK0XKQDxz>

SI LLEGO POR OTRO  
MEDIO, CUMPLIMOS  
NUESTRO PROPOSITO  
AYUDAR A OTROS :)