GUIA DE DISCUSION 1: MATRICES Y DETERMINANTES

I. SUMA Y RESTA DE MATRICES

1. Sean:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad D=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcular:

a) A+B **R/** $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ b) B+A **R/** $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

c) C+D **R/** $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ d) D+C **R/** $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

e) C-D **R/** $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -6 \\ 4 & -5 & 7 \end{bmatrix}$ F) D-C **R/** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ -4 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

2. Una empresa constructora tiene cuatro trabajadores (A, B, C y D) laborando por obra, los cuales construyen polines de un mismo tamaño, pegan ladrillos y pintan paredes. Se tiene la siguiente información:

LUNES

	P	M	N
A	3	4	7
B	2	5	9
C	2	6	8
D	3	5	9

MARTES

	P	M	N
A	2	5	9
B	3	4	7
C	3	5	6
D	2	6	8

MIERCOLES

	P	M	N
A	4	2	5
B	2	7	7
C	3	5	9
D	3	6	9

Donde:
P: Es el número de polines hechos en el día por el trabajador.
M: Es el número de metros cuadrados de pared construida con dichos ladrillos.
N: Es el número de metros cuadrados de pared pintada.

Determinar para cada trabajador (en la jornada de lunes a miércoles) el total de: polines hechos, metros cuadrados de pared construida y metros cuadrados de pared pintada.

R/ $\begin{bmatrix} 9 & 11 & 21 \\ 7 & 16 & 23 \\ 8 & 16 & 23 \\ 8 & 17 & 26 \end{bmatrix}$

A: 9 polines, 11m^2 de pared construida y 21m^2 pintada.
B: 7 polines, 16m^2 de pared construida y 23m^2 pintada.
C: 8 polines, 16m^2 de pared construida y 23m^2 pintada.
D: 8 polines, 17m^2 de pared construida y 26m^2 pintada.

II. PRODUCTO DE MATRICES

1. Calcular AB y BA si es posible.

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 24 & 13 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ **R/** AB no es posible; $\begin{bmatrix} 7 & 2 & -7 & 6 \\ 15 & 2 & -11 & 16 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} 2 \\ 16 \\ -2 \end{bmatrix}$; BA no es posible.

2. Una compañía vende madera para dos tipos de cabaña, uno austero y otro de lujo. El modelo austero requiere 30,000 pies de tablas y 100 horas para cortarla y el de lujo 40,000 pies de tablas y 110 horas para cortarla. Este año, la compañía compra su madera a \$0.20/pie y paga por cortarla \$9/hora; pero el próximo año la comprará a \$0.25/pie y pagará \$10/hora por cortarla. Esta información puede exponerse en la siguiente tabla:

REQUERIMIENTOS **COSTO UNITARIO**

	Madera	Trabajo			Este Año	Próximo Año
Austero	30,000	100		Madera	0.20	0.25
De Lujo	40,000	110		Trabajo	9	10

a) Represente en forma matricial los requerimientos y el costo unitario

b) Calcular el costo total de las cabañas austeras y de lujo para este año y el siguiente.

R/ Este año: \$ 6,900 las austeras; \$ 8,990 las de lujo.
Año próximo: \$ 8,500 las austeras; \$ 11, 100 las de lujo.

3. Juan Martínez, Anastasio Fuentes y Zenobio Arriaga trabajan para una fábrica que elabora los productos A, B, C, por los cuales les pagan \$ 2, \$ 3 y \$ 5 por unidad, respectivamente. La gerencia de producción tiene en sus registros la información siguiente:

Producción del Lunes

$$\begin{array}{l c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Juan M.} \\ \text{Anastasio F.} \\ \text{Zenobio A.} \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Producción del Martes

$$\begin{array}{l c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Juan M.} \\ \text{Anastasio F.} \\ \text{Zenobio A.} \end{array} & \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Salario por Unidad

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Determinar:

a) El salario del lunes de cada obrero.
b) El salario del martes de cada obrero
c) La producción del lunes y martes de cada trabajador

Respuesta

a) R/ Juan \$ 27, Anastasio \$ 23 y Zenobio \$ 23
b) R/ Juan \$ 29, Anastasio \$ 24 y Zenobio \$ 28
c) La producción del lunes y martes de cada trabajador:

$$\begin{array}{l c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Juan M.} \\ \text{Anastasio F.} \\ \text{Zenobio A.} \end{array} & \begin{bmatrix} 7 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 4 \\ 8 & 5 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

III. IGUALDAD DE MATRICES, PRODUCTO DE MATRICES Y PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UNA MATRIZ.

1. Determinar la matriz X si:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix} + X = 2\begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \textbf{R/} \begin{bmatrix} -4 & 7 & 9 \\ -3 & -5 & 8 \end{bmatrix}$$

2. Obtener la matriz M sabiendo que:

$$-3M + 2\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 5 & -14 \\ 8 & 15 \end{bmatrix} \qquad \textbf{R/} \begin{bmatrix} 7/3 & -6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Encontrar el valor de x tal que:

$$\begin{bmatrix} x & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = 0, \text{ donde "0" es la matriz cero.}$$

4. Calcular la matriz K de manera que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

R/ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5/2 & 5/2 \\ -1 & -1/3 & -2/3 \end{bmatrix}$

IV. PROBLEMAS DIVERSOS

1. Si:

A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$ C = $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

Calcular A (B + C) y AB + AC

R/ A (B+C) = AB + AC = $\begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 39 & 34 \end{bmatrix}$

2. Determinar A^2, sabiendo que A = $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} 32 & -3 & 12 \\ 36 & 29 & 24 \\ 34 & 6 & 25 \end{bmatrix}$

3. Efectuar las operaciones indicadas a continuación:

a) $4\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} -14 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -7 \\ 2 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} -38 \\ -2 \end{bmatrix}$

4. Si A(t) = (a ij (t)) es una matriz de orden m x n cuyos elementos son funciones diferenciables en un intervalo común, entonces su derivada se define así:

$\dfrac{dA}{dt} = \left(\dfrac{d}{dt} a_{ij}\right)$ Es decir, para derivar una matriz, solo se derivan sus elementos.

Usando la definición anterior calcular $\dfrac{dA}{dt}$

a) A = $\begin{bmatrix} 2e^{t} \\ e^{-t} \\ e^{\ln t^2} \end{bmatrix}$ R**/** $\begin{bmatrix} 2e^{t} \\ -e^{-t} \\ 2t \end{bmatrix}$ b)A = $2e^{-2t}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + 4e^{-3t}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ **R/** $\begin{bmatrix} -4e^{-2t} - 24e^{-3t} \\ 4e^{-2t} - 12e^{-3t} \end{bmatrix}$

5. Sean A y B dos matrices tal que el producto AB y BA existe, ¿es correcto afirmar que en general se cumple que $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$, $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ y $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$?. Justifique su respuesta.

6. Si $A=\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ y $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ calcular AB y BA.

V. MATRIZ INVERSA

Comprobar que cada pareja de matrices son inversas entre sí.

1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix}$ 2) $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & 1/3 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}$

3) $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

VI. DETERMINANTES

En los ejercicios del 1 al 15 evaluar los determinantes dados:

1. $\begin{vmatrix} 1 & 12 \\ -3 & -13 \end{vmatrix}$

R/ 23

2. $\begin{vmatrix} -2 & 1/2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$

R/ 4

3. $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & 3\sqrt{3} \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

R/ $4\sqrt{2} - 9\sqrt{3}$

4. $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 1-\sqrt{5} \\ 1+\sqrt{5} & 1-\sqrt{2} \end{vmatrix}$

R/ 3

5. $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 8 \\ 15 & 3 & 6 \\ 10 & 4 & 2 \end{vmatrix}$

R/ 180

6. $\begin{vmatrix} 4 & 96 & 85 \\ 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

R/ 24

7. $\begin{vmatrix} 16 & 22 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ 12 & 25 & 2 \end{vmatrix}$

R/ 0

8. $\begin{vmatrix} CosX & SenX \\ -SenX & CosX \end{vmatrix}$

R/ 1

9. $\begin{vmatrix} -1 & 10 & -12 \\ 0 & 1 & -4 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

R/ 39

10. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 22 & 1 & -12 \\ 4 & -7 & 0 \end{vmatrix}$ **R/** 948

11. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 5 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ **R/** 55

12. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ **R/** (b - a) (c - a) (c-b)

13. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ **R/** 319

14. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **R/** -6

15. $\begin{vmatrix} 6 & -3 & 4 & -2 \\ 9 & 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -3 & 2 \\ 10 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ **R/** -6

16. Calcular los determinantes

a) $\begin{vmatrix} u & d & g \\ 0 & e & f \\ 0 & 0 & s \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} u & 0 & 0 \\ d & e & 0 \\ f & g & s \end{vmatrix}$

¿Qué concluyes de los resultados obtenidos en a) y b)?

17. Si $A = \begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e & f \\ 0 & 0 & g & h \end{vmatrix}$, comprobar que $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}\begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$

Para los siguientes ejercicios del 16 al 19 resolver las ecuaciones dadas.

18. $\begin{vmatrix} 5 & -x \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4$ **R/** x = -8

19. $\begin{vmatrix} (x+5) & 3 \\ 3 & (x+2) \end{vmatrix} = 0$ **R/** $x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

20. $\begin{vmatrix} (1-x) & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 2 & (-1-x) & -2 \end{vmatrix} = 0$ R/ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{61}}{3}$

21. $\begin{vmatrix} (x+3) & 12 \\ (x-3) & 4 \end{vmatrix} = 5(x-1)$ **R/** $x = \frac{53}{13}$

La ecuación | A – κ I | = 0 se llama ecuación característica de A, donde A es una matriz cuadrada, I la matriz identidad y κ los valores que satisfacen dicha ecuación, llamados valores propios, valores característicos ó “eigenvalores” de A.
En los ejercicios siguientes hallar los valores de k (eingenvalores de A)

22 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -7 & 8 \end{pmatrix}$ **R/** k = 6, k = 1

23. $A = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$ **R/** k = - 4

24. $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ **R/** $k = \frac{7 \pm \sqrt{57}}{2}$

25. $A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 9 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

R/ k = 0, k = 4, k = -4

26. $A=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

R/ k = -2

Si y_1 (x), y_2 (x), ..., y_n (x) tienen al menos (n-1) derivadas, el Wroskiano de y_1, y_2, ..., y_n, denotado por W (y_1, y_2, ..., y_n), se define así:

$$W(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \ldots.y_n \\ y_1' & y_2' & \ldots.y_n' \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & \ldots.y_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

En los ejercicios del 27 al 30 calcular el Wronskiano de:

27. $y_1 = e^{-2x}$, $y_2 = e^{2x}$ **R/** 4

28. $y_1 = e^{x}$, $y_2 = e^{2x}$, $y_3 = e^{3x}$ **R/** $2e^{6x}$

29. $y_1 = Sen^2 x$, $y_2 = 1 - Cos\,(2x)$ **R/** 0

30. $y_1 = e^{x} Cos\,(3x)$, $y_2 = e^{x} Sen(3x)$ **R/** $3e^{2x}$

VII. REGLA DE CRAMER

Utilizando la regla de Cramer resolver los sistemas siguientes:

1. x + y – 2z = 14
   2x - y + z = 0
   6x + 3y +4z = 1

   R/ x = 3, y = 1, z = -5

2. 2x + y + z = 4
   10x - 2y + 2z = -1
   6x - 2y + 4z = 8

   R/ x = -1/2, y = 3/2, z = 7/2

3. -2x + 2y + 3z = 1
   x - y = 3
   y + 4z = -2

   R/ (x, y, z) = (-25/3, -34/3, 7/3)

4. x + 2y + 3z = -1
   - 2x + y = 4
   3x - y + z = 2

   R/ (x, y, z) = (-27/2, -23, 39/2)

VIII. METODO DE GAUSS

Resolver cada uno de los siguientes sistemas por el método de Gauss.

1. $4x - y + 2z = 2$
$-3x + y - 4z = -1$
$x + 4z = 1$

R/ $x = 1$, $y = 2$, $z = 0$

2. $2x + 3y + 4z = -6$
$4y - x - 6z = 6$
$3x - 2y + 2z = 2$

R/ $x = 4/3$, $y = -2/3$, $z = -5/3$

3. $x + 2y - z = 1$
$-3x - 5y + 2z = -5$
$2x + 6y + 3z = -2$

R/ $x = 5$, $y = -2$, $z = 0$

4. $x + y + z = 0$
$2x - 7 - y = -2z$
$2y + 7z - 5 = 3x$

R/ $x = 2/3$, $y = -7/3$, $z = 5/3$

5. $w - x - 2y = 0$
$2w - x + y = 0$
$2w - 3x - y = 0$

R/ $w = x = y = 0$

6. $w + x + y - z = 0$
$2w - 3x - y + 2z = 1$
$-w + x + 2y = 5$
$w + 3z - 9 = 0$

R/ $w = 0$, $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$

7. $3x + 2y + z - 10w = 0$
$2x - 3y - z - 2w = 0$
$5x - y - 2z + 4w = 0$

R/ $(x, y, z, w) = (2c, -2c, 8c, c)$ $c \in \mathbb{R}$

8. $x + 2y + 2z - 10w = 0$
$6x + 5y - 2z - 4w = 0$
$2x - y + 16z - 2w = 0$

R/ $x = -4c$, $y = 6c$, $z = c$, $w = c$, $c \in \mathbb{R}$

9. $2x - 3y + 4z = 1$
$x - y - z = 5$

R/ $(x, y, z) = (14 + 7t , 9 + 6t , t)$ $t \in \mathbb{R}$

10. $3x + 2y - z = 7$
$x - 4y + 2z = 0$

R/ $(x, y, z) = (2 , ½ t + 1/2, t)$, $t \in \mathbb{R}$

Cada una de las matrices siguientes representa la matriz de un sistema lineal de ecuaciones. Determinar si el sistema tiene solución única, infinidad de soluciones o no tiene solución.

11. $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{array}\right]$

R/ Solución única

12 . $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -6 & -10 \end{array}\right]$

R/ No tiene solución

13. $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right]$

R/ Solución única

14. $\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & -2 & 10 \\ 0 & 3 & -2 & 10 \end{array}\right]$

R/ Infinidad de soluciones

15. $\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right]$

R/ No tiene solución

IX. EJERCICIOS VARIOS

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

1. 5a - 4b = 19
   3b + 7a = 18

   R/ a = 3, b = -1

2. $\frac{3}{\sqrt{3x}} + \sqrt{\frac{27}{y}} = 2\sqrt{3}$
   $\frac{1}{3\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 1$

   R/ $x = 1 \quad y = 9$

3. x – 3 y = 6
   4x + y = 2

4. 2r – 3t = – 10
   5r + 6t = 29

5. -5y + x + 2z = 1
   4z + 2x + 3y = 2
   x + 2y + 2z = 3

6. x - 5y - 5 z = -13
   2x + 2 - 2y = 2z
   3x -3y - 3z = -3

7. x – 5y +2z +3w = 1
   2x + 2y +3z +w = 8
   y + 3z + w – x = 4
   6w – 5y + 2x – 3z =0

8. x + 2y = 6
   w + 2z + x = 8
   x + y + z + 2w = 10
   2y – 3z + w = 0

9. x + 2y + 4z = 2
   3y + 2x +7z = 3
   3x - y + 5z =1

10. 4x – 2y + z = 5
    3x + y - 4z = 0

11. 2x + 3y = 5
    x - 3y = 4
    x + y = -2

12. 2x – y + 4z = 0
    -3x + y – 2z = 5

Problemas de aplicación (Resolver mediante Gauss o Crammer).
Nota: en cada problema definir las variable a utilizar

1) Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P_1(2,1), P_2(-1,-4) \quad y \quad P_3(3,0)$.
   (sugerencia: una ecuación de la circunferencia tiene la forma $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$)

2) Si $f(x)=ax^3+bx+c$, determine a, b y c tales que la gráfica de f pase por los puntos $P_1(-3,-12)$, $P_2(-1,22)$ y $P_3(2,13)$

3) Determine a, b y c tales que la gráfica de la ecuación $y=ax^2+bx+c$ pase por los puntos $P_1(3,-1)$, $P_2(1,-7)$ y $P_3(-2,14)$

4) Si $x^4+ax^2+bx+c=0$, tiene raíces $x=-1,\ 2\ y\ 3$. Calcular a,b,c y la cuarta raíz de la ecuación.

5) Un número de tres dígitos, la cifra de las decenas es menor en uno que la de las centenas y la suma de las tres cifras es 19. Si al intercambiar la cifra de las centenas con la de las unidades, el número se incrementa en 198, ¿Cuál es el número? **R/658**

6) Un tanque se puede llenar mediante tres tubos A, B, C. El tubo A solo la llena en 8 horas. Si los tubos A y C se usan juntos, bastan 6 horas; en cambio, los tubos B y C requerirían 10 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse el tanque si se usan los tres tubos?

7) R.S.C.L.S y asociados fabrica tres tipos de computadora personal: Ciclón, Cíclope y Cicloide. Para armar un Ciclón se necesita 10 horas, otras 2 para probar sus componentes y 2 horas más para instalar sus programas. El tiempo requerido para Cíclope es de 12 horas en su ensamblado, 2.5 para probarla y 2 horas para instalarla. La Cicloide, la mas sencilla de la línea, necesita 6 horas de armado, 1.5 horas de prueba y 1.5 horas de instalación. Si la fábrica de esta empresa dispone de 1560 horas de trabajo por mes para armar, 340 horas para probar y 320 para instalar, ¿Cuántas PC de cada tipo puede producir en un mes? **R/ 60 Ciclones, 40 Cíclopes y 80 Cicloides**

8) Un padre desea distribuir sus bienes raíces, cuyo valor es de $234,000, entre sus cuatro hijas de la manera siguiente: $\frac{2}{3}$ de las propiedades deben de dividirse por igual entre las hijas. Para el resto, cada hija debe de recibir $3000 cada año hasta su vigésimo primer cumpleaños. Como entre ellas se llevan tres años, ¿cuántos recibiría cada una de los bienes de su padre? ¿Qué edad tienen ahora esas hijas? **R/ La hija menor recibirá $72,000, la siguiente $ 63,000, la siguiente $54,000 y la mayor $45,000. Actualmente la hija mayor tiene 19 años, la segunda 16, la tercera 13 y los últimos 10 años.**

9) Un Ing. químico tiene 3 soluciones que contienen un 10%, 30% y 50%, respectivamente, de cierto acido; desea mezclar las tres soluciones, usando el doble de la solución al 50% respecto a la del 30%, para obtener 50 litros de una solución que contenga un 32% del acido. ¿Cuántos litros de cada solución deberá usar?
R/ 17 litros de 10%, 11 litros de 30%, 22 litros de 50%

10) Una compañía tiene tres maquinas *A*, *B* y *C* que producen cierto articulo. Sin embargo, debido a la falta de operarios capacitados, solamente se pueden operar dos de las maquinas simultáneamente. La siguiente tabla muestra la producción en periodos de 3 días, usando las diversas combinaciones de dos máquinas.

MÁQUINAS UTILIZADAS	HORAS DE USO	ARTÍCULOS PRODUCIDOS
A y B	6	4500
A y C	8	3600
B y C	7	4900

¿Cuánto tiempo le tomaría a cada máquina, si se usara sola, producir 1000 artículos?

R/ 4 horas para *A*, 2 horas para *B*, 5 horas para *C*

11) Un comerciante desea mezclar dos calidades de cacahuates que cuestan \$3 y \$4 por libra, respectivamente, con nueces de la India que cuestan \$8 por libra, con el objeto de tener 140 libras de una mezcla que cuesta \$6 por libra. Si el comerciante también desea que la cantidad de cacahuates de menor precio sea el doble de la de cacahuates de mejor calidad, ¿Cuántas libras de cada variedad ha de mezclar?

12) Una población estable de 35000 aves vive en tres islas; cada año 10% de la población de la isla A emigra a la isla B; 20% de la población B emigra a la isla C y 5% de la población C emigran a la A. ¿Calcule el numero de pájaros que viven en cada isla si la población de cada una no varía de un año a otro?

R/ 10000 A ; 5000 B ; 20000 C

MATERIAL COMPARTIDO ORIGINALMENTE PARA:

MAT 315

MAT315 - 2020 ÷

https://chat.whatsapp.com/CQHD50kTCEsBVrKIXKQDxz

SI LLEGO POR OTRO MEDIO, CUMPLIMOS NUESTRO PROPOSITO AYUDAR A OTROS :)