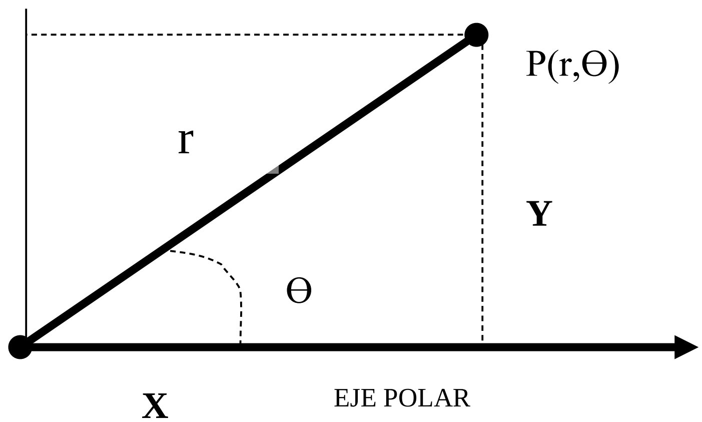
UNIDAD II: COORDENADAS POLARES

2.2 CONVERSIÓN DE COORDENADAS POLARES A COORDENADAS RECTANGULARES Y VICEVERSA



De la gráfica anterior podemos relacionar las coordenadas polares con las rectangulares, haciendo coincidir el eje polar con el eje x, mediante las fórmulas siguientes:

$$x = rcos(\theta)$$

$$y = rsen(\theta)$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$Tan(\theta) = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = Tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Ejemplo:

a) Convertir $(-2,4)$ de coordenadas cartesianas a polares ***Solución:***

$$(x, y) = (-2{,}4) \ \rightarrow (r, \theta) = ?$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r^2 = (-2)^2 + (4)^2$$

$$r^2 = 20$$

$$r = \pm\sqrt{20} \approx \pm 4.47$$

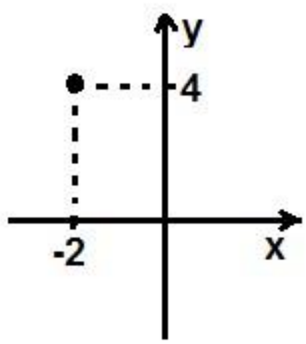
$$\theta = \ Tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\theta = \ Tan^{-1}\left(\frac{4}{-2}\right)$$

$$\theta = \ Tan^{-1}(-2)\ (La\ calculadora\ tiene\ que\ configurarse\ para\ radianes)$$

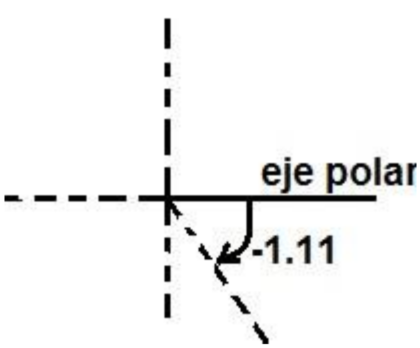
$$\boldsymbol{\theta \approx -1.11}$$

Para poder escribir correctamente el punto en el sistema polar, es mejor auxiliarse de la representación en rectangulares



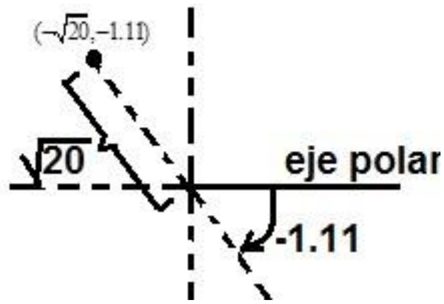
La ubicación del punto $(-2{,}4)$ en polares y en rectangulares es la misma (no cambia), lo que cambia es la representación.

El ángulo es negativo, por lo tanto, éste es medido desde el eje polar en el sentido horario.

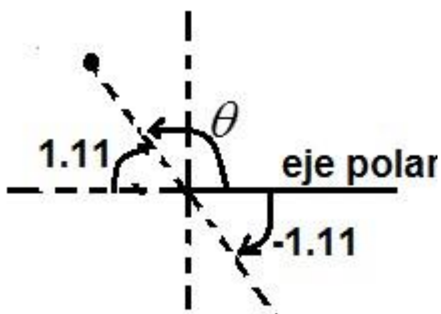


Se tiene la opción de colocar el valor de r positivo o negativo. Si se coloca el r positivo, el punto quedaría sobre el lado terminal el ángulo -1.11 y no correspondería a la ubicación del punto en el segundo cuadrante.

Por esta razón, el valor de r hay que medirlo en la prolongación del lado terminal del ángulo -1.11.



Otra forma de representar el punto $(-2,4)$ en polares, es tomando el valor de r positivo $r = \sqrt{20} \approx 4.47$, pero entonces hay que cambiar el ángulo. Es decir, habrá que ocupar el suplemento de -1.11 radianes en valor positivo



$$\theta = \pi - 1.11 \approx 3.14 - 1.11 \approx 2.03$$

Así, otra representación en polares del punto $(-2,4)$ es $(\sqrt{20}, 2.03)$

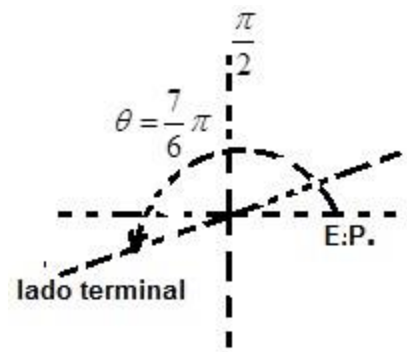
Ejemplo:

b) Dado el punto $\left(-2, \frac{7}{6}\pi\right)$ en coordenadas polares, ubicar el punto en el plano polar y convertir el punto a coordenadas cartesianas.

Solución:

$$r = -2 \;\; y \; \theta = \frac{7}{6}\pi$$

Aunque en polares no existen los cuadrantes, se puede decir sin caer en error, que el lado terminal del ángulo $\theta = \frac{7}{6}\pi$ cae en el tercer cuadrante. ($\theta = \frac{7}{6}\pi$ un poco mayor que $\pi = 180^o$). Realmente $\theta = 120^o$. Es 30^o después de 180^o.



El punto $\left(-2, \frac{7}{6}\pi\right)$ se ubica a dos unidades lineales en la prolongación del lado terminal. Osea en el primer cuadrante.