

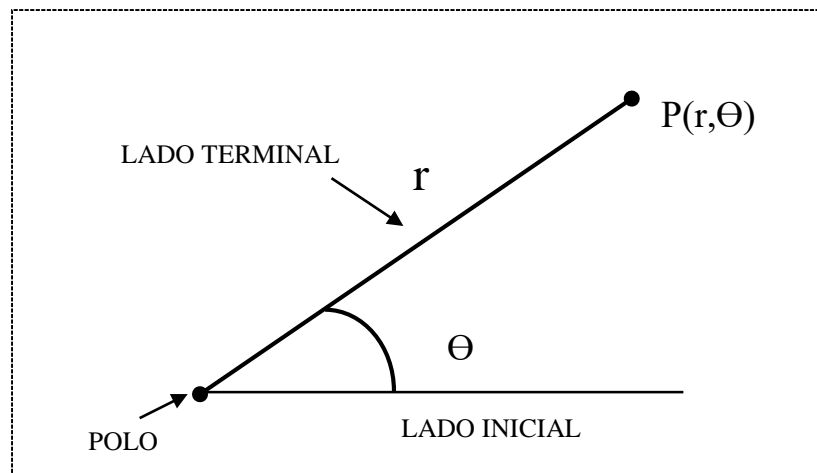
UNIDAD II: COORDENADAS POLARES

2.1 SISTEMA DE COORDENADAS POLARES

El sistema de coordenadas polares consta de un punto llamado polo y una semi recta, la cual se conoce como eje polar (lo representaremos en forma horizontal)



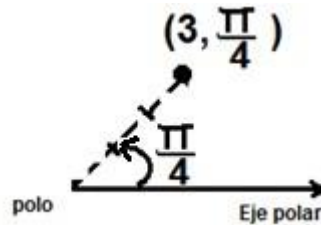
Un punto en el plano polar es un par ordenado (r, θ) , donde r es una longitud medida en unidades lineales y θ es un ángulo, medido en radianes, cuyo lado inicial se hace coincidir con el eje polar.



OBSERVACIONES:

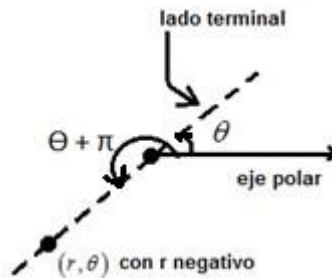
- 1) Tanto r como θ pueden ser cualquier número real
- 2) $\theta > 0$ se mide en el sentido anti -horario
 $\theta < 0$ se mide en sentido horario
- 3) Todo ángulo se mide haciendo coincidir el lado inicial con el eje polar
- 4) Las coordenadas del polo son $(0, \theta)$, donde θ es cualquier ángulo.

Por ejemplo: ubicar en el plano polar el punto $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$



Para representar un punto (r, θ) en el sistema polar se establecen los siguientes pasos:

- 1) Primero se escoge el origen o polo y de este polo, en forma horizontal, comienza el eje polar.
- 2) Luego se mide el ángulo θ en donde el eje polar será el lado inicial.
- 3) Si el valor de r es positivo entonces el punto se ubica sobre el lado terminal del ángulo θ y para ello se mide r unidades sobre el lado terminal.
- 4) Si el valor de r es negativo, entonces el punto se ubica sobre la prolongación del lado terminal, es decir, se mide r unidades sobre la prolongación del lado terminal.



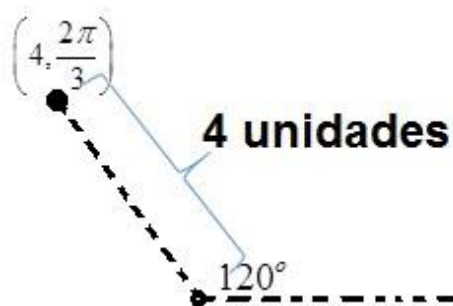
Ejemplo: Localizar los puntos cuyas coordenadas polares se indican a continuación (en planos polares distintos)

- a) $\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$ b) $\left(3, -\frac{\pi}{4}\right)$ c) $\left(-5, \frac{7\pi}{4}\right)$ d) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right)$ e) $(-2, 2)$

Solución para a)

$$\left(4, \frac{2\pi}{3}\right)$$

Como no se tiene transportador para ubicar ángulos en radianes hay que hacer la conversión a grados $\frac{2\pi}{3}$ es equivalente a 120°

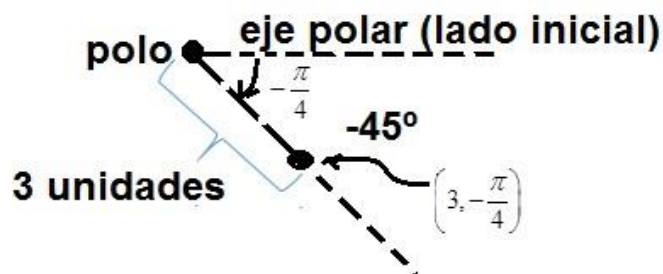


Las unidades pueden ser centímetros o cualquier unidad de longitud.

Solución para b)

$$\left(3, -\frac{\pi}{4}\right)$$

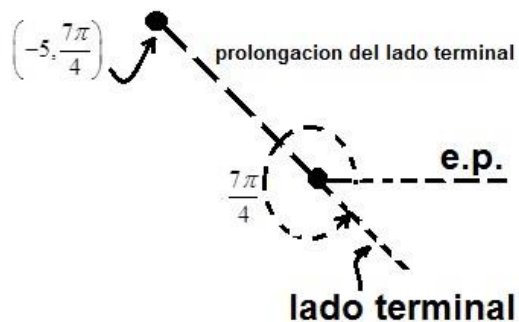
$-\frac{\pi}{4}$ equivale a -45°



Solución para c)

$$\left(-5, \frac{7\pi}{4}\right)$$

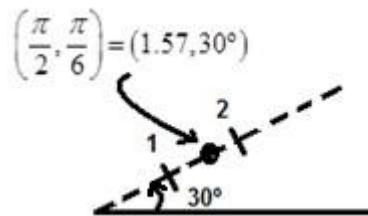
$\frac{7\pi}{4}$ es equivalente a 315° o tendría el mismo lado terminal que $-\frac{\pi}{4}$



Solución para d)

$$\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right)$$

Recuerde qué es un punto en el sistema polar, la primera componente es una longitud, entonces $\frac{\pi}{2} \approx \frac{3.14}{2} \approx 1.57$ y la segunda componente es un ángulo en radianes, o sea que $\theta = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$. Por lo tanto, se mide desde el eje polar 30 grados con el transportador y sobre ese lado terminal del ángulo se marca 1.57 de longitud y esa es la representación del punto

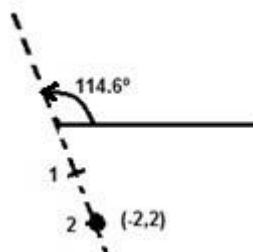


Solución para e)

$$(-2, 2)$$

Igualmente, como este punto está en coordenadas polares la segunda componente es 2 radianes y como un radián equivale aproximadamente a 57.3° , 2 radianes es 114.6° .

Luego el punto queda en la prolongación del ángulo 114.6° , ya que r es negativo.



NOTA: Un punto en coordenadas polares no tiene representación única.

Así, por ejemplo, el punto $(-2, 2)$ se puede representar también como $(-2, 2 + \pi) \approx (-2, 5.14)$ ó también como $(2, -1.14)$