1. DESIGUALDADES

Una desigualdad es un enunciado de la forma $\boldsymbol{a < b}$**,** la cual se lee:
$\boldsymbol{a\ es\ menor\ que\ b}$ **,** o también $\boldsymbol{b\ es\ mayor\ que\ a}$

Podemos decir que el símbolo $<$ la ***"abertura"*** señala a la expresión mayor y la ***"punta"*** a la expresión menor.

Otros símbolos empleados en las desigualdades son $>, \leq, \geq$; recordando que la abertura la leemos ***"mayor que"*** y la punta la leemos ***"menor que"***.

Ejemplos:
$\boldsymbol{5 > 3}$ se lee: $\boldsymbol{5\ es\ mayor\ que\ 3}$ o que $\boldsymbol{3\ es\ menor\ que\ 5.}$
$\boldsymbol{-1 < 6}$ se lee: $\boldsymbol{-1\ es\ menor\ que\ 6}$ o que $\boldsymbol{6\ es\ mayor\ que -1.}$

Si la desigualdad tiene la forma $\boldsymbol{a \leq b}$**,** esta se lee:
$\boldsymbol{a\ es\ menor\ o\ igual\ que\ b}$ (O también que $\boldsymbol{b\ es\ mayor\ o\ igual\ que\ a}$).

El enunciado $\boldsymbol{a \leq b}$**,** es verdadero siempre que sea cierto que $\boldsymbol{a}$ sea menor que $\boldsymbol{b}$ o que sea cierto que $\boldsymbol{a = b}$ (cualesquiera de las dos condiciones sean ciertas). Es decir,
$\boldsymbol{a \leq b \Leftrightarrow a < b}$ ó $\boldsymbol{a = b}$ (el símbolo $\Leftrightarrow$ significa ***"equivalente a"***)

Ejemplos:

- El enunciado $\boldsymbol{4 \leq 7}$ es cierto, ya que se cumple que $\boldsymbol{4\ es\ menor\ que\ 7}$, aunque no se cumple $\boldsymbol{4\ es\ igual\ a\ 7}$.
- El enunciado $\boldsymbol{4 \geq 7}$ es falso, ya que no se cumple que $\boldsymbol{4\ sea\ mayor\ a\ 7}$, ni que $\boldsymbol{4\ es\ igual\ a\ 7}$.
- El enunciado $\boldsymbol{3 \leq 3}$ es cierto, ya que se cumple que $\boldsymbol{3\ igual\ que\ 3}$, aunque no se cumple $\boldsymbol{3\ menor\ a\ 3}$.

El enunciado $\boldsymbol{a \leq c \leq b}$**,** es equivalente a que $\boldsymbol{a \leq c}$ y a la vez que $\boldsymbol{c \leq b}$**,** es decir, que deben de ser ciertas las dos condiciones. Esto se puede escribir como

$$\boldsymbol{a \leq c \leq b \iff a \leq c \ y \ c \leq b}$$

La expresión $\boldsymbol{a \leq c \leq b}$ es más comprensible si se lee del centro hacia los lados, es decir, $\mathbf{c\ es\ mayor\ o\ igual\ que\ a}$ y que $\mathbf{c\ es\ menor\ o\ igual\ que\ b}$ (significa que el valor de $\boldsymbol{c}$ debe estar entre $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, incluyendo dichos valores).

La expresión $\boldsymbol{a < c < b}$ se lee $\mathbf{c\ es\ mayor\ que\ a}$ y que $\mathbf{c\ sea\ menor\ que\ b}$ (significa que el valor de $\boldsymbol{c}$ debe de estar entre $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$**,** sin incluir dichos valores).

Ejemplos:

- El enunciado $\mathbf{1 \leq 4 \leq 3}$ es falso, ya que debe cumplirse al mismo tiempo que $\mathbf{1 \leq 4\ \boldsymbol{y}\ 4 \leq 3.}$ La primera expresión es cierta, pero la segunda es falsa. Es decir, no se cumplen las dos expresiones.
- El enunciado $\mathbf{-3 \leq 0 < 5}$ es cierto, ¿Por qué?
- El enunciado $\mathbf{1 \leq 3 < 3}$ es falso, ¿Por qué?
- Sin embargo, la desigualdad $\mathbf{1 \leq 3 \leq 3}$ es cierta, ¿Por qué?

2. INTERVALOS

Un intervalo es un conjunto denso de números reales y se representa por medio de corchetes. Un conjunto se dice que es denso, si entre dos números cualesquiera del conjunto existe otro número que pertenece al mismo conjunto.

En un intervalo, se coloca entre corchetes el primero y el último elemento separados por una coma, así:

$$[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$$

$\boldsymbol{a}$***:*** *primer elemento del conjunto*
$\boldsymbol{b}$***:*** *último elemento del conjunto*

Cuando el primero y el último elemento no pertenecen al intervalo se escribe $]\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}[$**.**

2.1 CLASES DE INTERVALOS

2.1.1 INTERVALO CERRADO

$[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ también puede escribirse en notación de conjunto como $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}\}$. Lo que significa que el intervalo está formado por todos los números reales $\boldsymbol{x}$ tales que se encuentren entre los valores de $\boldsymbol{a}$ y de $\boldsymbol{b}$, ambos inclusive.

Gráficamente:

Fig. 2.1.1.a

Ejemplo:
Intervalo $[-\mathbf{2}, \mathbf{2}]$**,**
$[-\mathbf{2}, \mathbf{2}] = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/-\mathbf{2} \leq \boldsymbol{x} \leq \mathbf{2}\}$**.**

Gráficamente:

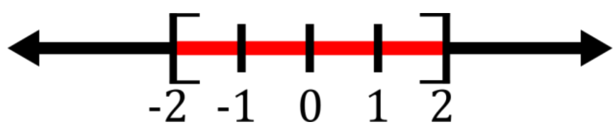


Fig. 2.1.1.b

2.1.2 INTERVALO ABIERTO

$]\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}[$ también puede escribirse en notación de conjunto como $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{a} < \boldsymbol{x} < \boldsymbol{b}\}$. Lo que significa que el intervalo está formado por todos los números reales $\boldsymbol{x}$ tales que se encuentren entre los valores de $\boldsymbol{a}$ y de $\boldsymbol{b}$, sin incluir los extremos.

Gráficamente:

Fig. 2.1.2.a

Ejemplo:

Intervalo $]-\mathbf{3},\mathbf{3}[$,

$]-\mathbf{3},\mathbf{3}[=\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}/-\mathbf{3}<\boldsymbol{x}<\mathbf{3}\}$.

Gráficamente:

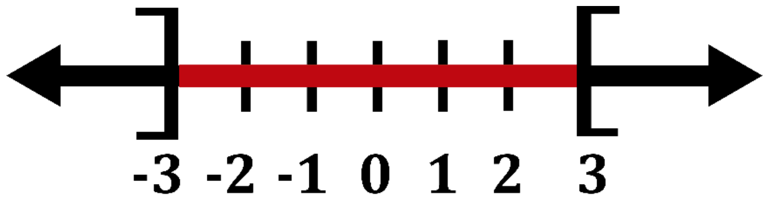


Fig. 2.1.2 b

OBSERVACIÓN: *en el ejemplo anterior, un número que pertenece al intervalo tiene que estar entre* $-\mathbf{3}$ *y* $\mathbf{3}$*, pero no puede tomar los valores de* $-\mathbf{3}$ *y* $\mathbf{3}$*. O sea que un elemento del conjunto se puede acercar a* $-\mathbf{3}$ *o al valor de* $\mathbf{3}$ $(-\mathbf{2.9},-\mathbf{2.99},-\mathbf{2.9999},\boldsymbol{etc.\ o}\ \mathbf{2.85},\mathbf{2.95},\mathbf{2.99999})$ *sin llegar a ser* $-\mathbf{3}$ *ni* $\mathbf{3}$*.*

2.1.3 INTERVALO SEMICERRADO A LA IZQUIERDA

$[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}[$ también puede escribirse en notación de conjunto como $\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}/\boldsymbol{a}\leq\boldsymbol{x}<\boldsymbol{b}\}$.

Gráficamente:

Fig. 2.1.3.a

Ejemplo: el intervalo $[\mathbf{0},\mathbf{1}[$ está formado por todos los números reales entre $\mathbf{0}$ y $\mathbf{1}$, incluyendo $\mathbf{0}$ y no incluye el $\mathbf{1}$ (observemos que entre cero y uno, hay una infinidad de números reales).

Este intervalo se puede escribir en forma de conjunto como $\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}/\mathbf{0}\leq\boldsymbol{x}<\mathbf{1}\}$.

Gráficamente:

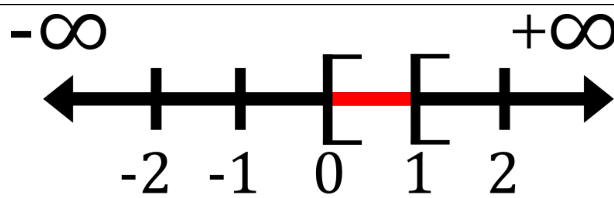


Fig. 2.1.3.b

Ejercicio: escriba un ejemplo de intervalo semicerrado a la izquierda, utilizando la notación de intervalo, notación de conjunto y en forma gráfica.

2.1.4 INTERVALO SEMICERRADO A LA DERECHA

$]\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ también puede escribirse en notación de conjunto como $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{a} < \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}\}$.

Gráficamente:

Fig. 2.1.4.a

Ejercicio: escriba un ejemplo de intervalo semicerrado a la derecha, utilizando la notación de intervalo, notación de conjunto y en forma gráfica.

2.1.5 INTERVALOS AL INFINITO

I. Intervalo $[\boldsymbol{a},+\infty[$, $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{a}\}$
II. Intervalo $]-\infty,\boldsymbol{b}]$, $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}\}$
III. Intervalo $]-\infty,\boldsymbol{b}[$, $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{x} < \boldsymbol{b}\}$
IV. Intervalo $]\boldsymbol{a},+\infty[$, $\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{x} > \boldsymbol{a}\}$

Cuyas gráficas respectivas son:

I.

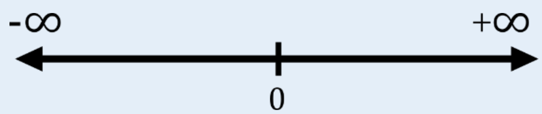

II.


III.


IV.


Ejercicio: escriba un ejemplo de cada uno de los intervalos infinitos, utilizando la notación de intervalo, notación de conjunto y en forma gráfica.

NOTA: *El conjunto de todos los números reales* $\mathbb{R}$ *se puede representar en forma de intervalo* $\mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$*, y en forma gráfica se puede representar en lo que se le llama* ***"la recta real"****:*



2.1.6 OPERACIONES CON INTERVALOS: UNIÓN E INTERSECCIÓN

Sean A y B intervalos, las operaciones de unión e intersección:

I. $\boldsymbol{A \cup B} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}\ o\ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}\}$ (hacer un solo intervalo de los dos)
II. $\boldsymbol{A \cap B} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}\ y\ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}\}$ (los elementos comunes a los dos intervalos)

- Un elemento pertenece a la **unión** si pertenece al intervalo $\boldsymbol{A}$ o al intervalo $\boldsymbol{B}$ o ambos.
- Un elemento pertenece a la **intersección** si pertenece al intervalo $\boldsymbol{A}$ y la vez pertenece al intervalo $\boldsymbol{B}$.
- Las operaciones anteriores se pueden extender a más de dos intervalos.

Ejemplo:
Dados $\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{2}, +\infty[$ y $\boldsymbol{B} =]-\boldsymbol{3}, \boldsymbol{4}]$ efectuar las operaciones $\boldsymbol{A \cup B}, \boldsymbol{A \cap B}$.

Solución: se puede resolver sin hacer uso de la representación gráfica de los intervalos, sin embargo, es de mucha utilidad.

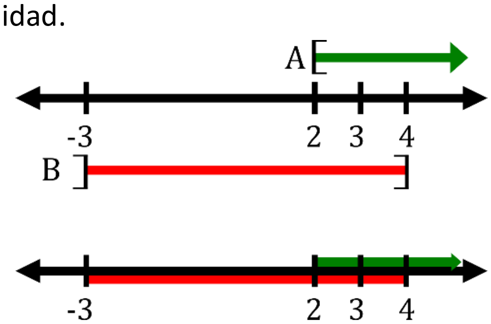


Fig. 2.1.6.a

La **unión** es la parte que resulta ya sea de color rojo, verde o ambos colores.
La **intersección** es la parte que tiene los dos colores (rojo y verde).

NOTA: *Si no se tiene colores se puede usar rayas **////** para un intervalo y rayas **** para el otro y lo que quede rayado en ambos sentidos en la recta, es la intersección.*

Respuestas:
$\boldsymbol{A \cup B} =]-\mathbf{3}, +\infty[$
$\boldsymbol{A \cap B} = [\mathbf{2}, \mathbf{4}]$

Observemos que el -3 no pertenece a ninguno de los intervalos y por lo tanto, no pertenece a la unión.

Ejercicio: siendo $\boldsymbol{A} = [\mathbf{0}, \mathbf{6}[$ y $\boldsymbol{B} = [-\mathbf{6}, \mathbf{4}]$, efectuar las operaciones $\boldsymbol{A \cup B}, \boldsymbol{A \cap B}$.

3. INECUACIONES LINEALES

Una inecuación lineal es una desigualdad que tiene la forma $\boldsymbol{ax + b \leq 0}$ (o que puede llevarse a esa forma), en la cual $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ son constantes y $\boldsymbol{x}$ es una variable (el símbolo de desigualdad también puede ser $\geq, <$ o $>$).

Resolver una inecuación tal como $\mathbf{2}\boldsymbol{x} - \mathbf{4} > \mathbf{0}$, consistirá en encontrar valores que al sustituirlos en lugar de la variable haga **cierto** dicho enunciado. Así por ejemplo $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$ no forma parte de la solución, ya que al sustituir el valor de $\mathbf{1}$ en lugar de $\boldsymbol{x}$**,** en la desigualdad, nos resulta $\mathbf{2(1) - 4 = -2 > 0}$ y esto es **falso** debido a que $-\mathbf{2}$ **es menor que** $\mathbf{0}$**.**

Ejercicio:
Por simple inspección determine 2 valores que cumplan con la desigualdad $\mathbf{2}\boldsymbol{x} - \mathbf{4} > \mathbf{0}$**.**

¿Es el valor de $\boldsymbol{x} = \mathbf{2}$ solución de dicha inecuación?, explique.

Propiedades de las desigualdades:

1. $\boldsymbol{A \leq B} \Leftrightarrow \boldsymbol{A + C \leq B + C}$, con $\boldsymbol{C} > \mathbf{0}$
2. $\boldsymbol{A \leq B} \Leftrightarrow \boldsymbol{A - C \leq B - C}$, con $\boldsymbol{C} > \mathbf{0}$
3. Si $\boldsymbol{C} > \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{A \leq B}$ entonces $\boldsymbol{CA \leq CB}$
4. Si $\boldsymbol{C} < \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{A \leq B}$ entonces $\boldsymbol{CA \geq CB}$ (también es válido $\boldsymbol{C} < \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{A \leq B} \Longrightarrow \boldsymbol{\frac{A}{C} \geq \frac{B}{C}}$)

De las propiedades anteriores, notar lo siguiente:

- En las propiedades anteriores se puede sustituir por cualquiera de los otros símbolos de desigualad y siempre son ciertas.
- La propiedad 1 significa que si tenemos una desigualdad cualquiera y si le sumamos un mismo número $\boldsymbol{C}$ al miembro izquierdo y al derecho, la desigualdad se mantiene (no cambia). Por ejemplo, si tenemos que $\mathbf{3 < 8}$ es cierto (se cumple) y si le sumamos el valor de $\mathbf{4}$ a los dos miembros de la desigualdad, es decir, $\mathbf{3 + 4 < 8 + 4}$ la desigualdad resultante también es cierta $\mathbf{7 < 12.}$
- La propiedad 2 significa que si tenemos una desigualdad cualquiera y le restamos un mismo número $\boldsymbol{C}$ al miembro izquierdo y al derecho, la desigualdad se mantiene. Por ejemplo, si tenemos que $\mathbf{5 \geq -2}$ es cierto y si le restamos el valor de $\mathbf{6}$ a los dos miembros de la desigualdad, es decir, $\mathbf{5 - 6 \geq -2 - 6}$ la desigualdad resultante también es cierta $\mathbf{-1 \geq -8}$ (recordando que un número que está más a la izquierda que otro en la recta numérica es menor).
- La propiedad 4 es la que más hay que ponerle cuidado ya que significa que si tenemos una desigualdad cualquiera y **multiplicamos o dividimos cada miembro de la desigualdad por un número negativo, la desigualdad se invierte**. Por ejemplo, $\mathbf{-8 \leq 1}$ si multiplicamos ambos miembros por $\mathbf{-3,}$ es decir $\mathbf{-8(-3)\ ?\ 1(-3),}$ obtenemos $\mathbf{24}$? $\mathbf{-3.}$ Notemos que $\mathbf{24}$ nos es menor o igual que $\mathbf{-3.}$ Por lo tanto, el símbolo de desigualdad que hay que colocar en lugar del signo de interrogación es el símbolo contrario$\mathbf{\geq.}$

  Así:

$$\mathbf{-8 \leq -1}$$
$$\mathbf{-8(-3) \geq -1(-3)}$$
$$\mathbf{24 \geq 3}$$

Al multiplicar o dividir por un número negativo cambia el sentido de la desigualdad.

3.1 RESOLUCIÓN DE INECUACIONES LINEALES

Para resolver inecuaciones lineales, podemos aplicar las propiedades de las desigualdades anteriores para despejar la variable o también pueden resolverse parecido al trabajo que se realiza con las ecuaciones, con la única diferencia que cuando **un número negativo** está multiplicando (o dividiendo) a uno de los miembros de la desigualdad y lo trasladamos a dividir (o a multiplicar) a todo el otro miembro, el símbolo de la desigualdad se invierte.

Ejemplo:
Resolver la inecuación $\boldsymbol{2x < 6x - 2}$ y expresar la solución en tres formas:

a) Notación de intervalo.
b) Notación de conjunto.
c) Gráficamente.

Solución utilizando las propiedades de las desigualdades:

$\boldsymbol{2x < 6x - 2}$	
$\boldsymbol{2x - 6x < 6x - 2 - 6x}$	*Restamos a ambos miembros* $\boldsymbol{6x}$
$\boldsymbol{-4x < -2}$	
$(-\boldsymbol{1})(-\boldsymbol{4x}) > (-\boldsymbol{1})(-\boldsymbol{2})$	*Multiplicamos a ambos miembros por* -1*, por lo que invertimos la dirección de la desigualdad (según lo indica la propiedad 4).*
$\boldsymbol{x > \frac{1}{2}}$	*Respuesta.*

a) En forma de intervalo la solución es $\boldsymbol{C.S.} =]\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}, +\infty[$

b) En forma de conjunto $\boldsymbol{C.S.} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}/\boldsymbol{x} > \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\}$

c) En forma gráfica:

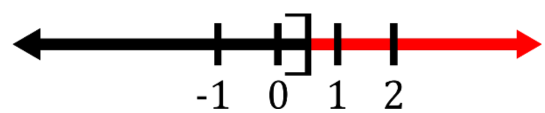


Fig. 3.1.a

Todos los valores que están a la derecha de $\frac{1}{2}$, sin tomar el valor de $\frac{1}{2}$.

Otra forma de solución:

$\boldsymbol{2x < 6x - 2}$	*Trabajamos parecido al despeje de variables de ecuaciones, trasladando las variables a un solo miembro de la desigualdad.*
$\boldsymbol{2x - 6x < -2}$	
$\boldsymbol{-4x < -2}$	*Ahora multiplicamos por* $\boldsymbol{-1}$ *a ambos miembros y tenemos que cambiar el sentido del símbolo* $<$ *porque estamos multiplicando por un número negativo.*
$\boldsymbol{-4x(-1) < -2(-1)}$	
$\boldsymbol{4x > 2}$	*Para despejar la variable* $\boldsymbol{x}$*, tenemos que pasar a dividir el* $\boldsymbol{4}$ *y como es positivo, la desigualdad no cambia de sentido.*
$\boldsymbol{x > \frac{2}{4}}$	*Simplificando.*
$\boldsymbol{x > \frac{1}{2}}$	*Respuesta.*

Ejercicio: resolver el ejercicio anterior trasladando los términos que tienen variables al miembro derecho a la inecuación.

Ejemplo: resolver $\boldsymbol{\frac{2}{3}x + 2 < \frac{1}{6}x - 1}$ y dar la respuesta en notación de intervalo.

Solución: para este caso podemos hacer lo mismo que en el procedimiento anterior. Pero, si no queremos trabajar con fracciones, eliminemos los denominadores, multiplicando a ambos miembros de la inecuación por un número que logre ese propósito (el mínimo común múltiplo de los denominadores).

$\frac{2}{3}x+2<\frac{1}{6}x-1$	
$m.c.m.=6$	
$\left(\frac{2}{3}x+2\right)6<(\frac{1}{6}x-1)6$	*La desigualdad no cambia de sentido, ¿Por qué?*
$\frac{2}{3}x(6)+2(6)<\frac{1}{6}x(6)-1(6)$	*Hemos multiplicado cada término por* $\mathbf{6}$*.*
…	*Realizar las operaciones pertinentes.*
$x<-6$	*Se determina el valor de x*
$\therefore el\ C.S.=]-\infty,-6[$	*Respuesta.*

Ejemplo: resolver $2\leq x+5<9$ y dar la respuesta en notación de intervalo.

Solución: esta inecuación significa que andamos buscando números reales x tales que al sumarles 5, nos den valores entre 2 y 9.

Una forma de resolver esta inecuación es dejando la variable al centro, así:

$2\leq 2x+5<9$	
$2-5\leq 2x+5-5<9-5$	*Restando* 5 *a cada miembro.*
$-3\leq 2x<4$	*Dividamos entre* 2 *cada miembro (para quitar el* 2 *que acompaña a la* x*).*
$\frac{-3}{2}\leq\frac{2x}{2}<\frac{4}{2}$	
$\frac{-3}{2}\leq x<2$	
$\therefore el\ C.S.=[-\frac{3}{2},2[$	*Respuesta.* ***NOTA:*** *El operador* $\therefore$ *significa* ***"por lo tanto".***

Otra forma más simple resolverlo sería:

$2\leq 2x+5<9$	*Dejaremos sola la variable en el centro. El* 5 *que está sumando a* $2x$ *lo trasladamos al miembro izquierdo y al miembro derecho, pero restando (ya que está sumando a* $2x$*).*
$2-5\leq 2x<9-5$	
$-3\leq 2x<4$	*El* 2 *está multiplicando a la variable* x*, lo*

	trasladamos a dividir tanto al miembro izquierdo como al derecho.
$\frac{-3}{2} \leq x < \frac{4}{2}$	
$\therefore el\ C.S. = [-\frac{3}{2}, 2[$	*Respuesta.*

Ejercicio: la empresa telefónica “El Cristal” ofrece dos planes diferentes para un teléfono. El plan A consiste en \$30 mensuales con llamadas ilimitadas y el plan B es de \$10 fijos más 5 centavos el minuto. ¿A partir de que cantidad de minutos al mes, es más conveniente el plan A?

Solución: podemos resolverlo mediante una inecuación.

Costo del plan A: *\$30*
Costo del plan B:

Sea x la cantidad mensual de minutos a consumir.

$0.05x$, *nos da el costo de las llamadas; además ya sea se utilice el teléfono o no, pagará \$10 mensuales fijos, es decir que el costo mensual será de* $0.05x + 10.$

Averiguaremos a partir de qué minuto de consumo mensual el plan B es más caro.

Es decir,

$$\underbrace{0.05x + 10}_{\text{Plan B}} > \underbrace{30}_{\text{Plan A}}$$

$0.05x + 10 > 30$	
$0.05x > 30 - 10$	
$0.05x > 20$	***0.05:*** *5 centésimos es igual que* $\frac{5}{100}$
$\frac{5}{100}x > 20$	
$x > 20\frac{100}{5}$	*No cambia la desigualdad por que pasamos a multiplicar y a dividir números positivos.*
$x > 400$	*Respuesta.*

Es decir, si la persona consume más de 400 minutos mensuales le conviene el plan A.

Observemos que si no ponemos $0.05x$, sino que $5x$, sería el costo en centavos. Entonces pondríamos: $5x + 1000 > 3000$ ya que \$10 serían 10×100 (un dólar tiene 100 centavos) y \$30 son en centavos 30×100.

3.2 RESOLUCIÓN DE INECUACIONES CUADRÁTICAS EN UNA VARIABLE

Para resolver estas desigualdades puede seguirse los pasos siguientes:

1. Se transforma la desigualdad en $\boldsymbol{ax^2+bx+c\leq 0}$ (donde $\leq$ puede ser $\geq, <$ o $>$)
2. Se factoriza la parte izquierda.
3. Se determina cada una de las raíces de los factores obtenidos en el **paso 2.**
4. Se construye un cuadro de variación para ver el comportamiento de la expresión $\boldsymbol{ax^2+bx+c}$ en los diferentes intervalos determinados por las raíces de los factores.
5. Se concluye en base a los resultados, los cuales están determinados por la última fila del cuadro de variación.

Ejemplo: resolver $\boldsymbol{x^2>6-x}$

Solución:

$$\boldsymbol{x^2+x-6>0}$$

Trasladamos todos los términos ya sea al miembro izquierdo o al miembro derecho.

$$\boldsymbol{(x+3)(x-2)>0}$$

Luego, factorizamos el polinomio cuadrático.

$$\boldsymbol{x+3=0\rightarrow x=-3}$$
$$\boldsymbol{x-2=0\rightarrow x=2}$$

*Determinamos los valores que **hacen cero** cada uno de los factores.*

$-\infty$ -3 2 $+\infty$

x+3			
x-2			
(x+3)(x-2)			

Estos números nos dividen en tres regiones de la recta real (se colocan en el cuadro en el orden que aparecen en la recta numérica).

$-\infty$ -3 2 $+\infty$

x+3	—		
x-2			
(x+3)(x-2)			

Se analiza como es el signo de los 2 factores en los tres intervalos.

*Es decir, nos interesa saber si al sustituir la variable $\boldsymbol{x}$ por valores que estén entre $-\infty$ y $\boldsymbol{-3}$, en el factor $\boldsymbol{(x+3)}$, da como resultado valores **positivos** o **negativos.** Podemos escoger el número $\boldsymbol{-4}$ y notamos que el resultado es negativo.*

*En efecto, si $\boldsymbol{x}$ toma el valor de $\boldsymbol{-4}$, entonces $\boldsymbol{x+3=-4+3=-1<0}$ **(negativo).***

Colocamos este signo $(-)$ en la primera casilla.

$-\infty$ -3   2 $+\infty$

x+3	−		
x-2	−		
(x+3)(x-2)			

Ahora veamos que signo resulta al sustituir la x por valores en este mismo intervalo, pero ahora en el factor $(x-2)$ y notamos que también resultan valores negativos $(-)$. Colocamos este signo en la casilla que le corresponde al factor $(x-2)$ en el intervalo de $-\infty$ y -3.

$-\infty$ -3   2 $+\infty$

x+3	−		
x-2	−		
(x+3)(x-2)	+		

*Realmente nos interesa el signo del producto de los dos factores en dicho intervalo, entonces aplicamos la ley de los signos del producto: **menos** por **menos** es **más (positivo)** y colocamos ese signo en la primera casilla correspondiente al producto $(x+3)(x-2)$.*

$-\infty$ -3   2 $+\infty$

x+3	−	+	+
x-2	−	−	+
(x+3)(x-2)	+	−	+

Hacemos lo mismo, pero ahora en los otros dos intervalos de -3 a 2 y también de 2 a $+\infty$, y completamos el cuadro.

$-\infty$ -3   2 $+\infty$

x+3	−	+	+
x-2	−	−	+
(x+3)(x-2)	+	−	+

El producto de los dos factores es **mayor** que **cero** en estos dos intervalos.

*Recordemos, que andamos buscando números que cumplan que $(x+3)(x-2)>0$, es decir que el producto sea **mayor** que **cero (positivo).***

$$]-\infty,-3[\,\cup\,]2,+\infty[$$

*Por lo tanto, el conjunto solución es el intervalo $]-\infty,-3[\,\cup\,]2,+\infty[$. Es decir que si sustituimos cualquier valor de x comprendido en ese conjunto solución, nos hace **"verdadera"** la inecuación $x^2>6-x$.*

Notar que:

- Al sustituir, en lugar de la x, valores que estén en este intervalo deben de hacer **cierta** la inecuación original. Tomemos el valor de 3, por ejemplo:
  $$(3)^2>6-(3)$$
  $$9>3, es\ cierto.$$
- Si sustituimos cualquier valor entre -3 y 2 no hacen cierta la inecuación original $x^2>6-x$, es decir que no forman parte de la solución. Sustituimos, por ejemplo, el valor de 1 en lugar de la x en esta desigualdad, obtenemos:

$$(\mathbf{1})^2 > \mathbf{6} - \mathbf{1}$$
$$\mathbf{1} > \mathbf{5}, es\ \boldsymbol{falso.}$$

Esto confirma que los valores comprendidos entre $-\mathbf{3}$ y $\mathbf{2}$ no forman parte del conjunto solución.

- Podemos, de igual manera comprobar que cualquier elemento que esté comprendido entre $\mathbf{2}$ *y* $+\infty$ *(es decir que pertenezca al intervalo* $]\mathbf{2}, +\infty[$*), hacen cierta la inecuación original.*

Preguntas:

1. ¿Cuál será el conjunto solución si la inecuación es $\boldsymbol{x^2} \geq \mathbf{6} - \boldsymbol{x}$?
2. ¿Cuál será el conjunto solución si la inecuación es $\boldsymbol{x^2} < \mathbf{6} - \boldsymbol{x}$?
3. ¿Cuál será el conjunto solución si la inecuación es $\boldsymbol{x^2} \leq \mathbf{6} - \boldsymbol{x}$?

Notemos que al seguir los pasos propuestos para resolver cada una de estas inecuaciones, en los tres casos llegamos a que equivalen, respectivamente:

$$\boldsymbol{x^2 + x - 6 \geq 0} \qquad \boldsymbol{x^2 + x - 6 < 0} \qquad \boldsymbol{x^2 + x - 6 \leq 0}$$
$$\boldsymbol{(x+3)(x-2) \geq 0} \qquad \boldsymbol{(x+3)(x-2) < 0} \qquad \boldsymbol{(x+3)(x-2) \leq 0}$$

El cuadro de variación que hay que elaborar es el mismo que se hizo para resolver la inecuación $\boldsymbol{x^2 > 6 - x.}$

En las preguntas **1** y **3** admite que el producto de los factores sea también igual a **"cero"**, por lo tanto, la respuesta para la pregunta **1** es:

$\boldsymbol{C.S.} =]-\infty, -\mathbf{3}] \cup [\mathbf{2}, +\infty[$

Para la pregunta **2,** notemos que resolver la inecuación $\boldsymbol{x^2 < 6 - x}$, equivale a resolver $\boldsymbol{(x+3)(x-2) < 0}$. Es decir que buscamos valores que al sustituirlos por $\boldsymbol{x}$, nos resulte un producto **menor** que **cero** (negativo).

Entonces, según el cuadro de variación, el producto $\boldsymbol{(x+3)(x-2)}$ es menor estrictamente que **cero** (negativo), en el intervalo de $-\mathbf{3}$ a $\mathbf{2}$. La respuesta sería:

$\boldsymbol{C.S.} =]-\mathbf{3}, \mathbf{2}[$

Ejercicio: resolver $\boldsymbol{-x(2x+1) \geq -3.}$

$$\boldsymbol{-x(2x+1) \geq -3}$$ *Efectuamos el producto.*

$$\boldsymbol{-2x^2 - x \geq -3}$$ *Trasladamos el* $-\mathbf{3}$*.*

$$\boldsymbol{-2x^2 - x + 3 \geq 0}$$

$$2\,x^2 + x - 3 \leq 0$$

Multiplicamos por -1 ambos miembros. Cambia el sentido de la desigualdad.

$$(2x + 3)(x - 1) \leq 0$$

Factorizando el miembro izquierdo.

$$2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Ya estamos listos para la construcción del cuadro de variación.

Completarlo por favor.

$-\infty \qquad -\frac{3}{2} \qquad 1 \qquad +\infty$

2x+3			
x-1			
(2x+3)(x-1)			

Obtener el conjunto solución.

$C.S. =$