

LABORATORIO # 1

Cancelación y Estabilidad.

1. Prelaboratorio **Matlab**.

De la guía *Aprenda Matlab como si estuviera en primero*, disponible en la carpeta *Material de Apoyo* en Aula Virtual con el nombre *matlab70primero*, **lea** las páginas de la 4 a la 12, y **lea y practique** el contenido de las páginas 23 a la 26. Si no dispone de **Matlab**, puede utilizar Matlab Online (<http://www.matlab-online.com/>).

2. En estadística, la *varianza* de n datos: x_1, x_2, \dots, x_n está definida como

$$V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \text{donde,} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Calcular la varianza usando esta fórmula requiere recorrer los datos dos veces, una para calcular la media aritmética \bar{x} y otra para calcular la suma de los cuadrados de los datos. Esto puede ser indeseable cuando se tiene una gran cantidad de datos, es decir, cuando n es muy grande.

Una fórmula alternativa que usa aproximadamente la misma cantidad de operaciones que (1), pero que requiere pasar una sola vez por los datos, es la siguiente:

$$V = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \quad (2)$$

- a) Considere los los datos 10000000000, 10000000001, 10000000002. Calcule la varianza según la ecuación (1) y escriba el resultado.
- b) Calcule de nuevo la varianza, pero utilizando la ecuación (2). ¿Obtuvo el mismo resultado?. De no ser así, ¿a qué se debe la diferencia? ¿Cuál es la varianza exacta para estos datos? Justifique sus respuestas.

c) Considere ahora las siguientes fórmulas recursivas:

$$\begin{aligned} M_1 &= x_1, & M_k &= (x_k - M_{k-1}) / k & k &= 2, 3, \dots, n \\ Q_1 &= 0, & Q_k &= Q_{k-1} + \frac{(k-1)}{k} (x_k - M_{k-1})^2 & k &= 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

y por último

$$V = \frac{Q_n}{n-1} \quad (4)$$

Calcule de nuevo la varianza de los datos utilizando ahora estas fórmulas recursivas. Compare el resultado con los obtenidos en los puntos anteriores. ¿Qué puede concluir?

3. Sea $f(x) = (1 - \cos(x))/x^2$. Nótese que $0 \leq f(x) \leq 0,5$.

- a) Grafique la función en el intervalo $[-3, 3]$.
- b) Evalúe $f(x)$ en el punto $x = 1,2 \times 10^{-8}$ ¿Qué observa?, ¿Es confiable este resultado? ¿Por qué? Justifique su respuesta.
- c) Usando el hecho de que $\cos(x) = 1 - 2\sin^2(x/2)$, la función puede ser escrita como

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(x/2)}{x/2} \right)^2 \quad (5)$$

evalúe de nuevo en el punto $x = 1,2 \times 10^{-8}$ usando la nueva representación de $f(x)$ ¿Qué obtuvo? Analice el resultado y explique lo que sucede.