UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
Dpto. de Cómputo Científico y Estadística
Cálculo Numérico CO-3211

LABORATORIO # 5

Factorización LU y Métodos Iterativos.

Los fenómenos de transferencia de calor en un medio no homogéneo pueden ser modelados mediante el problema de valor en la frontera:

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial u}{\partial t} &= \nabla \cdot (K(\vec{x})\nabla u) + F(\vec{x},t), \quad \vec{x} \in \Omega \\ \alpha u + \beta K(\vec{x})\tfrac{\partial u}{\partial \vec{n}} &= g(\vec{x},t), \quad u(\vec{x},0) = u_0(\vec{x},0) \end{aligned} \tag{1}$$

Al discretizar el modelo mediante métodos conservativos se obtienen sistemas de ecuaciones lineales cuyas dimensiones dependen del número de nodos escogidos. La eficiencia en la resolución de tales sistemas es un tópico de gran interés en el cálculo numérico y el presente laboratorio tiene la finalidad de brindar un aporte en este sentido. En la carpeta de laboratorio en AulaVirtual encontrar un archivos de datos de nombre “datos20.mat”, el cual corresponde a la discretización de las ecuaciones usando 20×20 nodos. Este archivo contienen una matriz A de dimensiones $n \times n$ y una matriz B de dimensiones $n \times 3$, donde el parámetro n depende del número de nodos. Utilice el comando `load` de `Matlab` para cargar las variables en el *worspace*, ejem: load('datos20').

El presente laboratorio consistirá en la resolución de los tres sistemas de ecuaciones dados por:

$$\begin{aligned} A_{(1:n,1:n)}\, x^1_{(1:n,1)} &= B(1:n,1) \\ A_{(1:n,1:n)}\, x^2_{(1:n,2)} &= B(1:n,2) \\ A_{(1:n,1:n)}\, x^3_{(1:n,3)} &= B(1:n,3) \end{aligned} \tag{2}$$

Nótese que la matriz A es invariante y que solo debe resolverse el sistema de ecuaciones para cada una de las columnas de la matriz B. Resuelva este problema siguiendo los pasos listados a continuación:

1. Programe en matlab los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel como funciones que reciban los siguientes parámetros; matriz A, vector de lado

derecho B, tolerancia tol, iterado inicial $x0$ y máximo número de iteraciones $maxiter$, mientras que el parámetro de retorno será la solución x del sistema de ecuaciones. Valide sus resultados con alguna matriz y vectores de prueba dados por Ud.

2. Programe la resolución de un sistema de ecuaciones usando factorización LU con sustitución hacia delante y hacia atrás. Cada una de estas acciones en una función. Para lo anterior use la factorización programada en el laboratorio pasado.

3. Construya un script o programa principal en el cual se resuelven los 3 sistemas de ecuaciones, uno por cada columna de la matriz B, mediante los métodos LU, Jacobi y Gauss-Seidel, para una tolerancia de 1×10^{-5} y un iterado inicial $x0 = (1, \ldots, 1)$ y $x0 = (0, \ldots, 0)$. Mida los tiempos y número de iteraciones que toma cada método (*e. g.* use la función `cputime` de `Matlab`) y las iteraciones (en el caso de Jacobi y Gauss) para cada método y al resolver cada sistema de ecuaciones.

4. Elabore una tabla con los resultados obtenidos y escriba sus conclusiones de manera concisa y analítica, interprete los resultados que observa e indique el método que Ud. recomendaría y por qué.