

### Ejemplo ilustrativo de un Modelo de Simulación a Eventos Discretos.

Consideremos el caso de un modelo de *líneas de espera* o *colas*. Existen básicamente dos maneras de abordar las líneas de espera:

1. A través de un *modelo matemático descriptivo*<sup>1</sup> donde podemos obtener soluciones adecuadas, "buenas" quizás, más no necesariamente óptimas.
2. A través de la *simulación* como herramienta alternativa para analizar situaciones en las que las llegadas y salidas del sistema de colas no necesariamente siguen una distribución de Poisson<sup>2</sup> (modelos complejos).

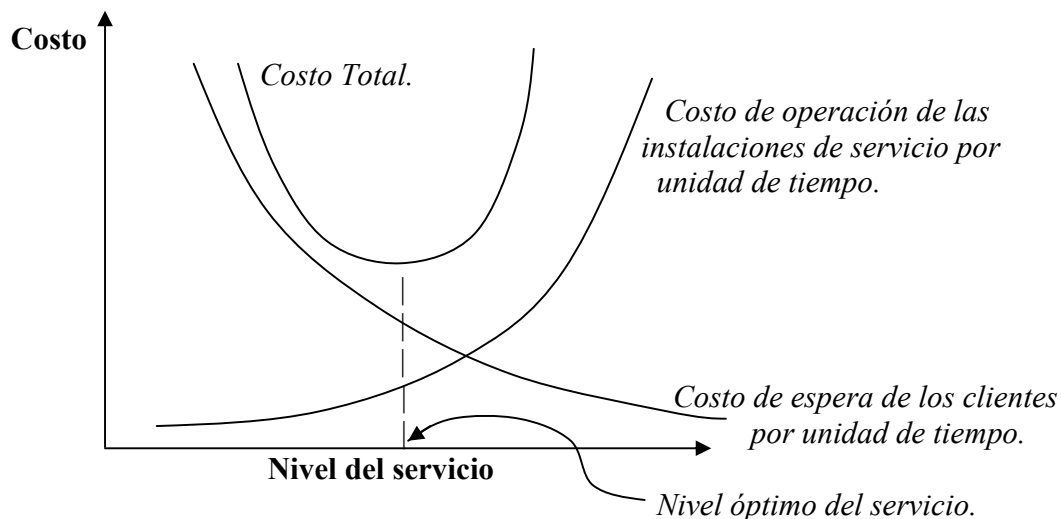
Debemos aclarar que ambos modelos son descriptivos (en el primer caso se tiene un enfoque teórico y en el segundo un enfoque más pragmático). Cuando un modelo contiene variables que no son controlables (variables de naturaleza aleatoria), se suele decir que el modelo es "*descriptivo*". Se realizan preguntas al modelo para obtener soluciones adecuadas a diferencia de los modelos *prescriptivos* donde se dispone de un *algoritmo* para obtener una *solución óptima*.

Esperar un servicio es parte de la vida diaria:

- Clientes que esperan ser atendidos en tiendas, bancos, oficinas postales, etc.

El fenómeno de espera no está limitado sólo a los seres humanos:

- Trabajos que esperan ser procesados por una máquina,
- Aviones que esperan para aterrizar o despegar en un aeropuerto,
- Autos que se detienen en un semáforo, etc.



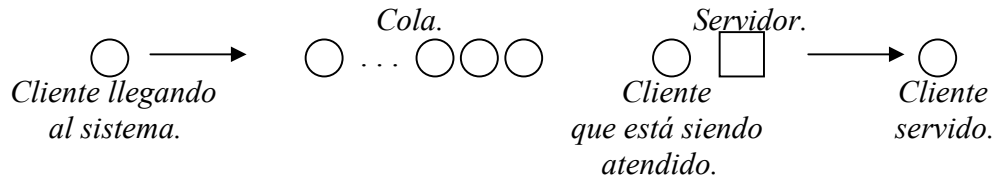
*Problema principal de los modelos de costos:*

Estimar el costo unitario de la espera (principalmente cuando el comportamiento humano tiene alguna influencia en la operación del modelo).

<sup>1</sup> H. A. Taha, "Investigación de Operaciones, una introducción", Prentice-Hall, 1998 (véase el Cap. 17).

<sup>2</sup> Tiempos entre llegadas y tiempos de servicio se distribuyen *exponencialmente*.

Elementos de un modelo de líneas de espera o colas.



La **llegada** de los clientes se representa por medio del **tiempo entre llegadas** y el **servicio** se describe por medio del **tiempo de servicio**.

1. Los tiempos entre llegadas y de servicio pueden ser:
  - Probabilísticos (oficina postal, banco, etc.).
  - Determinísticos (llegada a una entrevista de trabajo “previa cita”).
2. Disciplina de las colas:
  - El primero que llega es el primero que se atiende. Esta disciplina es la más común. Se le conoce también por sus siglas en inglés, FCFS *first come first served* o FIFO *first in first out*.
  - El que llega de último se le atiende primero. Esta disciplina corresponde a una estructura de datos conocida como *pila*, LCFS *last come first served* o LIFO *last in first out*.
  - Servicio aleatorio, SIRO *serve in random order*.
  - Los clientes se pueden seleccionar en base a algún orden de “*prioridad*” (trabajos urgentes en un taller).
3. Tamaño de la línea de espera:
  - Finito (solo se admite un número limitado de clientes). Ejemplos de ello son, los espacios de estacionamiento que se permiten en un autobanco, el área de amortiguación de dos máquinas sucesivas, etc.
  - Infinito (se admite un número ilimitado de clientes). Ejemplo, pedidos por correo.
4. Comportamiento de los clientes:
  - Maniobra (cambio) de una cola a otra para minimizar la espera.
  - Elusión (evitar ser parte de una cola donde se prevé un retraso grande).
  - Renuncia a una cola después de haber esperado demasiado.
5. La fuente de la que se generan los clientes:
  - Finita (limita las llegadas de los clientes al servicio). Ejemplo, máquinas que solicitan el servicio de un mecánico (una oficina con  $m$  máquinas, esto constituye  $m$  clientes en potencia).
  - Infinita (siempre “abundante”). Ejemplo, llegada de llamadas a una central telefónica.

6. Las *llegadas* pueden ser individuales o grupales (masivas, ejemplo: llegada a un restaurante).
7. El *servicio* puede ser individual o grupal (restaurante).
8. Instalación del servicio:
  - En serie.
  - En paralelo.
  - En red.

Supongamos que las etapas, "*formulación del problema*" y "*recolección y procesamiento de la información requerida*", ya han sido realizadas. Queremos simular un sistema de líneas de espera con *una cola y un servidor*, donde:

1. Los tiempos entre llegadas y de servicio se distribuyen exponencialmente.
2. La disciplina de la cola es FIFO o FCFS.
3. El tamaño de la línea de espera es infinito.
4. Por razones de simplicidad, supongamos que los clientes no muestran ningún comportamiento particular. Todo cliente que entra al sistema, se queda en el mismo hasta ser atendido.
5. La fuente de la que se generan los clientes es infinita.
6. Las llegadas son individuales.
7. El servicio es individual.
8. No se considera ninguna instalación particular para el servicio pues se trata de una sola cola con un solo servidor.

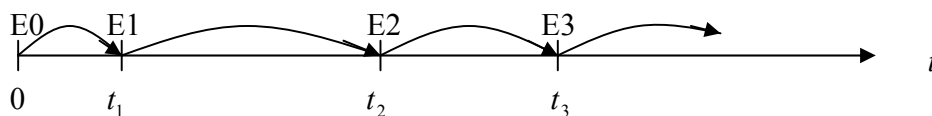
Evidentemente los **eventos** que describen este sistema de líneas de espera son las **llegadas** de los clientes al sistema y las **salidas** de los mismos del sistema. Para simular la evolución del tiempo necesitamos un "*reloj simulador*" que registre el tiempo simulado, es decir, necesitamos un "*mecanismo de avance del tiempo*".

#### Mecanismos de avance de tiempo.

Existen dos maneras para hacer avanzar el tiempo y registrar la operación sujeto de estudio: *Incrementos por eventos* (usado en la mayoría de los casos) e *incrementos de tiempo fijo* (caso particular del primero).

##### **1: Incrementos por eventos.**

Se avanza el tiempo hasta el momento en que ocurre el siguiente evento (de cualquier tipo) y se actualiza el sistema determinando su nuevo estado. Se registra la información deseada sobre el comportamiento del sistema.



**2: Incrementos de tiempo fijo.**

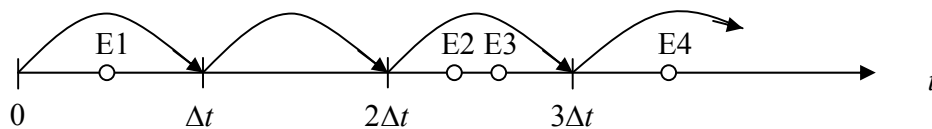
El reloj simulador avanza en incrementos de  $\Delta t$  unidades. Después de cada actualización del reloj, se realiza un chequeo para determinar si ha habido ocurrencia de eventos durante el intervalo. Tales eventos, se considera que ocurrieron al final del intervalo y se actualiza el estado del sistema.

*Ventaja:*

- Puede ser de utilidad en sistemas donde es razonable asumir que los eventos ocurren en uno de los tiempos  $n\Delta t$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Por ejemplo, sistemas económicos (base mensual, semestral, anual, etc.).

*Desventajas:*

- Posibles errores debido al procesamiento de eventos al final del intervalo.
- Cuando ocurren dos o más eventos, se debe tomar una decisión sobre cual ocurre primero.



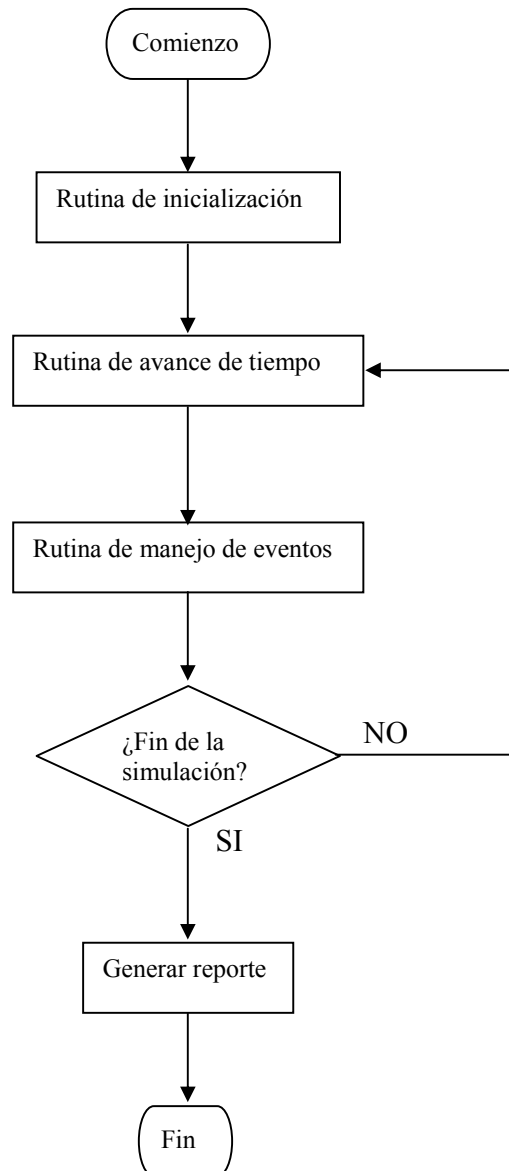
Modelos.

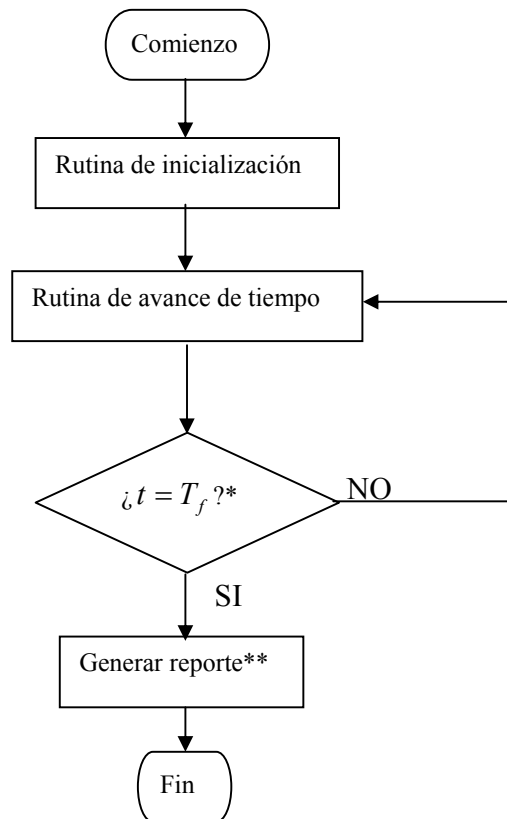
Pasemos ahora a considerar la formulación de un modelo para el sistema de líneas de espera previamente especificado (una cola y un servidor)<sup>3</sup>. Para más aplicaciones sobre líneas de espera y aplicaciones de otra naturaleza (control de inventarios, manejo de equipos, mantenimiento), véanse los capítulos 5 y 7 del libro de Byron S. Gottfried<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Byron S. Gottfried, "Elements of Stochastic Process Simulation", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984 (pp 184-206).

<sup>4</sup> Byron S. Gottfried, "Elements of Stochastic Process Simulation", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.

**"Diagrama de flujo para el mecanismo de avance de tiempo de incremento por eventos"**



Sistema de líneas de espera (una cola y un servidor).

\* Pueden quedar clientes sin procesar. Si se desea, se puede agregar una condición de parada referente al número de clientes.

\*\* Reporte de la(s) medida(s) de desempeño de interés (por ejemplo, tiempo promedio de espera en la cola).

