Examen de Computabilidad y Complejidad

(CMC)

14 de junio de 1996

(I) Cuestiones (justifique formalmente las respuestas)

1. Sean M_1 y M_2 dos máquinas de Turing que generan los lenguajes $G(M_1)$ y $G(M_2)$. Se definen las funciones $g_1, g_2 : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ que enumeran los lenguajes $G(M_1)$ y $G(M_2)$. Pronúnciese acerca de la veracidad o falsedad del siguiente enunciado

   "$G(M_1) \subseteq G(M_2) \Leftrightarrow \exists\ r : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ (función recursiva total) tal que para todo valor n $g_1(n) = g_2(r(n))$" (1 pto)

2. Sean M_1 y M_2 dos máquinas de Turing de forma que para toda cadena de entrada w, M_1 para al computar w si y sólo si M_2 no para al computar w.

   (a) ¿ $L(M_1) = \overline{L(M_2)}$?

   (b) ¿ Es $L(M_1)$ recursivo ? (1 pto)

3. Demostrar que si $a^*(bb)^*c^* \cup \{a^n b^{2m+1} c^k \mid (m \geq 0)$ y $(\exists i \geq 0 : k + n = i^2\}$ es incontextual entonces $\{0^{j^2} \mid (j \geq 0)\}$ también lo sería. (1 pto)

4. Se define la función $sig : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^*$ que para una cadena nos devuelve la siguiente cadena de Σ^* en orden lexicográfico. Sea L un lenguaje y se define $F(L) = \{x \in L : sig(x) \in L\}$. Pronúnciese acerca de la veracidad o falsedad del siguiente enunciado:

   "Si L es recursivo entonces $F(L)$ también lo es." (1.5 ptos)

5. Sea G una gramática incontextual y se define $L_n(G)$ como aquellas cadenas derivadas en G aplicando menos de n reglas de producción. ¿ Es $L_n(G)$ incontextual ?.

   (1.5 ptos)

(II) PROBLEMAS:

6. Sea la gramática G definida por las reglas $S \rightarrow SSabS \mid ba$. Sea la sustitución σ definida como $\sigma(a) = \{\lambda\}$ y $\sigma(b) = L(G')$ donde G' se define a partir de las reglas $S \rightarrow aSb \mid \lambda$. Se pide obtener una gramática incontextual para el lenguaje $\sigma(L(G)^r L(G)) \cup \sigma(L(G))^r$ (2 ptos)

7. Dada la gramática G, se pide obtener una gramática incontextual en Forma Normal de Greibach que genere $(L(G) - \{\lambda\})$.

   $S \rightarrow ASB \mid CDA \mid SEF \mid AB$ $\quad A \rightarrow Ba \mid Aa \mid \lambda$ $\quad B \rightarrow bS \mid CbD \mid \lambda$
   $C \rightarrow DEc \mid EFc \mid CC$ $\quad D \rightarrow CDF \mid ddF \mid FE$ $\quad E \rightarrow eEa \mid Eea \mid eaC$
   $F \rightarrow ES \mid FS \mid d$

   (2 ptos)