1.2.1. Problemas de optimización (págs. 1-6 a 1-8)

Problema de optimización: Se propone la búsqueda de un valor **óptimo** (máximo o mínimo) de cierta **función objetivo** f definida en un dominio X determinado:

$$v = \underset{x \in X}{\mathsf{opt}} f(x).$$

Muchos problemas de optimización proponen buscar el elemento $x \in X$ que proporciona un valor extremo de $f(\cdot)$, una **solución óptima** \hat{x} :

$$\hat{x} = \operatorname*{arg\,opt}_{x \in X} f(x).$$

(¿Qué valor devuelve $\arg\min_{x \in \{-4,3,4,5\}} x^2$? **3**, ya que 3^2 es menor que $(-4)^2$, 4^2 y 5^2 .)

Ejemplo: ¿Cuál es la combinación de monedas con la que podemos entregar, en un sistema monetario determinado, una determinada cantidad entera de euros Q usando el menor número de piezas?

Algo más de terminología...

Lo que se propone es la búsqueda de un elemento (una solución) entre un conjunto de elementos (de soluciones): el **espacio de búsqueda**. Dicho elemento será la **solución óptima**.

En muchas ocasiones el espacio de búsqueda se define a partir de un conjunto de elementos muy general y fácil de expresar al que se le imponen una serie de restricciones que determinan qué elementos del espacio son válidos (son factibles):

- El conjunto general de elementos se denomina **conjunto de soluciones** (a secas) y se representa como X',
- las restricciones impuestas se llaman restricciones (fácil),
- el conjunto compuesto por los elementos de X' que satisfacen las restricciones, $X \subseteq X'$, se denomina **conjunto de soluciones factibles**, y
- la **solución óptima** es el elemento de *X* que proporciona el mejor valor de una función objetivo.

Ejemplo: si quisieramos saber quién es la atleta de la historia que saltó con pértiga los 4m. y 50cm. con menor edad, nuestro problema podría definirse de la siguiente forma:

- El conjunto de soluciones X' está compuesto por toda la humanidad.
- Las **restricciones** serían: la persona tiene que ser mujer, saltadora de pértiga y debe haber saltado al menos una vez los 4m. y 50cm.
- El **conjunto de soluciones factibles** X estaría formado por todas las personas (de X') que cumplen los requisitos fijados en las restricciones.
- Por último, la **solución óptima** sería la pertiguista (de X) que cuando consiguió la marca era más joven.