

# Examen de Computabilidad y Complejidad

(CMC)

7 de julio de 1995

**(I) CUESTIONES** (justifique formalmente las respuestas)

1. Sea  $\mathcal{L}$  la clase de los lenguajes recursivamente enumerables que no son recursivos. ¿Es  $\mathcal{L}$  cerrada bajo complementación?  
(1 punto)
2. Sea  $L \subseteq \Sigma^*$  un lenguaje recursivo. ¿Es recursivo el lenguaje definido como  $L' = \{v \in \Sigma^* \mid \exists w \in L \wedge v \text{ es una permutación de } w\}$ .  
(1 punto)
3. Sea la operación  $\mathcal{P}$  definida sobre cadenas como  $\mathcal{P}(x) = xx^{-1}$ . Se extiende la operación a lenguajes como  $\mathcal{P}(L) = \{\mathcal{P}(x) \mid x \in L\}$ . ¿Es la familia de los lenguajes incontextuales cerrada bajo la operación  $\mathcal{P}$ ? ( $x^{-1}$  denota el reverso o inverso de la cadena  $x$ ).  
(1.5 puntos)
4. Sea  $L = \bigcup_{n \geq 0} (1^n 0^n)^*$ . ¿Es  $L$  un lenguaje incontextual?  
(1 punto)
5. Sea  $M$  una máquina de Turing y se define  $L_5(M) = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L(M) \wedge M \text{ pasa más de 5 veces por el estado inicial al computar } x\}$ . Pronúnciese sobre la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: *Si  $L(M)$  es recursivo entonces  $L_5(M)$  también lo es.*  
(1.5 puntos)

**(II) PROBLEMAS:**

6. Dada la gramática incontextual  $G$  definida por las producciones  
$$S \rightarrow SaS \mid bS \mid \lambda$$
y la sustitución  $f : \{a, b\} \rightarrow \mathcal{P}(\{a, b\}^*)$  con  $f(a) = (L(G))^*$  y  $f(b) = (L(G))(L(G) - \{\lambda\})$ . Obtener una gramática incontextual que genere  $L(G) \cup f(L(G))$ .  
(2 puntos)
7. Dada la gramática  $G$ :

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow Sa \mid ASB \mid a \mid \lambda & B \rightarrow ABA \mid a \\ A \rightarrow Ab \mid Aa \mid b \mid C & C \rightarrow Ca \mid Cb \mid D \\ D \rightarrow aDa \mid DC & E \rightarrow aEb \mid \lambda \end{array}$$

Obtener una gramática incontextual  $G'$  en Forma Normal de Greibach de modo que  $L(G') = (L(G) - \{\lambda\})$ .

(2 puntos)