

Examen de Computabilidad y Complejidad
(CMC)

27 de enero de 2004

(I) Cuestiones: (Justifique formalmente las respuestas)

1. ¿Es incontextual el lenguaje $L = \{w \in \{0,1,2\}^* : w = x2x \text{ con } x \in \{0,1\}^*\}$?
(1 punto)
2. Se pide dar una gramática incontextual para $L = \{xly : x, y \in \{0,1\}^*, x \neq y\}$?
(1.5 puntos)
3. Sea L un lenguaje definido sobre un cierto alfabeto Σ ; se define una operación Ψ sobre L de la siguiente forma: $x \in \Psi(L) \Leftrightarrow [x = \lambda \vee [x \in L \wedge \text{pred}(x) \in \Psi(L)]]$, donde $\text{pred}(x)$ es una función que devuelve la cadena predecesora de x en el orden lexicográfico definido en Σ^* , y $\text{pred}(\lambda) = \lambda$. ¿Es la familia de los lenguajes recursivamente enumerables cerrada respecto de la operación Ψ ?
(1 punto)
4. Sean L_1 y L_2 lenguajes definidos sobre un cierto alfabeto Σ , sea Φ la operación sobre lenguajes tal que $\Phi(L_1, L_2) = \{xy : x \in L_1 \cup L_2, y \in L_1 \cap L_2\}$. ¿Es la familia de los lenguajes recursivos cerrada respecto de la operación Φ ?
(1.5 puntos)

(II) Problemas:

5. Diremos que una gramática es invertible si en su conjunto de reglas de producción no se repite ningún consecuente (parte derecha). Esto es, si $A \rightarrow \alpha$ y $B \rightarrow \alpha$, son reglas de la gramática entonces $A=B$. Se pide construir un módulo mathematica que, tomando como entrada una gramática incontextual (con el formato explicado en las clases de laboratorio), devuelva *True* si la gramática es invertible y *False* en caso contrario.

(2 puntos)

6. Sean las siguientes gramáticas:

$$\begin{aligned} G_1: S &\rightarrow aSS \mid SSb \mid A & A &\rightarrow aA \mid b \\ G_2: S &\rightarrow SA \mid AS \mid a & A &\rightarrow AA \mid AS \mid b \\ G_3: S &\rightarrow SS \mid \lambda \mid aSb \end{aligned}$$

Sea la sustitución f definida por $f(a) = [L(G_2)]^*$ y $f(b) = [L(G_3)]^r$. Se pide obtener una gramática incontextual para el lenguaje $L = L(G_1)f(L(G_1))$.

(1.5 puntos)

7. Dada la gramática G con las siguientes producciones, se pide obtener una gramática simplificada y en Forma Normal de Chomsky que genere $L(G) - \{\lambda\}$.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 1A \mid 0BD \mid 01 \\ A &\rightarrow BD \mid 1C \mid \lambda \\ B &\rightarrow 0B0 \mid DB \\ C &\rightarrow S0SA \mid BS \mid AA \mid 1 \\ D &\rightarrow S0A \mid CC \mid \lambda \end{aligned}$$

(1.5 puntos)

Examen de Computabilitat i Complexitat

(CMC)

27 de gener de 2004

(III) Qüestions: (Justifiqueu formalment les respostes)

1. ¿És incontextual el llenguatge $L = \{w \in \{0,1,2\}^* : w = x2x \text{ amb } x \in \{0,1\}^*\}$?
(1 punt)
2. Es demana donar una gramàtica incontextual per a $L = \{xly : x, y \in \{0,1\}^*, |x| \neq |y|\}$?
(1.5 punts)
3. Siga L un llenguatge definit sobre un cert alfabet Σ , es defineix una operació Ψ sobre L de la següent forma: $x \in \Psi(L) \Leftrightarrow [x = \lambda \vee [x \in L \wedge \text{pred}(x) \in \Psi(L)]]$, on $\text{pred}(x)$ és una funció que torna la cadena predecessora de x en l'ordre lexicogràfic definit en Σ^* , i $\text{pred}(\lambda) = \lambda$. ¿És la família dels llenguatges recursivament enumerables tancada respecte de l'operació Ψ ?
(1 punt)
4. Siguen L_1 i L_2 llenguatges definits sobre un cert alfabet Σ , siga Φ l'operació sobre llenguatges tal que $\Phi(L_1, L_2) = \{xy : x \in L_1 \cup L_2, y \in L_1 \cap L_2\}$. ¿És la família dels llenguatges recursius tancada respecte de l'operació Φ ?
(1.5 punts)

(IV) Problemes:

5. Direm que una gramàtica és invertible si en el seu conjunt de regles de producció no es repeteix cap conseqüent (part dreta). És a dir, si $A \rightarrow \alpha$ i $B \rightarrow \alpha$, són regles de la gramàtica aleshores $A=B$. Es demana construir un mòdul mathematica que, prenent com entrada una gramàtica incontextual (amb el format explicat en les classes de laboratori), torne *True* si la gramàtica es invertible i *False* en cas contrari.

(2 punts)

6. Siguen las següents gramàtiques:

$$\begin{aligned} G_1: S &\rightarrow aSS \mid SSb \mid A & A &\rightarrow aA \mid b \\ G_2: S &\rightarrow SA \mid AS \mid a & A &\rightarrow AA \mid AS \mid b \\ G_3: S &\rightarrow SS \mid \lambda \mid aSb \end{aligned}$$

Siga la substitució f definida per $f(a) = [L(G_2)]^*$ i $f(b) = [L(G_3)]^r$. Es demana obtenir una gramàtica incontextual per al llenguatge $L = L(G_1)f(L(G_1))$.

(1.5 punts)

7. Donada la gramàtica G amb les següents produccions, es demana obtenir una gramàtica simplificada i en Forma Normal de Chomsky que genere $L(G) - \{\lambda\}$.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 1A \mid 0BD \mid 01 \\ A &\rightarrow BD \mid 1C \mid \lambda \\ B &\rightarrow 0B0 \mid DB \\ C &\rightarrow S0SA \mid BS \mid AA \mid 1 \\ D &\rightarrow S0A \mid CC \mid \lambda \end{aligned}$$

(1.5 punts)