# Técnicas, Entornos y Aplicaciones de Inteligencia Artificial

4ª Grado en Ingeniería Informática, 2020-21

## DOCENCIA VIRTUAL

**Finalidad**:

Prestación del servicio Público de educación superior (art. 1 LOU)

**Responsable**:

Universitat Politècnica de València.

**Derechos de acceso, rectificación, supresión, portabilidad, limitación u oposición al tratamiento conforme a políticas de privacidad**:

http://www.upv.es/contenidos/DPD/

**Propiedad intelectual**:

Uso exclusivo en el entorno de aula virtual.

Queda prohibida la difusión, distribución o divulgación de la grabación de las clases y particularmente su compartición en redes sociales o servicios dedicados a compartir apuntes.

La infracción de esta prohibición puede generar responsabilidad disciplinaria, administrativa o civil

# Tema 2: Imprecisión e Incertidumbre

## 2.1: Razonamiento Impreciso. Lógica Difusa.

- **Imprecisión de la Información. Lógica Difusa. Conjuntos Difusos. Operaciones.**
- **Proceso Inferencial: Fusificación, Defusificación, Inferencia Difusa.**
- **Entornos y Aplicaciones**

## 2.2: Incertidumbre. Razonamiento Probabilístico.

- **Conceptos básicos. Aplicación Teoría de la Probabilidad. Modelos simples.**
- **Redes Bayesianas**

## Bibliografía


- **Inteligencia Artificial: Un enfoque moderno.** Rusell, Norvig. Prentice Hall, 2004. Cap. 13, 14, 16
- **Inteligencia Artificial. Técnicas, métodos y aplicaciones.** Varios autores. McGraw Hill (2008) Cap.6-7
- **Inteligencia Artificial. Una nueva síntesis.** N. Nilsson McGraw Hill (2000).

***Otras referencias:***

- FuzzyClips (desarrollado por National Research Council , Canada)
- European Centre for Soft Computing (http://www.softcomputing.es/)

Necesidad de tratar con conocimiento incierto *(hechos, reglas)*

**¿Teoría de la Probabilidad?**

**Simplificación de Bayes $\Rightarrow$ Redes Bayesianas**

**Problema**

**Diseño de una Red Bayesiana**

**Procesos Inferenciales**

a) **Probabilidad conjunta de la red (estado del mundo)**
b) **Respuesta a preguntas**

**Herramienta, Ejemplos**

***Trabajo Académico: Diseño y evaluación de una red bayesiana***

# **Razonamiento Aproximado:** información incompleta, incierta y/o imprecisa.

➢ **Imprecisión: Grado de precisión del conocimiento (Tema 2.1)**

*Datos conocidos aproximadamente, precisión de las medidas, datos cualitativos y/o simbólicos, etc.*

- ***Hechos:*** Hoy llueve 'mucho', Es 'bastante cierto' que..., El dolor duró casi 2 horas, ...
- ***Reglas:*** Los hombres ricos son felices,
  Si muy nuboso entonces probablemente llueva mucho
  Los coches 'caros' duran 'mucho'.
  Si el agua está 'muy fría', abre 'mucho' el grifo de la caliente.

***Lógica difusa de Zadeh*** Definición de conjuntos (conceptos, predicados) difusos y extensión de las reglas de inferencia.

***Razonamiento difuso***

➢ **Incertidumbre: Grado de certeza del conocimiento (Tema 2.2)**

*Instrumentos defectuosos, confianza en las medidas, en las reglas, etc.*

- ***Hechos:*** La probabilidad de que hoy llueva es 0.6
- ***Reglas:*** Si humedad>80%, hay un 90% de probabilidad que llueva
- **Conocimiento incierto:** Diversas orígenes para la incertidumbre de la información.

**Métodos Probabilísticos (Teoría de Bayes) *Redes Bayesianas***

# Tema 2.2.- Incertidumbre. Razonamiento Probabilístico

**Extensiones del Razonamiento Clásico**

Los sistemas convencionales de razonamiento, basados en la lógica de predicados de primer orden, trabajan con información***:***

***completa***, ***consistente***, ***inalterable*** ***y*** ***estática.***

**Ello da lugar a la necesidad de tratar con otros modelos de Razonamiento:**

- **Razonamiento incierto (probabilístico):** Información ***incierta*** (en lugar de simplemente CIERTO o FALSO).

- **Razonamiento impreciso (difuso, fuzzy):** Información ***imprecisa*** (conceptos imprecisos, en vez de conjuntos clásicos, o predicados de primer orden).

- **Razonamiento no-monótono**: Los axiomas y/o reglas de inferencia se extienden para que sea posible razonar con *información incompleta, por defecto, hipotética, no-monótona, dependiente y cambiante*.

- **Razonamiento temporal:** Razonamiento sobre la *dinámica de la información* en un mundo dinámico. El tiempo es una variable importante del razonamiento.

Los expertos humanos deben poder tomar decisiones en base a información:

***dinámica, incierta, incompleta, imprecisa y contradictoria.***

por lo que se necesita ampliar la base de la lógica clásica a fin de poder ***representar y tratar*** información con dichas características.

# Incertidumbre

En un contexto de incertidumbre, una decisión racional (un plan, diagnóstico, conclusión, respuesta, etc.) depende de los grados de creencia de los distintos datos y relaciones que la soportan:

*Planifico un viaje de 30' para llegar al aeropuerto.*

- No debo inferir llegar al aeropuerto a tiempo, sino: "*espero llegar a tiempo si el coche no se avería, si no se queda sin gasolina, si no hay un gran atasco, etc.*"
- Hay probabilidad de retrasos, tal que un mayor margen de tiempo daría más seguridad, pero también aumentaría la posibilidad de una espera improductiva.

*Un paciente refiere un dolor de muelas.*

- Ello puede ser debido a una "caries" o a una "infección".
- En base a ciertas evidencias, causalidad e inferencia probabilística podré confirmar con mayor o menor probabilidad el diagnóstico.

En general, los sistemas no representan todo el conocimiento, ni tienen acceso a todo el conocimiento sobre el entorno:

- *Simplificaciones:* Se obvian antecedentes no relevantes o de ocurrencia infrecuente.
- *Ignorancia teórica:* No es habitual tener un conocimiento teórico completo (al 100%) del dominio.
- *Ignorancia práctica:* Fallo de datos, pruebas, medidas, fiabilidad observaciones, etc.
- *Mundo real no determinista*: consecuencias inesperadas, incidencias externas, etc.

➢ Hay incertidumbre en los hechos, en la condiciones o en las consecuencias de una acción.

➢ Una regla "***antecedente → consecuente***" no es una consecuencia lógica, sino un ***grado de creencia*** sobre la consecuencia, dado un antecedente (quizás con su propio ***grado de creencia)***.

**La herramienta básica para tratar con el razonamiento incierto es la *Teoría de la Probabilidad***

## **Raz. Incierto (probabilístico)** ⇒ **Obtener respuestas en base a información/reglas inciertas**

a) Habitualmente, tardo 30' en llegar al aeropuerto. Por la hora que es, *puede* haber un leve atasco. Al menos, *espero* no tener ningún problema con el coche.

*¿Con qué holgura debería salir?*

b) He instalado un sistema de alarma en mi casa, que *es de esperar* que se active si entra un ladrón. Y *confío* que, si suena, acuda la policía. Al llegar a casa, veo que la policía ha acudido.

*¿Puede ser debido a que hay un ladrón?*

*¿Puede ser debido a que ha sonado la alarma sin haber un ladrón?*

c) El testigo de un accidente nocturno, en el que un taxi implicado se da a la fuga, *asegura* que el taxi era azul. Todos los taxis de la ciudad son verdes o azules, aunque hay el doble de verdes que azules. Experimentaciones posteriores demuestran que, con poca iluminación, la distinción entre azul y verde es *fiable* un 75%.

*¿Qué credibilidad tiene el testigo respecto al color azul del taxi?*

d) Un juez tiene el criterio de juzgar la culpabilidad de un acusado en base a si se prueba que tiene sus huellas en el arma, tiene motivos, y no tiene coartada.

La policía detiene a un sospechoso, en base a unas, *algo borrosas*, huellas en el arma. El acusado *parece* tener un posible móvil, ya que tiene una fuerte enemistad con la víctima, pero aduce una coartada, aunque no del todo *fiable*.

*¿Es culpable?*

## Esquema de Razonamiento Incierto

| Sistema Lógico | Sistema con Incertidumbre |
|---|---|
| ***e***: antecedente, ***h***: consecuente<br>Implicación : $e \rightarrow h$ | ***e***: ***Evidencias,*** ***h***: ***Hipótesis***.<br>***Regla Incierta:*** $e \rightarrow h$, con una creencia asociada |

**Evidencia:** Razones (datos) por las que las conclusiones (hipótesis) son creídas.

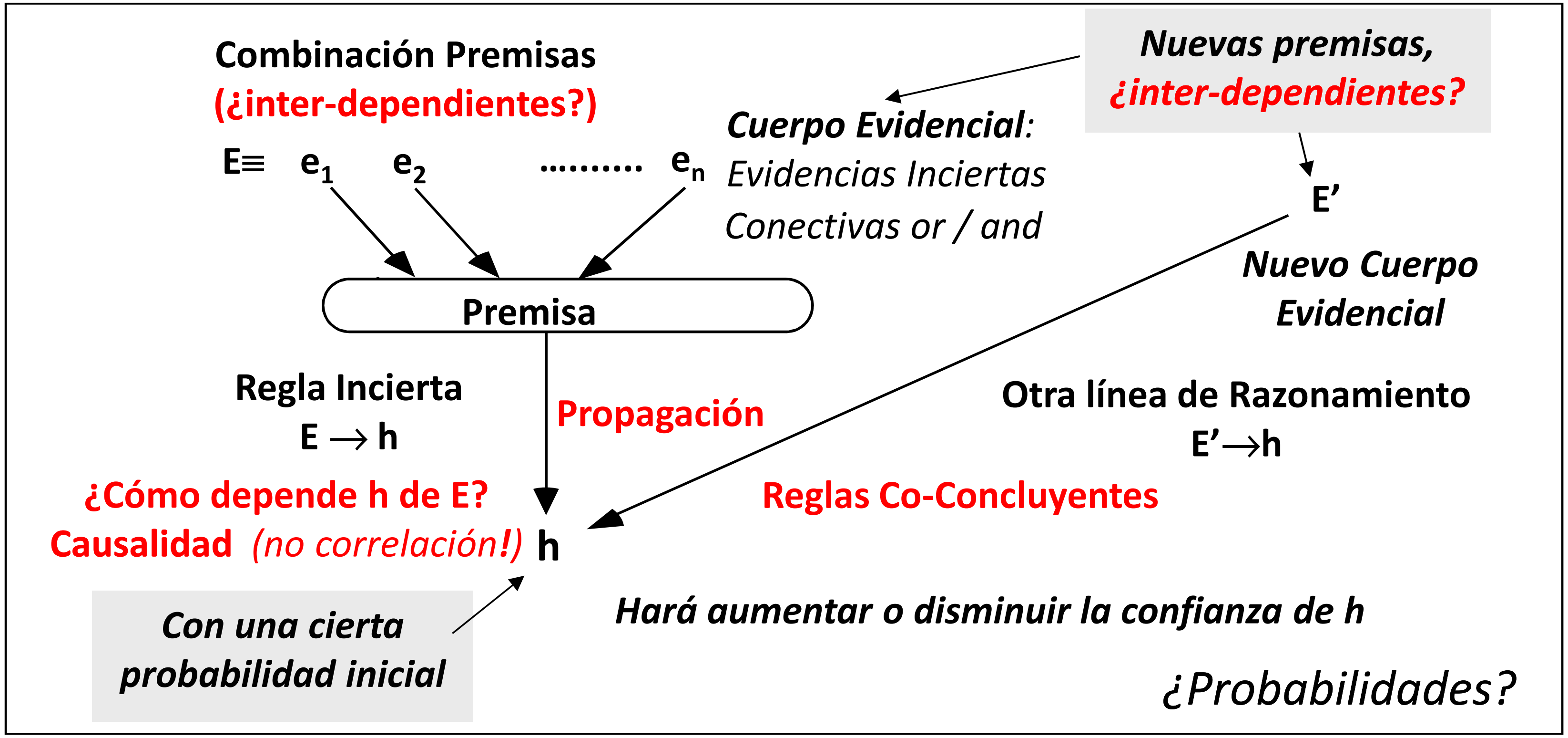
Las evidencias son observaciones (datos) con *grados de creencia*.

**Regla incierta:**

La *presencia/ausencia* de evidencias soportan/rebajan la creencia sobre hipótesis: $(\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{h})$, $(\neg\mathbf{e} \rightarrow \neg\mathbf{h})$

- Se extiende la noción de 'implicación' para representar el grado con el que la hipótesis *h* es confirmada *(o rebajada)* por la presencia *(o ausencia)* de la evidencia *e*.
- La certeza sobre una hipótesis se obtendrá en base a una acumulación de observaciones competitivas (evidencias).
- Nuevas y discriminantes evidencias deben incrementar o decrementar la creencia sobre la hipótesis.

$$e_1 \rightarrow h, \quad e_2 \rightarrow h, \quad e_3 \rightarrow h, \ldots, \quad e_n \rightarrow h$$




Ha habido cierta discusión sobre si la ***Teoría de la Probabilidad*** *(formal)* es adecuada para representar la incertidumbre en un sistema inteligente.

***Principales argumentos en contra:***

- Probabilidad NO es lo mismo que creencia. Dificultad para modelar el conocimiento.
- Complejidad del razonamiento. Interdependencia de premisas y/o conclusiones.
    - Dos variables X, Y son independientes sii $\forall x \in X, \forall y \in Y$: $P(x, y) = P(x) * P(y)$
    - Dos variables están correlacionadas sii no son independientes.
- Causalidad implica correlación, ¡pero no a la inversa! **Ej. ¿comer más helados implica más ahogados en piscina?**

## *INCONVENIENTE-1: "Creencia" no es lo mismo que "Probabilidad"*

- Un grado de creencia 0.8 *no significa que "es cierto en un 80% de los casos"*, sino una alta expectativa (80%) de que se cumpla.
- Además, la creencia suele ser subjetiva: El humano maneja creencias (subjetivo), que se deben cuantificar (probabilidad), y ello tiene una implicaciones matemáticas no previstas.

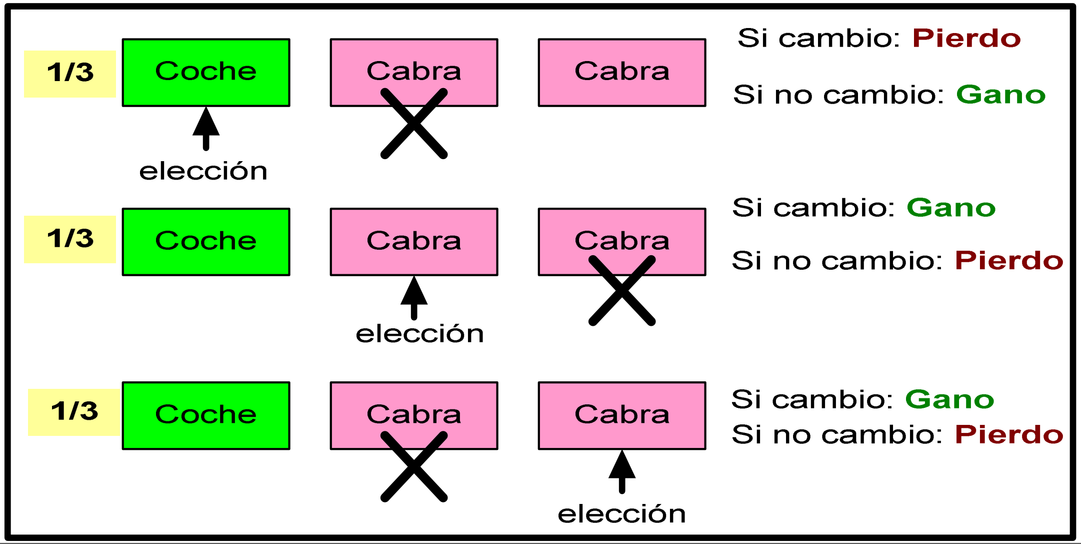
Supongamos que, en un concurso, podemos escoger entre tres puertas: detrás de una de ellas hay un coche, y detrás de las otras dos, una cabra. Escogemos una puerta y, el presentador, que sabe lo que hay detrás de las puertas, abre otra que contiene una cabra (*Paradoja de Monty Hall)*

VIDEO

**Entonces pregunta: "¿Quiere cambiar de puerta?" ¿Es mejor cambiar la elección?**

Una suposición errónea es que, una vez sólo quedan dos puertas, ambas tienen la misma probabilidad (50%) de contener el coche.

Es falso ya que el presentador abre la puerta después de la elección de jugador. La probabilidad que había de que el coche estuviera en la puerta que abre se acumula en la tercera puerta.




*Una adecuada decisión debe basarse en una adecuada representación del conocimiento.*

*La probabilidad de ganar el coche si cambiamos de puerta es de 2/3 (66 %),*

*si no cambiamos, es de 1/3 (33 %)*

## Interpretaciones de la Probabilidad (Verosimilitud, Credibilidad, Confianza …)

**Interpretación Frecuentista:** Asimilado a la repetición de un experimento *(Aprendizaje, clasificación)*

$$\text{Probabilidad (A)} = \lim_{n\to\infty} f_n(A)$$

Donde $f_n(A)$ es la frecuencia de ocurrencia de A , en una repetición de n experimentos:

$f_n(A) = h(A)/n$, siendo h(A) las veces que ocurre A en los n experimentos.

*No aplicable en entornos estocásticos, donde no hay garantías de que las condiciones de un experimento se vayan a reproducir exactamente (resultado partido de fútbol).*

**Aprendizaje, Clasificación**

**Interpretación Clásica:** Considera que todos los resultados son igualmente verosímiles. Sigue el principio de Indiferencia (Laplace, Keynes).

Probabilidad (A) = casos_favorables / casos_posibles

*Ej.: la probabilidad de sacar un 6 en un dado es 1/6. Aplicable en entornos estocásticos, aleatorizados.*

**Interpretación Subjetiva:** refleja la creencia subjetiva/personal en la probabilidad de un suceso, en un contexto que generalmente no se va a repetir, basándose en la información disponible.

*Ej.: concursos, supongo que aprobados estarán entre 70% y 90%, resultados en deportes, etc.*

Suele utilizarse cuando las interpretaciones anteriores no son aplicables. *Están basadas en todas las experiencias, evidencias e información disponible.*

**Razonamiento, Conocimiento, Intuición**

## *INCONVENIENTE-2:* Complejidad de la representación (modelo) y de las inferencias

**NOCIONES BÁSICAS PROBABILIDAD**

- Probabilidad de un hecho: P(x) *(Se asimilaría a la Creencia en x, como un hecho individual)*

  Los grados de creencia, representados como probabilidades, deben cumplir los axiomas de la teoría de la probabilidad.

  $0 \leq P(a) \leq 1$, $P(a) + P(\neg a) = 1$, $P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$

- *Probabilidad de un estado concreto del mundo:* Se requiere la probabilidad conjunta de n-hechos interdependientes (no podemos asegurar que sean independientes): $P(x_1, x_2, \ldots x_n)$.

  Con variables *discretas*, la *probabilidad conjunta* $\Rightarrow$ una tabla de $|x_1| * |x_2| * \ldots * |x_n|$ entradas, donde el sumatorio de todas las probabilidades es 1: $\sum_{i=1,n} P(x_i)=1$

*Ejemplo:*
$X_1, X_2 \in \{T, F\}$

| | $x_1$=T | $x_1$=F |
|---|---|---|
| $x_2$=T | 0.4 | 0.3 |
| $x_2$=F | 0.1 | 0.2 |

Por ejemplo: $P(x_1=T, x_2=T) = 0,4$

La **complejidad resulta $|x_i|^n$**, luego es **muy complejo** representar la probabilidad conjunta de un conjunto de datos.

**Inferencia:** Podemos utilizar la Probabilidad Condicional. ¿Probabilidad b, dado a?: $P(b/a) = P(a \wedge b) / P(a)$

Por ejemplo: Síntoma: $\mathbf{x_1}$: dolor, Diagnóstico: $\mathbf{x_2}$: gripe ¿$P(x_2\text{:gripe=T} / x_1\text{:dolor=T})$?

$$P(x_2\text{:gripe=T} / x_1\text{:dolor=T}) = P(x_2\text{:gripe=T} \wedge x_1\text{:dolor=T}) / P(x_1\text{:dolor=T}) = 0.4 / (0.4 + 0.1)) = 0.8$$

La aplicación de la probabilidad condicional para realizar inferencias requiere disponer de la tabla que representa la probabilidad conjunta. Es inviable en problemas realistas: Complejidad $|x_i|^n$

## Para realizar inferencias podemos aplicar la Regla de Bayes:

$P(a \wedge b) = P(a/b)\ P(b)$
$P(a \wedge b) = P(b/a)\ P(a)$

- Dado (a) y una regla ($a \rightarrow b$)
- Regla de Bayes: $P(b/a) = P(a/b)\ P(b)\ /\ P(a)$

Aplicando e igualando miembros

Donde :

P(b/a): Probabilidad de b, dada a

P(a/b): probabilidad de observar a, dada b

P(b): Probabilidad a priori de b

P(a): Probabilidad a priori de a

### Por ejemplo:

*Conocemos:* ***Dolor_de_cabeza*** $\rightarrow$ ***Gripe***

*Observamos que una persona le duele la cabeza y sabemos que:*

*Probabilidad a priori de dolor: 0.05*

*Probabilidad a priori de gripe: 0.00002*

*Probabilidad de tener dolor, si tiene gripe: 0.5*

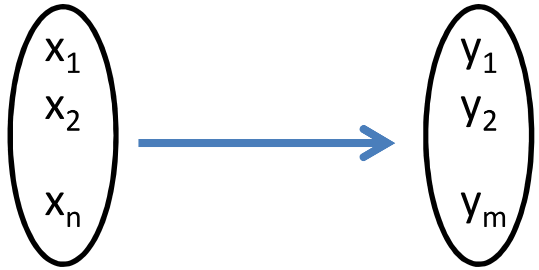
*Con una regla clásica, podríamos deducir 'Gripe' mediante el hecho 'Dolor_de_Cabeza'*

$$P\ (gripe/dolor) = P(dolor/gripe)\ P(gripe)\ /\ P(dolor) = 0.5 * 0.00002\ /\ 0.05 = 0.0002$$

El razonamiento para obtener P(b/a) requiere

conocer las probabilidades a priori, P(a) y P(b), y la probabilidad dependiente P(a/b)

## Regla de Bayes General




$X = \{x_1, x_2, ...., x_n\}$ *Cuerpo Evidencial*

$Y=\{y_1, y_2, ...., y_m\}$ *Cuerpo Hipótesis*

En general disponemos de un

- **conjunto de datos** $X=\{x_1, x_2, ...., x_n\}$,

que permiten deducir un

- **conjunto de resultados** $Y=\{y_1, y_2, ...., y_m\}$:

Entonces, $P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X) =$

$$= \underline{P(\{x_1, x_2, ...., x_n\}/\{y_1, y_2, ...., y_m\})} \; * \; \underline{P(y_1, y_2, ...., y_m)} \; / \; \underline{P(\{x_1, x_2, ...., x_n\})}$$

La aplicación de esta regla requiere:

- *Representar la interdependencia de las variables X:* Probabilidad conjunta de X; de cada combinación del valor de las variables $\{x_1, x_2, ...., x_n\}$: Tabla con una complejidad $|x_i|^n$.
- *Representar la interdependencia de las variables Y:* Probabilidad conjunta de Y, de cada combinación del valor de las variables $\{y_1, y_2, ...., y_m\}$: Tabla con una complejidad $|y_i|^m$ .
- *Representar la relación causal entre las variables X e Y:* Probabilidades condicionales P(X/Y), *observaciones de X dadas Y*, para cada combinación posible de las variables de X con cada combinación posible de las variables de Y. Complejidad: $|x_i|^n * |y_i|^m$

Además, suele requerirse encadenamiento: puede ocurrir que se tenga la observación de un conjunto de evidencias E' $\{e_1, e_2, ...., e_n\}$, que permita obtener la probabilidad sobre los antecedentes X, etc.

$E \Rightarrow X \Rightarrow Y$ debiéndose calcular: $P(Y/X,E) = P(X/Y, E) * P(Y/E) / P(X/E)$

**La aplicación formal de Bayes es inviable en la práctica (computacionalmente costosa)**

## Formulacion Típica de un problema de Diagnóstico

$P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X)$

Hallazgo:

- Se obtiene el valor de una variable evidencia. *Por ejemplo, $x_i$='fiebre alta en un individuo'.*

Evidencias:

- Conjunto de todos los hallazgos $X=\{x_1, x_2, ...., x_n\}$ para un determinado individuo.

  *Por ejemplo, con 5 variables evidencia, podemos tener:*

  *joven, hombre, presenta vómitos, si tiene antecedentes familiares, si tiene fiebre.*

Diagnóstico *(hipótesis)*: Y

- Valor que toman las variables aleatorias consecuentes $Y=\{y_1, y_2, ...., y_n\}$.

  *Cada valor $y_i$ refiere el diagnóstico de una enfermedad.*

Probabilidad a priori del diagnóstico P(Y): $P(y_1 = v_1, ....., y_m = v_m)$.

- Representa la probabilidad de un diagnóstico concreto, cuando no se conoce nada acerca de los hallazgos, es decir, cuando se carece de evidencia.

Probabilidad a posteriori de un diagnóstico: p(Y/X).

- Es decir: $P(Y/X)= P((y_1 = v_1, ....., y_m = v_m) / (x_1=v'_1, x_2=v'_2, ..., x_n=v'_n))$.
- Representa la probabilidad de un diagnóstico concreto cuando se conocen *n* hallazgos (evidencia).

## Formulacion Típica de un problema de Diagnóstico

**Conjunto de Evidencias**
edad, sexo, antecedentes,
fiebre, etc.

$x_1, x_2, x_n \rightarrow y_1, y_2, y_m$

$X = \{x_1, x_2, ...., x_n\}$
*Cuerpo Evidencial*

$Y=\{y_1, y_2, ...., y_m\}$
*Cuerpo Hipótesis*

Observaciones / Hallazgos
*Varón, 35 años, fiebre alta,…*

**PROCESO**

$$P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X) =$$

$$P((y_1 = v_1, ....., y_m = v_m) / (x_1 = v'_1, x_2 = v'_2, ..., x_n = v'_n)) =$$

$$P(\{x_1, x_2, ...., x_n\} / \{y_1, y_2, ...., y_m\}) \ *$$

$$P(y_1, y_2, ...., y_m) / P(\{x_1, x_2, ...., x_n\})$$

Probabilidad Inicial
del Diagnóstico
$P(\{y_1, y_2, ...., y_m\})$

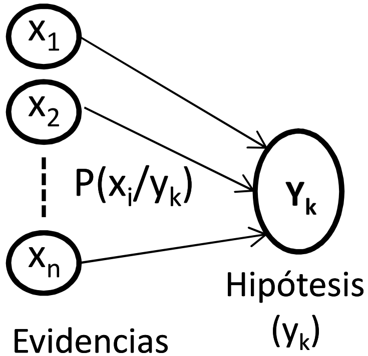
**Diagnóstico**
$Y_1$: Gripe,
$Y_2$: Infección,
$Y_3$: Anemias, etc.

P ( (Gripe, Infección, Anemia, ….. ) /
(*Varón, 35 años, fiebre alta,….*))

Simplificación: *Modelo Simple de Bayes.* Asume que:

(i) las variables evidencia $X=\{x_1, x_2, ...., x_n\}$ son independientes entre sí, e independientemente observables, y

(ii) las variables conclusión $\{y_k\}$ son excluyentes entre sí.




Evidencias Independientes

$P(x_1, x_2, ...., x_n) = Z$

Ahora, $P(Y/X) = P(X/Y) * P(Y) / P(X)$ resulta para cada hipótesis:

$$P(y_k, (x_1, x_2, ...., x_n)) = P(y_k) * \Pi_i (P(x_i/y_k)) / Z$$

*Aplicado en clasificadores simples bayesianos*

***Su aplicación requiere:***

- Independencia entre las variables X
- Exclusión mutua entre las variables Y
- Tabla de dependencia condicional $P(x_i/y_k)$

$\Rightarrow$ *Redes Bayesianas*

**Otras simplificaciones:** se han propuesto diferentes modelos para tratar la incertidumbre, más simples, pero informalmente basados en Bayes:

- Modelo de Probabilidades Subjetivas: Factores de Suficiencia (LS) y Necesidad (LN),
- Teoría Evidencial; Factores de Credibilidad (MD) e Incredibilidad (MB),
- Factores de Certeza (Mycin). Simplificadamente: a (cf1), $a \rightarrow b$ (cf2): b (cf1 *cf2)

La aplicación de estos modelos simples conlleva muchos riesgos de obtener resultados no adecuados.

## En resumen,

***a) Resulta muy complejo hacer un razonamiento incierto <u>formalmente</u> basado en la Teoría de la Probabilidad***

- Formalización consistente de la *creencia* como *probabilidad*, respetando sus axiomas.
- *Inter-dependenci*a del cuerpo evidencial $E=\{e_1, e_2, \ldots e_n\}$.
- *Complejidad matemática* para la representación y aplicación de Bayes. Raramente se conocen todos los valores de las probabilidades condicionales (P(h/e)) y sus dependencias.

***b) La aplicación de modelos simples conlleva muchos riesgos de obtener resultados no adecuados.***

*<u>Argumento de Finetti (1931):</u>* Si en escenario de apuestas (o juego), un Jugador-1 basa sus decisiones en creencias que violan los axiomas de la teoría de la probabilidad, es de esperar que el Jugador-1 tienda a perder dinero… pero:

Hay una estrategia de apuestas para un Jugador-2
que garantiza que el Jugador1 perderá dinero en <u>todas las apuestas</u>.

***c) Actualmente, bajo ciertas suposiciones, las Redes Bayesianas es el modelo más aceptado para tratar la incertidumbre***

Adicionalmente, para el tratamiento del **conocimiento difuso**:

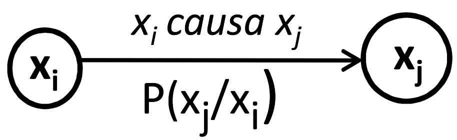
- Lógica difusa (muchas aplicaciones válidas).
- Redes Bayesianas Híbridas (contiene variables discretas y continuas).

*El debate sobre el método más adecuado permanece abierto.*

# Redes Bayesianas

- Término acuñado por Judea Pearl (1985)
- **Modelo probabilista** inspirado en la **causalidad.**
- Una Red Bayesiana proporciona una descripción completa de las dependencias (***relaciones de causalidad***) en el dominio.
- Asociado a un **modelo gráfico**, cuyos nodos representan variables y los arcos las relaciones causales
- **Simplifica** enormemente el razonamiento probabilístico (a cambio de unas guías de diseño de la red bayesiana): **Gran desarrollo y aplicabilidad**
- Permite **actualizar la información** que se concluye (nodos-objetivo) a partir de una información de entrada (nodos-evidencia), posiblemente subjetiva, y de las relaciones causales de la red
- Inferencias de tipo ***abductivo*** **(causas) y** ***predictivo (efectos).***
- Desarrollo de **algoritmos eficientes**, modelos de **diagnóstico** y entornos de aplicación

# Redes Bayesianas (modelo gráfico probabilístico)



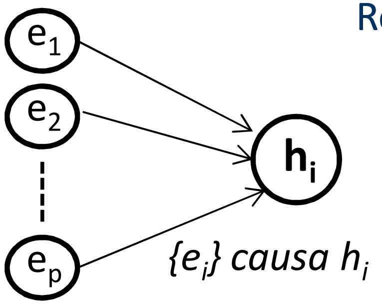

| $x_i$ | $P(x_j=T/x_i)$ | $P(x_j=F/x_i)$ |
|---|---|---|
| T | | |
| F | | |

Grafo acíclico que representa en sus arcos las dependencias condicionales (probabilísticas) entre las variables del dominio:

- Nodos: Variables aleatorias (datos o conclusiones). Asumimos {T, F}.
- Arcos: Dependencia condicional entre variables: $x_i \rightarrow x_j$ ($x_i$ padre de $x_j$)

Las variables pueden ser dependientes (conclusiones) o independientes (datos o evidencias):

- Variables independientes, $\{e_i\}$, tienen probabilidades a priori: $P(e_1)$, $P(e_2)$, …, $P(e_k)$, o bien son observadas y tienen un valor dado $P(e_i)=1$
- Variables dependientes ($h_i$) tienen una distribución de probabilidad condicionada:




Representada mediante una Tabla de Probabilidad Condicional

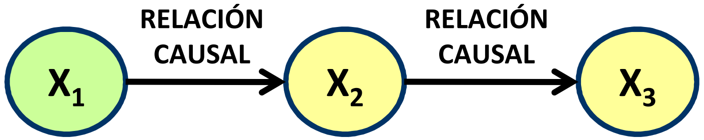
| $e_1, e_2, \ldots, e_p$ | $P(h_i=T/(e_1, e_2, \ldots, e_p))$ |
|---|---|
| Si $e_i \in \{T, F\}$, $2^p$ combinaciones | |

*$P(h_i=F / (e_1, e_2, \ldots, e_p))$ es el complementario*

La Tabla de Probabilidad Condicional representa la dependencia causal que existe entre los valores que toma la variable $h_i$ respecto a los valores que toman su variables padres ($e_1, e_2, \ldots, e_p$)

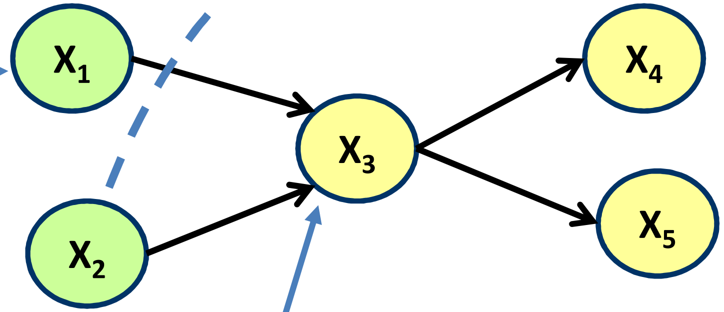
## Ejemplos de Redes Bayesianas

*Ejemplo Variable Observada*
*$P(X_2=T)=1$*




Probabilidad a priori $P(X_1)$

Tienen probabilidades Dependientes
$P(X_2/X_1)$ $P(X_3/X_2)$




Probabilidades a priori $P(X_1)$, $P(X_2)$

Tienen probabilidades Dependientes
$P(X_3/X_1,X_2)$, $P(X_4/X_3)$, $P(X_5/X_3)$

*Ejemplo de probabilidad priori*

| $P(X_1=T)$ | $P(X_1)=F$ |
|---|---|
| 0.8 | 0.2 |

*Ejemplo de probabilidad condicional*

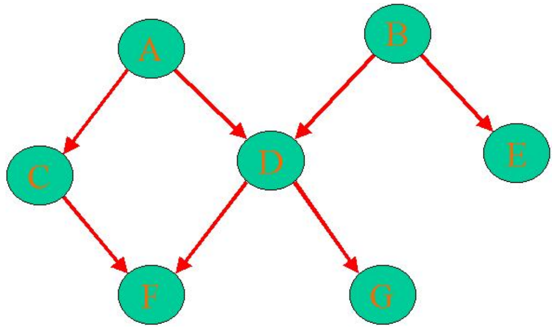
| $X_1$ | $X_2$ | $P(X_3=T)$ | $P(X_3=F)$ |
|---|---|---|---|
| X1=T | X2=T | 0.6 | 0.4 |
| X1=T | X2=F | 0.2 | 0.8 |
| X1=F | X2=T | 0.8 | 0.2 |
| X1=F | X2=F | 0.7 | 0.3 |

*La relación de dependencia causal incrementa/decrementa la probabilidad de la conclusión dependiendo del cumplimiento o no de las premisas.*

Xi $\rightarrow$ Xj $\Rightarrow$

Dependiendo de los valores de la tabla.
- La observación de $x_i$ aumenta/disminuye la probabilidad de $x_j$
- La no-observación de $x_i$ disminuye/aumenta la probabilidad de $x_j$

Una red bayesiana es una representación correcta del dominio si "cada nodo es condicionalmente independiente (de forma directa) del resto de variables (excepto de sus padres)." *¡Problema de diseño!*

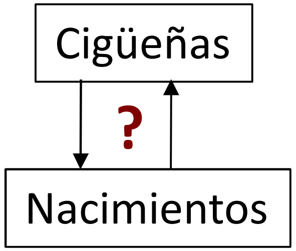



También hay que distinguir entre causalidad y mera correlación

*(¡La causalidad implica correlación, pero no a la inversa!)*

*Ejemplo (Díez, UNED):*

Un estudio llevado a cabo en Inglaterra demostró que había una fuerte correlación entre el número de cigüeñas de cada localidad y el número de nacimientos.

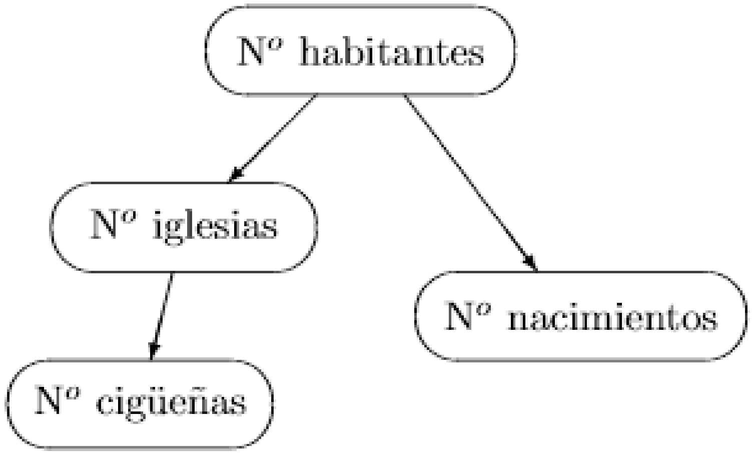



- ¿Podría utilizarse este hallazgo para afirmar que las cigüeñas traen a los niños?
- ¿O es la presencia de niños lo que causa, atrae, a las cigüeñas?

La explicación más simple es que a más habitantes, más iglesias y más campanarios donde las cigüeñas pueden poner los nidos.

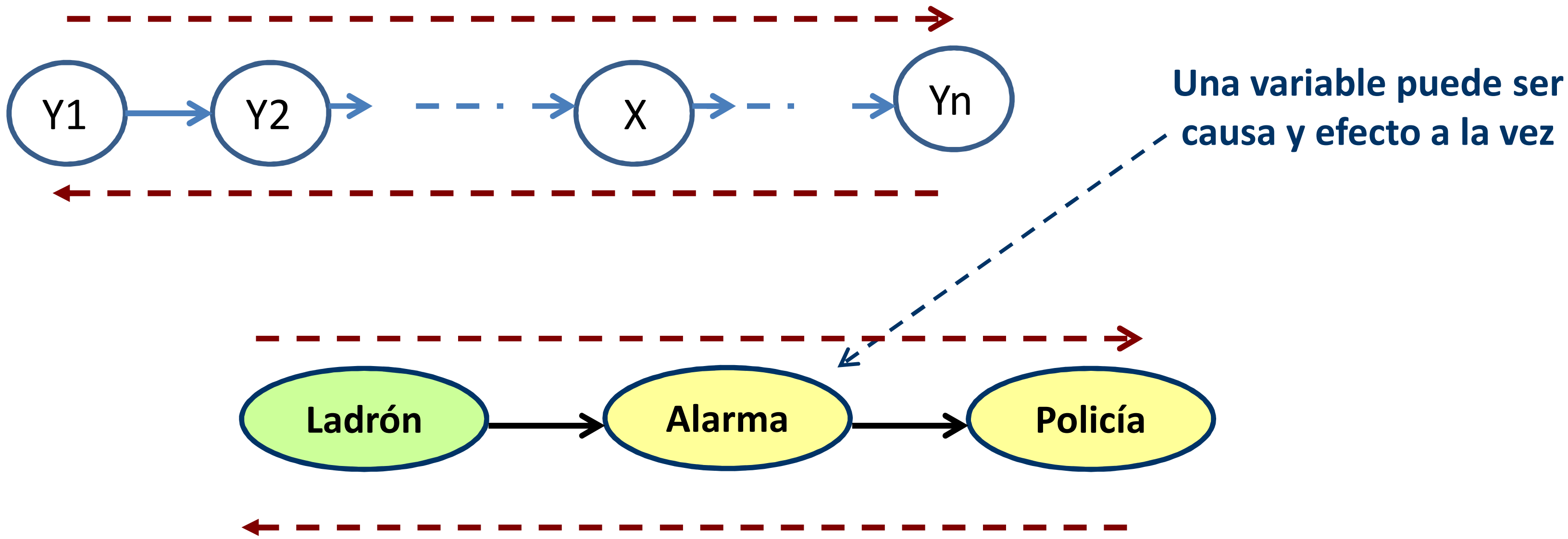
Hay una cierta correlación entre habitantes, cigüeñas y nacimientos.

*La correlación entre número de cigüeñas y nacimientos no implica causalidad.*



# Esquemas de Dependencias Causales en Redes Bayesianas *(tres patrones básicos)*

## 1) Conexión Serie: Causa $\rightarrow$ Efecto

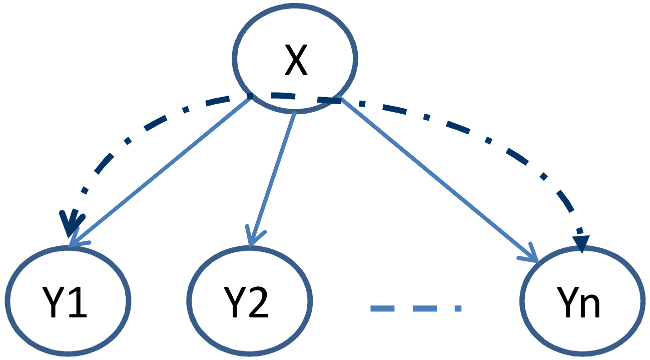


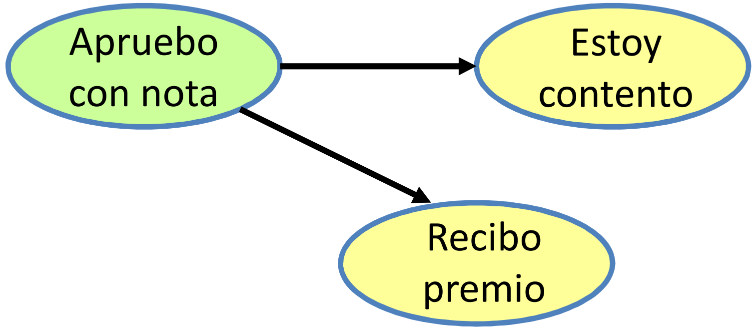

**La evidencia se transmite de un extremo a otro, salvo que una variable intermedia esté instanciada:**

- **Inducción**: $Y_1$ condiciona los resultados de $Y_2$, que es causa de $Y_3$, y así sucesivamente hasta $Y_n$.
- **Abducción:** Una evidencia sobre $Y_n$ transmite certidumbre hasta $Y_1$.

***Pero si una variable intermedia X es conocida (está instanciada), las variables $Y_1$ e $Y_n$ dejan de influirse mutuamente (pasan a ser independientes o separadas).***

## 2) Conexión Divergente: Causa $\rightarrow$ {Efectos}




**Una causa X produce diversos efectos $Y_i$**

*(una enfermedad X puede manifestarse a través de todos los síntomas $Y_i$)*

*Si estoy contento, modifico mi certidumbre (↑) sobre haber aprobado con nota y, a su vez, de recibir un premio (↑)*

**La evidencia <u>se transmite entre los hijos</u> de una conexión divergente, <u>salvo que la Variable-Padre esté instanciada</u>:**

Una información sobre una variable $Y_i$ influye en cualquier otra variable $Y_j$ a través de X.

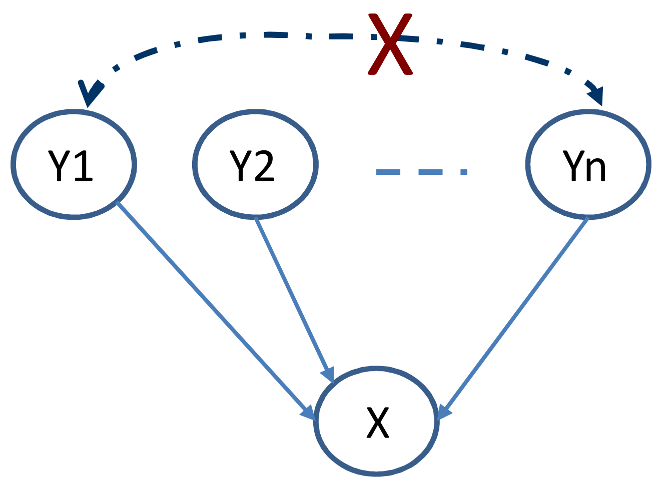
- *Ejemplo: Una evidencia sobre $Y_1$ modificará nuestra certidumbre en X, y ésta nuestra credibilidad en $Y_2$, $Y_3$, ..., $Y_n$.*

**Pero si X es conocida *(está instanciada)*, se bloquea el flujo de información entre $Y_i$ e $Y_j$, y pasan a ser independientes.**

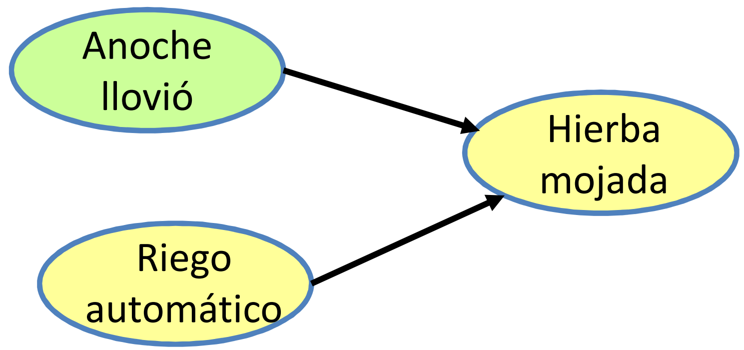
## 3) Conexión Convergente: {Causas} $\rightarrow$ Efecto

**La evidencia <u>no se transmite entre los padres</u> {$Y_2$, $Y_3$, …, $Y_n$} de una conexión convergente, <u>salvo que la variable X que las conecta esté instanciada</u> (o uno de sus descendientes sea conocido).**

- ***Si el efecto X es desconocido***, cada una de sus posibles causas $Y_i$ no aporta información sobre las otras posibles causas: las variables $Y_i$ son independientes.
- ***Si el efecto X es conocido*** (o una de sus consecuencias/descendientes), la evidencia de una causa $Y_i$ puede producir un cambio de credibilidad en el resto de las causas $Y_j$.




**Distintas causas $Y_i$ pueden producir un mismo efecto X**




*Si la hierba está mojada, conocer (o no) si anoche llovió puede afectar a saber si funcionó el riego automático.*

**Ejemplo-1** Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara. ¿Hay un ladrón?.

*conocimiento $\Rightarrow$ diseño*

## *DISEÑO RED BAYESIANA*

*Se debe determinar :*

- *Variables independientes (datos, evidencias)*
- *Variables dependientes (conclusiones)*
- *Arcos: dependencias causales entre variables (reglas)*

**ESQUEMAS:**

**Causa $\rightarrow$ Efecto ....**

**Causa $\rightarrow$ {Efectos}**

**{Causas} $\rightarrow$ Efecto**

*Y :*

- *Probabilidades iniciales de las variables independientes (datos y evidencias)*
- *Tabla probabilidades condicionales (arcos a las variables dependientes)*

**Variables** (instanciadas sobre {T, F}):

*Independientes:* Ladrón, Temblor *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

**Conocimiento Causal (Red Bayesiana):**

Un ladrón puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Eva

**Ejemplo-1** Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara.

**Variables** (instanciadas sobre {T, F})**:**

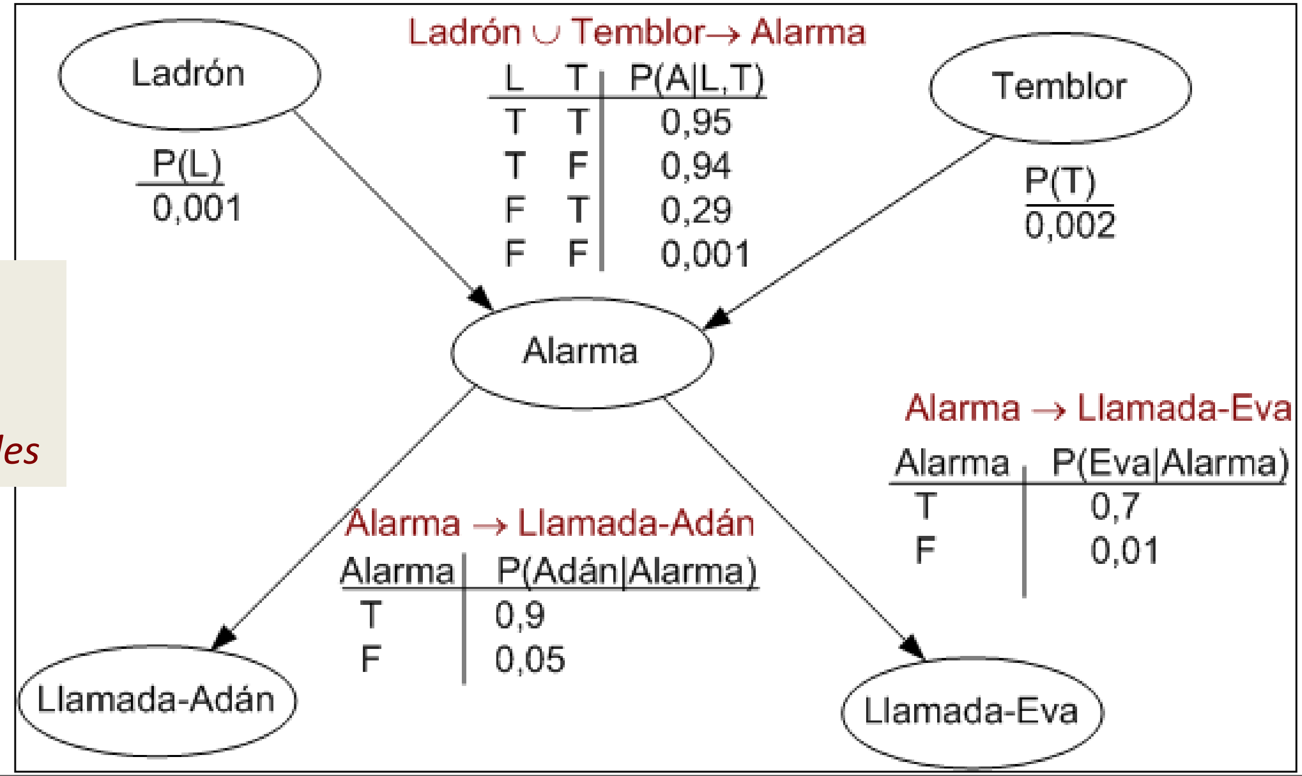
*Independientes:* Ladrón, Temblor *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

**Conocimiento Causal (Red Bayesiana):**

Un ladrón puede activar la alarma ⇒ Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma ⇒ Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame ⇒ Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame ⇒ Si alarma entonces Llamada-Eva

*Diseño de la Red Bayesiana*

1. *Variables y Arcos*
2. *Probabilidades a priori*
3. *Probabilidades condicionales*



## Ejemplo-2

Un alumno podría obtener su título de carrera (CARRERA) si aprueba una asignatura-A (APROBAR).

También tiene más posibilidades de trabajo (TRABAJO) si acredita conocimientos de la asignatura-A (APROBAR).

El alumno puede superar (APROBAR) la asignatura-A estudiando (ESTUDIA) o copiando (COPIA).

¿Variables, Relaciones Causales?

¿Red Bayesiana?

## EJEMPLO-3 (E. Millán)

Juan está estornudando. Las causas posibles son que se ha resfriado o que tiene rinitis. La rinitis puede estar causada porque sus amigos tienen un gato y que Juan sea alérgico a los gatos. Un gato hace que los muebles puedan tener arañazos.

**¿Por qué estornuda Juan?**

| Variables Observación (o Evidencia) | Variables Objetivo | Variables Factores, Auxiliares |
|---|---|---|
| ***(Observables directamente)*** | ***(No observables directamente)*** | ***(Ayudan al modelado)*** |
| Arañazos | Juan-Alergia | Rinitis |
| Estornudar | Juan-Resfriado | Gato |

***Las Variables Factores pueden ser:***

- ***Promotoras***: La variable afectada es más probable cuando están presentes.
- ***Inhibidoras***: La variable afectada es menos probable cuando están presentes.
- ***Requeridas***: Si no presentes, no ocurre la variable afectada.
- ***Preventivas***: si están presentes, no ocurre la variable afectada.

*Analizando el enunciado:*

- *La rinitis puede producir estornudos*
- *El resfriado puede producir estornudos*
- *La existencia de un gato puede producir rinitis si se es alérgico*
- *Un gato puede hacer arañazos*

**EJEMPLO-3** (E. Millán)

Juan está estornudando. Las causas posibles son que se ha resfriado o que tiene rinitis. La rinitis puede estar causada porque sus amigos tienen un gato y que Juan sea alérgico a los gatos. Un gato hace que los muebles puedan tener arañazos.

**¿Por qué estornuda Juan?**

**Variables Observación (o Evidencia)**
***(Observables directamente)***
Arañazos
Estornudar

**Variables Objetivo**
***(No observables directamente)***
Juan-Alergia
Juan-Resfriado

**Variables Factores, Auxiliares**
***(Ayudan al modelado)***
Rinitis
Gato

- *La rinitis puede producir estornudos*
- *El resfriado puede producir estornudos*
- *La existencia de un gato puede producir rinitis si se es alérgico*
- *Un gato puede hacer arañazos*

# <u>Ejemplo-4</u> (Charniak)

Supongamos que quiero saber si mi mujer está en casa, basándome en la siguiente información:

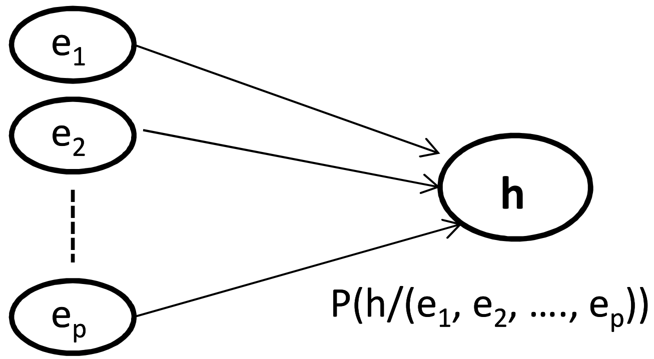
- Si mi esposa sale de casa (está *fuera*), usualmente (pero no siempre) enciende la *luz* de la entrada
- Hay otras ocasiones en las que también enciende la luz de la entrada
- Si *no hay nadie en casa*, el *perro* está fuera
- Si el perro tiene *problemas intestinales*, también se *deja fuera*
- Si el *perro* está fuera*, entonces oigo* sus ladridos
- Podría *oír* ladridos y pensar que son de mi perro aunque no fuera así

**Variables:**

- Fuera (mujer no en casa) $\rightarrow$ Perro, Luz,
- Luz (luz en la entrada),
- Perro (perro fuera) $\rightarrow$ Ladra
- Inst (problemas intestinales) $\rightarrow$ Perro
- Oigo (oigo al perro ladrar)

## En el diseño debe tener en cuenta que:

En una red bayesiana, la **Tabla de Probabilidad Condicional** representa la ***dependencia causal*** que existe entre los valores que toma la variable *h* respecto a los valores que toman su variables padres ***independientes*** ($e_1, e_2, \ldots, e_p$):




➢ Dependencia entre las variables $\{e_i\}$: ¿hay evidencias dependientes entre sí, tal que no deben acumular probabilidad sobre h?

**Ejemplo:** Si alguien ve todas las finales de fútbol, entonces el fútbol es su afición favorita
~~Si alguien ve la final de la Copa del Rey, entonces el fútbol es su afición favorita~~
Si alguien es de un equipo de fútbol, entonces el fútbol es su afición favorita

1. Si conocemos que *'Pedro vio todas las finales de fútbol'*, podemos deducir que es aficionado al fútbol.
2. Pero la evidencia de que *'Pedro vio la final de la Copa del Rey'* es totalmente dependiente y no debe incrementar la probabilidad de la hipótesis, ya que no añade nueva información *(¡evidencia dependiente!)*.
3. En cambio, si conocemos que *'Pedro es de un equipo de fútbol'*, entonces sí incrementa su probabilidad.

➢ Distinguir entre evidencias independientes, pero mutuamente excluyentes sobre h *(la creencia de h será debida solo a una de ellas: o toma veneno OREX se dispara):*

$$\textit{Toma-veneno} \vee \textit{Se-Dispara} \rightarrow \textit{Muere}$$

Y evidencias independientes pero no excluyentes sobre h, tal que su existencia acumula creencia sobre h. (*La creencia de h será debida a la acumulación de todas sus evidencias):*

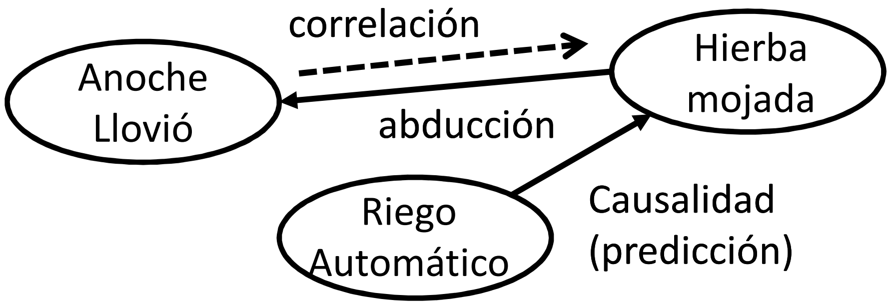
$$\textit{Mamífero} \rightarrow \textit{Humano} \qquad\qquad \textit{Omnívoro} \rightarrow \textit{Humano}$$

*Esto se debe tener en cuenta en la tabla de probabilidades condicionales.*

- Si una red bayesiana *(grafo dirigido acíclico)* representa relaciones causales, no debe mezclarse con relaciones abductivas *(ciclos implícitos)*.

**R1:** Anoche funcionó el riego automático $\rightarrow$ Hierba mojada por la mañana
**R2:** Hierba mojada por la mañana $\rightarrow$ Anoche llovió

Si constatamos que anoche funcionó el riego, podemos llegar a deducir que anoche llovió.




*Causalidad implica correlación, pero no a la inversa.*

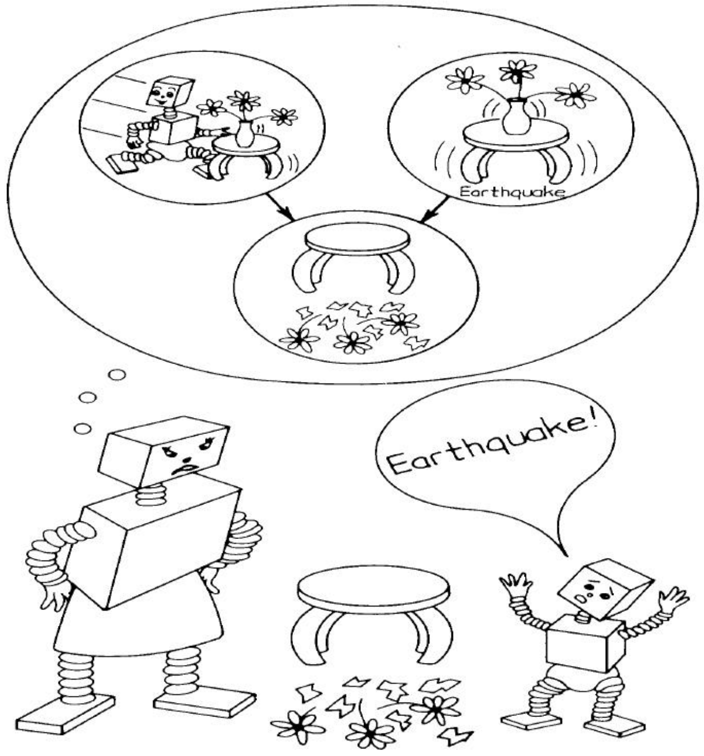
$$\frac{\text{Causa, Causa}\rightarrow\text{Efecto}}{\text{Efecto}}$$

**Deducción**

$$\frac{\text{Efecto, Causa}\rightarrow\text{Efecto}}{\text{Causa}}$$

**Abducción**

*La mezcla de causales 'causales (deductivas)' (R1) con relaciones de 'diagnóstico (abductivas)' (R2) suele dar resultados catastróficos:*




Probabilistic Reasoning in a Causal Network

## Operativa en una Red Bayesiana

**ESTADO** en una Red Bayesiana: Distribución de Probabilidad Conjunta

**Distribución de Probabilidad Conjunta de una Red Bayesiana:**

Distribución de probabilidad para todas las variables $\{X_i\}$:

$$P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \Pi_{i=1,n} P(x_i / padres(x_i))$$

donde, si $x_i$ es una variable independiente $P(x_i / padres(x_i)) = P(x_i)$.

La distribución de probabilidad conjunta tiene una entrada para cada asignación posible a las variables.

Si $x_i \in \{T, F\}$, $2^n$ entradas.

La Distribución de Probabilidad Conjunta puede usarse para responder a cualquier pregunta en el dominio. Por ejemplo:

- Probabilidad de un *estado conjunto de toda la red* (todas las variables): una entrada de $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
- Probabilidad de un estado parcial de la red (probabilidad de que algunas variables tomen un valor). Por ejemplo, la variable $x_k$ no se considera: $P(x_1, x_2, \ldots, x_k{=}T, \ldots\ldots, x_n) + P(x_1, x_2, \ldots, x_k{=}F, \ldots\ldots, x_n)$
- Probabilidad de que alguna variable tome un valor: $P(x_k{=}T) / (P(x_k{=}T) + P(x_k{=}F))$

En la aplicación de una red bayesiana:

- Las variables independientes pueden tener una valor observado, P(Xi=xi)=1, o probabilidades a priori.
- Existen algoritmos típicos para la propagación de probabilidades en redes bayesianas.

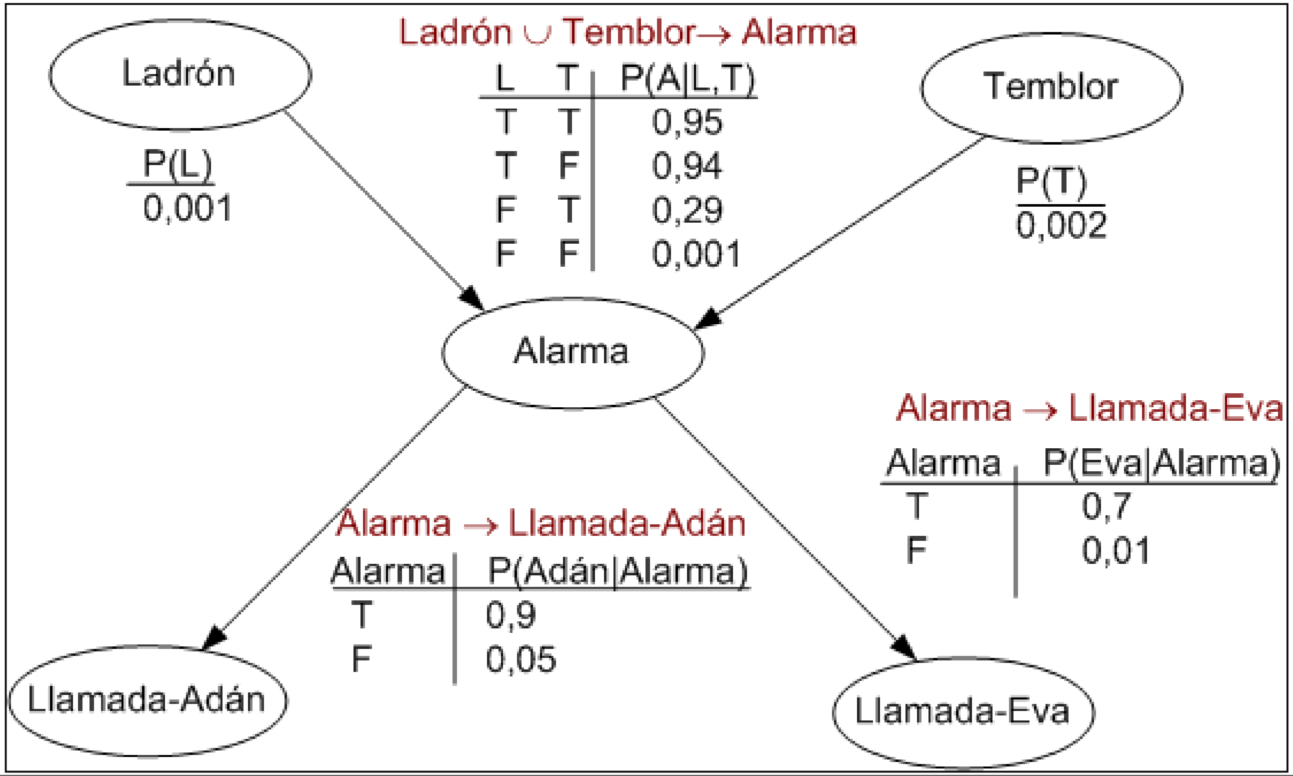
**Ejemplo** Estando trabajando, mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. Sé que algunas veces, a causa de pequeños temblores, la alarma se dispara.

**Variables** (instanciadas sobre {T, F})**:**

*Independientes:* Ladrón, Temblor *Dependientes:* Alarma, Llamada-Adán, Llamada-Eva

**Conocimiento Causal (Red Bayesiana):**

Un ladrón puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si ladrón entonces alarma
Un temblor puede activar la alarma $\Rightarrow$ Si temblor entonces alarma
La alarma puede causar que Adán llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Adán
La alarma puede causar que Eva llame $\Rightarrow$ Si alarma entonces Llamada-Eva



## **Aplicación:** Probabilidad Conjunta de todas las variables

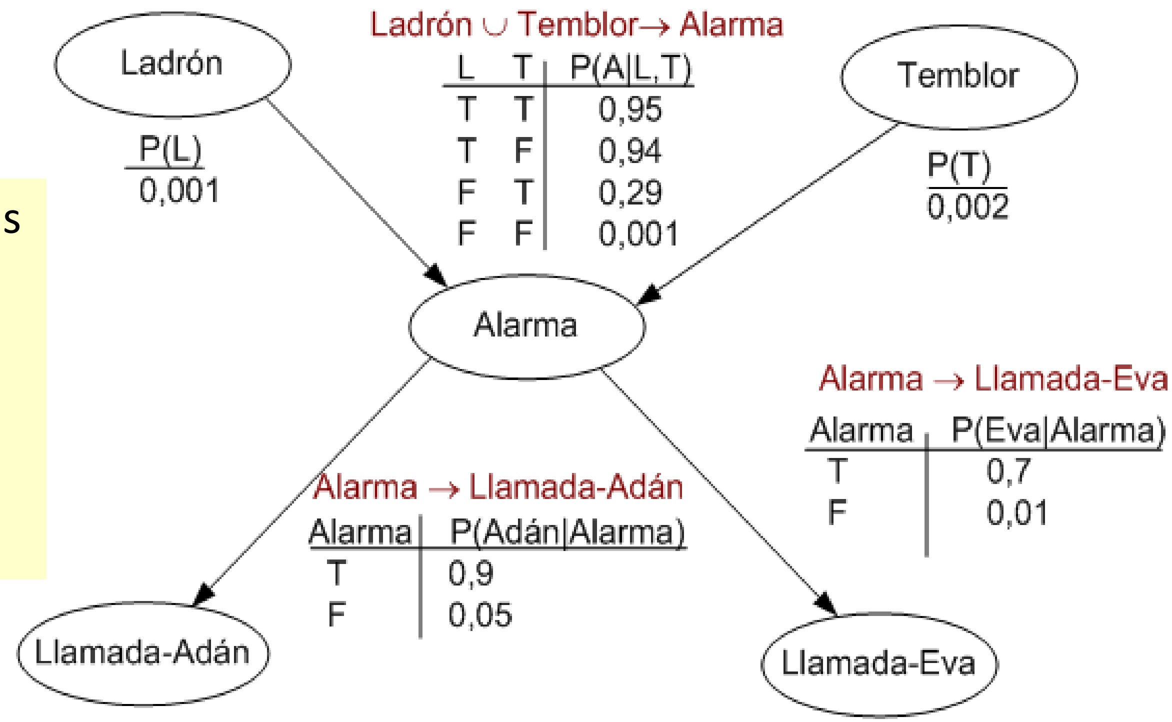
Probabilidad Conjunta de todas las variables $\{x_i\}$:

$$\prod_{i=1,n} P(x_i \,/\, padres(x_i))$$

donde,

*si $x_i$ es independiente*:

$$P(x_i \,/\, padres(x_i)) = P(x_i)$$




Mi vecino Adán me llama diciendo que la alarma de mi casa está sonando. Pero mi vecina Eva no me llama. ¿Cuál es la <u>Probabilidad Conjunta</u> de que no sea un temblor y sea un ladrón?

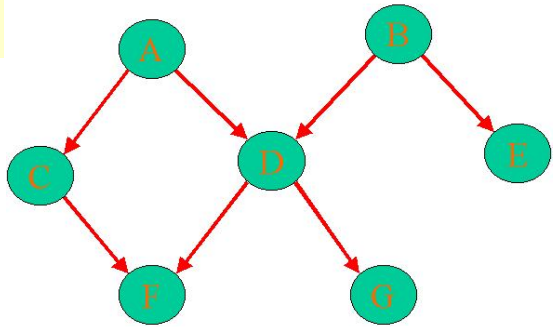
**P** (Ladrón, ¬Temblor, Alarma, Adán, ¬Eva) =

**P**(Ladrón) * **P**(¬Temblor) * **P**(Alarma/(Ladrón,¬Temblor)) * **P**(Adán/Alarma) * **P**(¬Eva/Alarma) =

0.001 * (1 – 0.002) * 0.94 * 0.9 * (1 – 0.7) = **<u>0.000253</u>**

¿Y la probabilidad de que la alarma suene, Adán y Eva me llamen, pero no sea un temblor ni un ladrón?

# Respuesta a preguntas (tras la observación de eventos)




**Dada una Red Bayesiana, donde se tienen:**

**E**: Conjunto de variables evidencias ***(posiblemente observables)***

**Y**: Conjunto de variables no-evidencia ***(no observables)***

**Problema:** Se realiza la observación de algunas variables-evidencia: $e \subset E$, $P(e) = 1$

Y se requiere una información sobre una variable x: ¿P(x=v)?

El objetivo es obtener P(x=v/e):

$$P(x=v/e) = \alpha \Sigma_Y P(x=v, e, y).$$

Sumatorio sobre <u>todas las combinaciones</u> de valores posibles de las variables *Y* (no observables), dada la observancia de las variables e

*Un factor de normalización $\alpha$ debe asegurar que $P(x=v/e) + P(\neg(x=v)/e)=1$*

- La inferencia probabilística es computacionalmente intratable en el peor de los casos.

  La complejidad depende de si los eventos observados son variables dependientes o independientes.

- Existen algoritmos para realizar inferencias aproximadas, aplicables en casos reales cuando las inferencias exactas son imposibles.

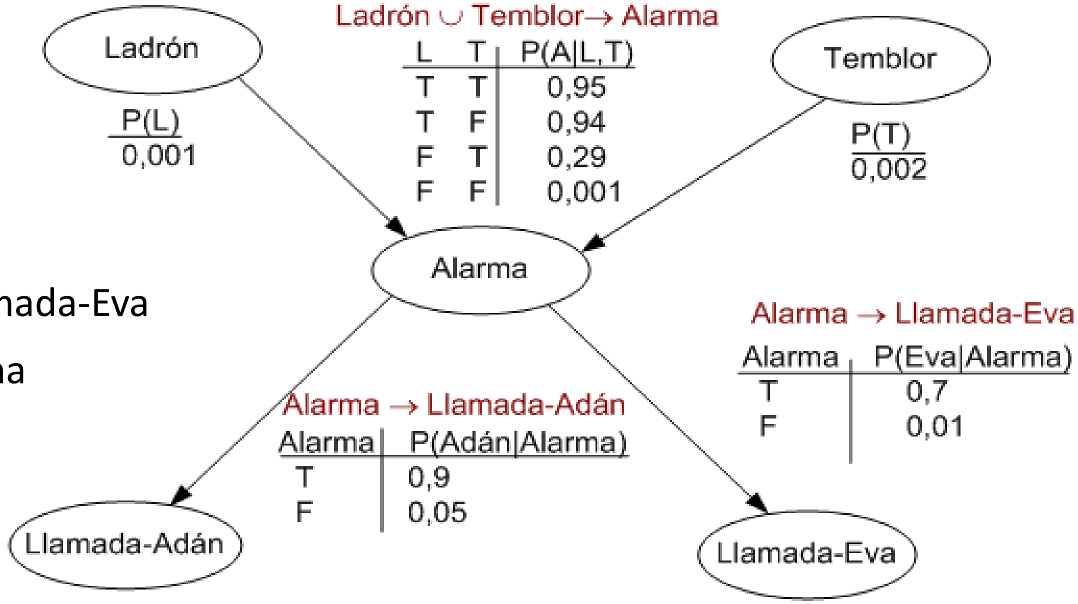
Adán y Eva me llaman,

Pregunta: ¿Hay un ladrón?

$$P(x=v/e) = \alpha \, \Sigma_Y \, P(x=v, e, y)$$

Evidencias: Llamada-Adan, Llamada-Eva

Variables no observadas: Alarma




P(Llamada-Adán)=1

P(Llamada-Eva)=1

P (Ladrón=T / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) =

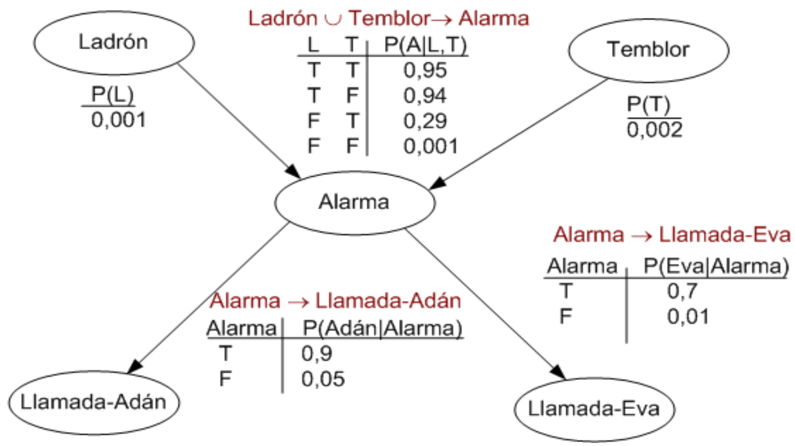
*P (Ladrón=T / (Alarma=T, Llamada-Adán=T)) +*
*P (Ladrón=T / (Alarma=F, Llamada-Adán=T)) +*

*P (Ladrón=T / (Alarma=T, Llamada-Eva=T)) +*
*P (Ladrón=T / (Alarma=F, Llamada-Eva=T))*

Y posterior normalización:

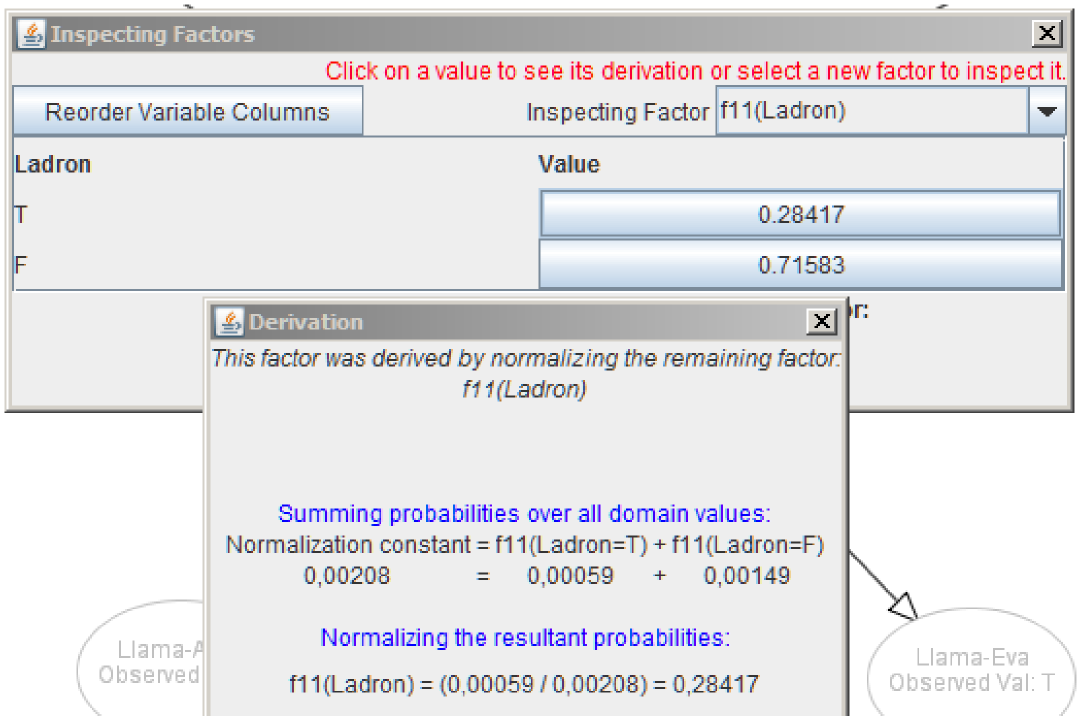
P (Ladrón=T) / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) +
P (Ladrón=F) / (Llamada-Adán=T, Llamada-Eva=T)) = 1

## Adán y Eva me llaman, ¿Hay un ladrón?




P(Llamada-Adán)=1

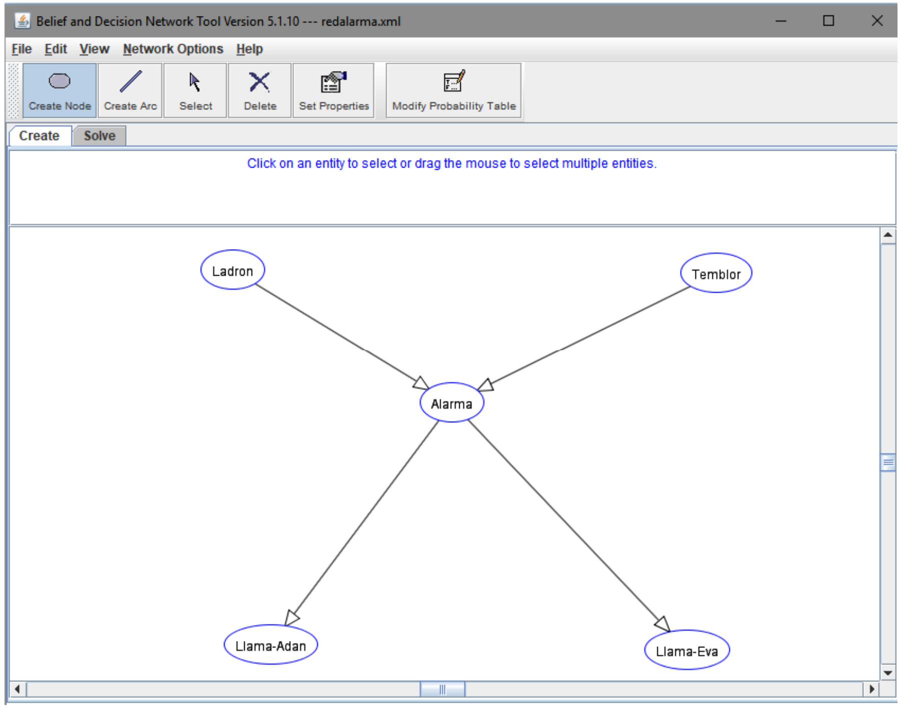
P(Llamada-Eva)=1




*También podría obtenerse la probabilidad del Ladrón, dadas unas probabilidades en las evidencias (Llamada-Adán, Llamada-Eva*

## Herramienta de Aplicación:

- **Aplicación JavaWeb (y ayuda): http://www.aispace.org/bayes/index.shtml**
  **http://www.aispace.org/bayes/bayes.jnlp**
- **Executable Jar File en Poliformat**

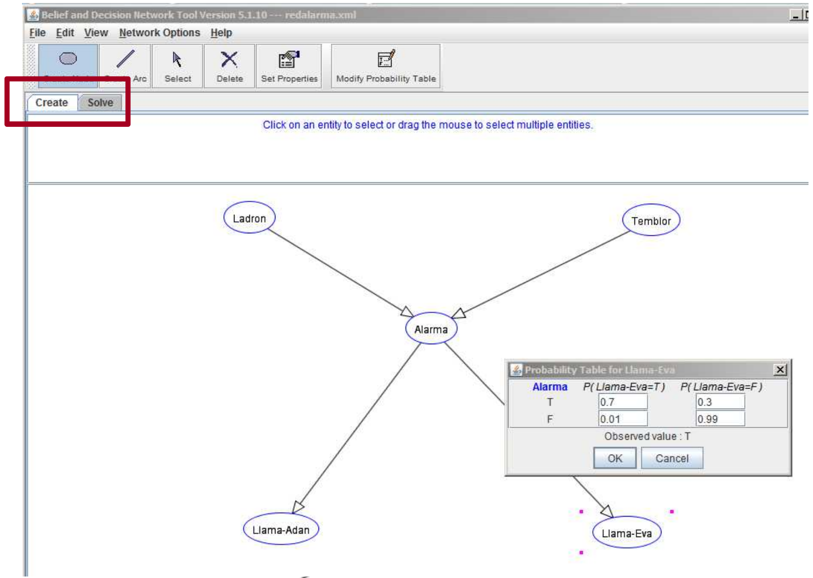



Permite definir una red Bayesiana y realizar inferencias probabilísticas en base al conocimiento causal

**Otros:** MSBNx (http://research.microsoft.com/adapt/MSBNx)
Norsys (http://www.norsys.com/netica.html), etc.

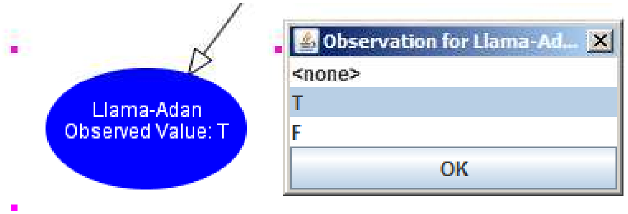
## ETAPAS

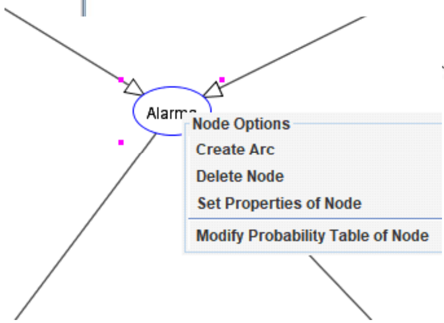
**1)** Crear la red (Create): <u>nodos</u> (variables), <u>arcos (relaciones causales)</u>, <u>probabilidades a priori</u>, y <u>probabilidades dependientes/condicionales</u>

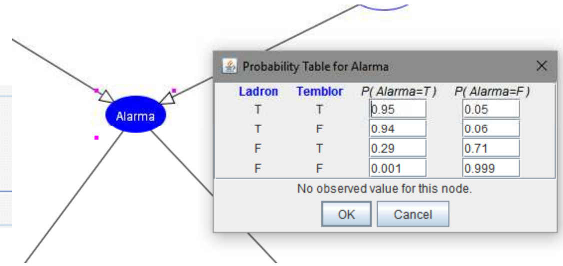



### 2) Resolver la red (Solve)

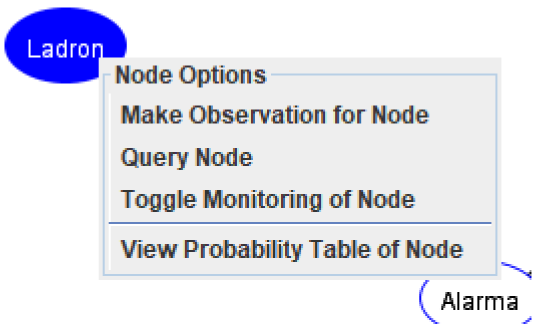
Dar valor a las variables observadas

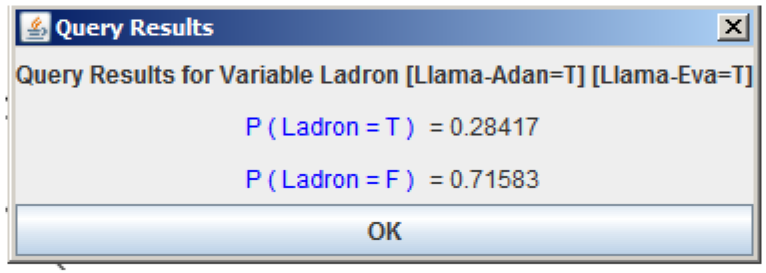



### 3) Interrogar variable pregunta (**Query**)



## Ejemplo


Prob. a priori:

$P(Ladrón=T) = 0.1$

$P(Ladrón=F) = 0.9$

Prob. Dependiente (Alarma/Ladrón):

| Ladrón | P(Alarma=T) | P(Alarma=F) |
|---|---|---|
| T | 0.8 | 0.2 |
| F | 0.1 | 0.9 |

Prob. Dependiente (Policía/Alarma):

| Alarma | P(Policía=T) | P(Policía=F) |
|---|---|---|
| T | 0.7 | 0.3 |
| F | 0.01 | 0.99 |

**Caso-1:** ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón, suene la alarma y acuda la policía?

P(Ladrón) * P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=T) = 0.1 * 0.8 * 0.7 = 0.056 *(Estado de la Red: Prob. Conjunta)*

**Caso-2:** ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón? P(Ladrón=T) = 0.1 (*Probabilidad a priori*)

**Caso-3:** ¿Qué probabilidad hay de que suene la alarma? ( *¿P(Alarma=T)?, sin observaciones*)

P(Alarma=T) = P(Ladrón=T) * P(Alarma=T/Ladrón=T) + P(Ladrón=F) * P(Alarma=T/Ladrón=F) =

= (0.1 * 0.8) + (0.9 * 0.1) = 0.17 *Nota: de aquí sale que P(Alarma=F) = 1 - 0.17 = 0.83*

**Caso-4:** ¿Qué probabilidad hay de que acuda la policía? (*¿P(Alarma=T)?, sin observaciones*)

P(Policía=T) = P(Alarma=T) * P(Policía=T/Alarma=T) + P(Alarma=F) * P(Policía=T/Alarma=F) =

= (0.17*0.7) + (0.83*0.01) = 0.1273


Prob. a priori:
P(Ladrón=T) = 0.1
P(Ladrón=F) = 0.9

Prob. Dependiente:

| Ladrón | P(Alarma=T) | P(Alarma=F) |
| --- | --- | --- |
| T | 0.8 | 0.2 |
| F | 0.1 | 0.9 |

Prob. Dependiente:

| Alarma | P(Policía=T) | P(Policía=F) |
| --- | --- | --- |
| T | 0.7 | 0.3 |
| F | 0.01 | 0.99 |

**Caso-5:** Hay un ladrón (observado, lo que quiere decir que P(Ladrón=T)=1). ¿Qué probabilidad hay de que acuda la policía: P(Policía=T) ?

P(Policía=T) = P(Policía=T/Alarma=T) * P(Alarma=T/Ladrón=T) **+**
P(Policía=T/Alarma=F) * P(Alarma=F/Ladrón=T) =
= 0.7 * 0.8 + 0.01 * 0.2 = 0.562

**Caso-6:** ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón y acuda la policía?

P(Ladrón) * P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=T) +
+ P(Ladrón) * P(Alarma=F/Ladrón=T) * P(Policía=T/Alarma=F) =
= (0.1 * 0.8 * 0.7) + (0.1 * 0.2 * 0.01) = 0.056 + 0.0002 = 0.0562


Prob. a priori:
P(Ladrón=T) = 0.1
P(Ladrón=F) = 0.9

Prob. Dependiente:

| Ladrón | P(Alarma=T) | P(Alarma=F) |
|---|---|---|
| T | 0.8 | 0.2 |
| F | 0.1 | 0.9 |

Prob. Dependiente:

| Alarma | P(Policía=T) | P(Policía=F) |
|---|---|---|
| T | 0.7 | 0.3 |
| F | 0.01 | 0.99 |

**Caso-7:** La policía ha acudido: observado P(Policía=T)=1. ¿Qué probabilidad hay de que haya sonado la alarma?

P(Alarma=T) / [(P(Alarma=T) + P(Alarma=F)] = 0.119 / [0.119 + 0.0083] = 0.9348 *(*normalización*)*

Dado que:

P(Alarma=T) = P(Policía=T/Alarma=T) * [P(Alarma=T/Ladrón=T) * P(Ladrón=T) **+**
P(Alarma=T/Ladrón=F) * P(Ladrón=F)] = 0.7 * [0.8 * 0.1 + 0.1 * 0.9] =0.119

P(Alarma=F) = P(Policía=T/Alarma=F) * [P(Alarma=F/Ladrón=T) * P(Ladrón=T) **+**
P(Alarma=F/Ladrón=F) * P(Ladrón=F)] = 0.01 * [0.2 * 0.1 + 0.9 * 0.9] =0.0083

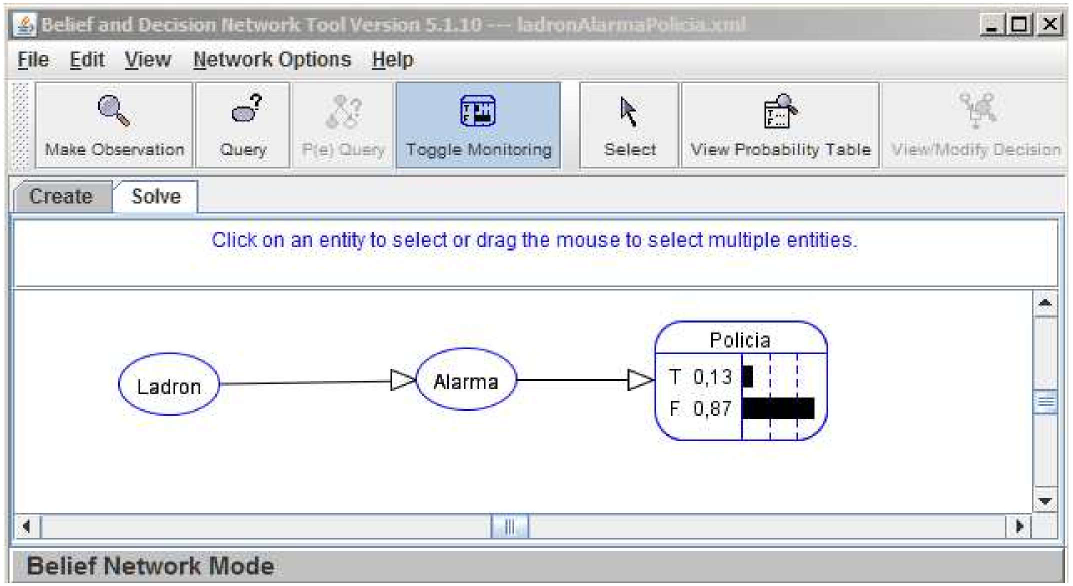
**Caso-8:** La policía ha acudido: P(Policía=T)=1. ¿Qué probabilidad hay de que haya un ladrón?

P(Ladrón=T) / [(P(Ladrón=T) + P(Ladrón=F)] = 0.0562 / [0.0562 + 0.0711] = 0.44148 *(*normalización*)*

Dado que:

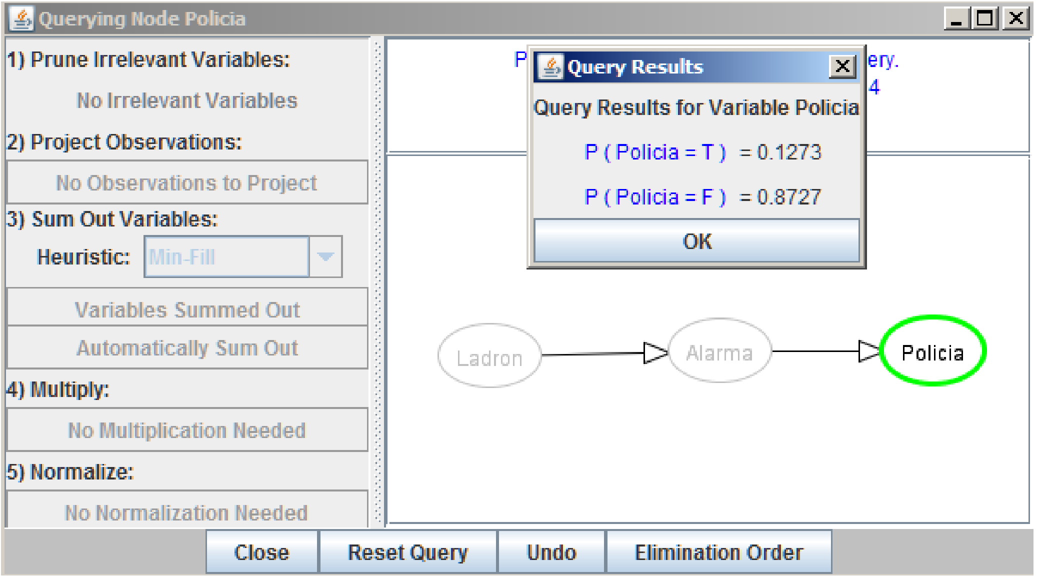
P(Ladrón=T) = P(Ladrón=T) * [P(Ladrón=T/Alarma=T) * P(Alarma=T/Policía=T) +
P(Ladrón =T/Alarma=F) * P(Alarma=F/Policía=T) =
0.1 * [0.8 * 0.7 + 0.2 * 0.01] = 0.1 * 0.562 = 0.0562

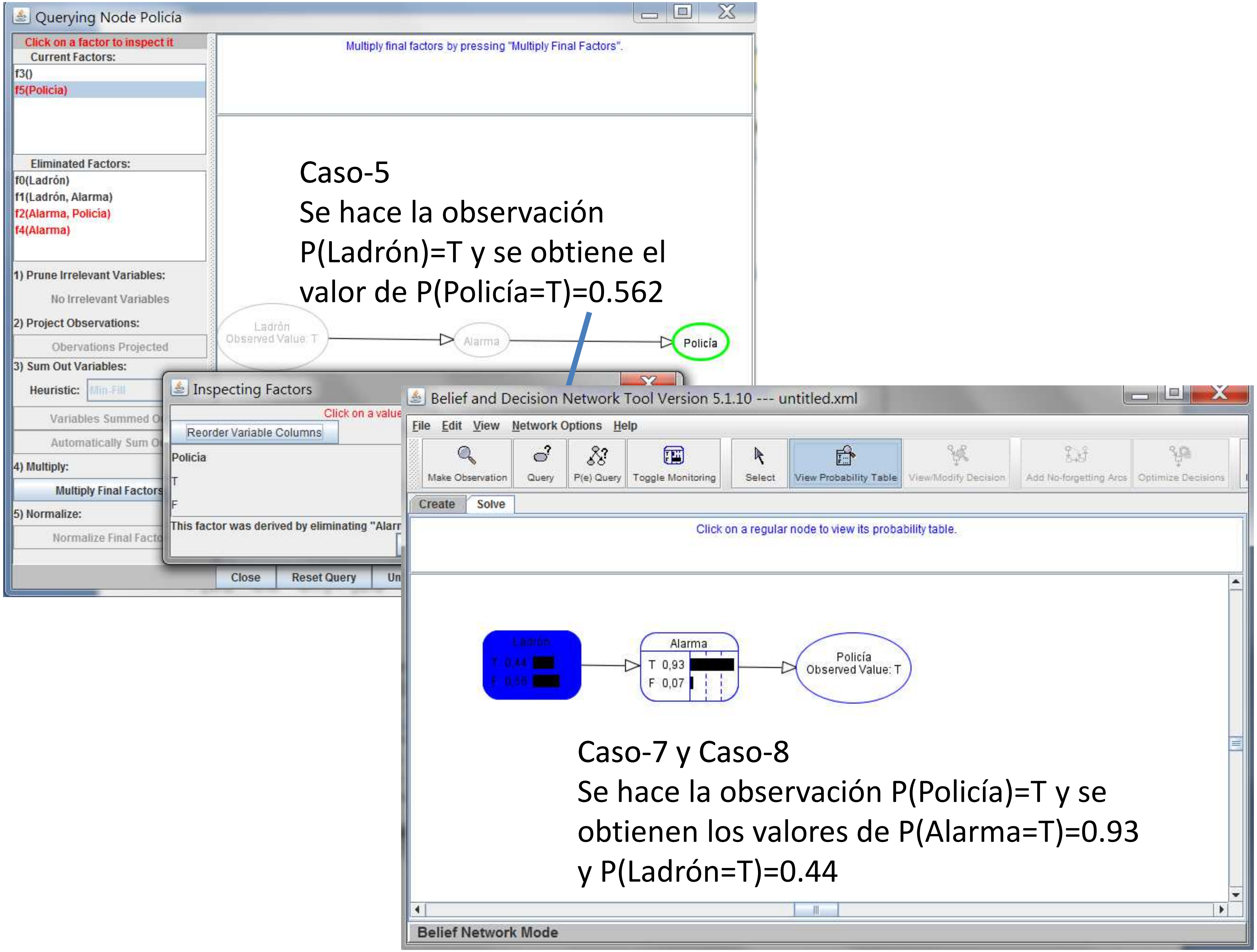
P(Ladrón=F) = ….= 0.0711




# *Caso-4*

## ¿Qué probabilidad hay de que acuda la policía?






Caso-5

Se hace la observación P(Ladrón)=T y se obtiene el valor de P(Policía=T)=0.562

Caso-7 y Caso-8

Se hace la observación P(Policía)=T y se obtienen los valores de P(Alarma=T)=0.93 y P(Ladrón=T)=0.44

## EJEMPLO *(Russell, Norvig):*

El testigo de un accidente nocturno, en el que un taxi implicado se da a la fuga, asegura que el taxi era azul. Todos los taxis de la ciudad son verdes o azules.

Sin embargo, exhaustivas experimentaciones posteriores demuestran que, bajo condiciones de poca iluminación, la distinción entre azul y verde es fiable un 75%. ¿Es posible calcular la credibilidad del color azul del taxi?

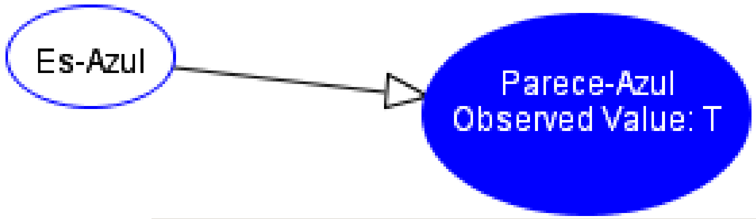
Principio de Indiferencia de Laplace ⟹ P(A)=0,5

**Probability Table for Es-Azul**

| | P( Es-Azul=T ) | P( Es-Azul=F ) |
|---|---|---|
| Prior Probability | 0.5 | 0.5 |

No observed value for this node.

OK Cancel




*P(PA/A)=0,75*

**Probability Table for Parece-Azul**

| Es-Azul | P( Parece-Azul=T ) | P( Parece-Azul=F ) |
|---|---|---|
| T | 0.75 | 0.25 |
| F | 0.25 | 0.75 |

Observed value : T

OK

*Similar a casos 7-8 anteriores*

**Query Results**

Query Results for Variable Es-Azul [Parece-Azul=T]

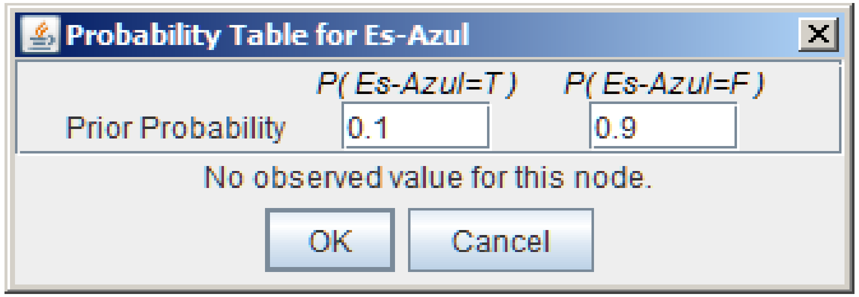
P ( Es-Azul = T ) = 0.75

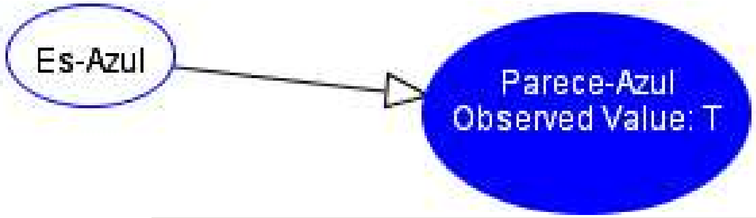
P ( Es-Azul = F ) = 0.25

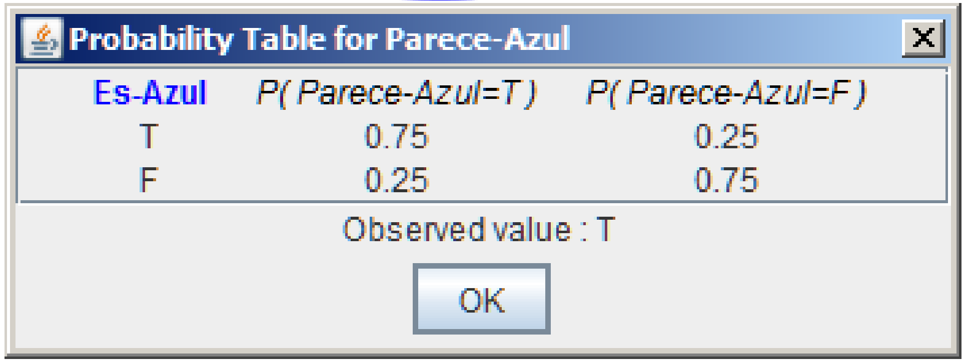
OK

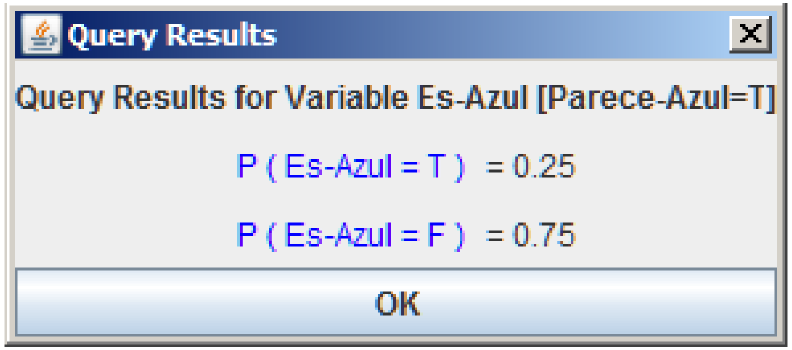
*¿Y si solo 1 de cada 10 taxis son azules?*

*¿Y si solo 1 de cada 10 taxis son azules?*



## Ejercicio propuesto (Trabajo Académico)

Entrega en Tarea Poliformat (antes inicio Pract-2)

Un juez tiene el criterio de juzgar la culpabilidad de un acusado en base a si se prueba que tiene sus huellas en el arma, tiene un motivo, y no tiene una coartada.

| Huellas | Motivo | No-Coartada | Culpable |
|---|---|---|---|
| T | T | T | 0.9 |
| T | T | F | 0.7 |
| T | F | T | 0.5 |
| T | F | F | 0.3 |
| F | T | T | 0.8 |
| F | T | F | 0.8 |
| F | F | T | 0.5 |
| F | F | F | 0.001 |

La policía detiene al sospechoso con estas pruebas:

Se encuentran huellas en el arma (Creencia: 0.9), posiblemente debido a otros factores.
El acusado tiene un motivo (Creencia: 0.5), posiblemente debido a otros factores.
El acusado tiene una coartada (Creencia: 0.7), posiblemente debido a otros factores.

**¿Es culpable?**

- Utilizando en el entorno anterior, diseñad la red bayesiana y responded: ¿Es culpable?
- Incluid variaciones en las creencias de las pruebas que aporta la policía. Obtened la respuesta con eventos observados P(e)=1.
- Introducid nueva información (datos) que permitan deducir las probabilidades sobre huellas, motivos o coartadas del acusado (a través de la probabilidad de esos datos y de la probabilidad condicional de 'huellas', 'motivos' o 'coartadas ' respecto a dichos nuevos datos) .

## Ejercicio propuesto (Trabajo Académico)

| Huellas | Motivo | No-Coartada | Culpable |
|---|---|---|---|

Entrega en Tarea Poliformat (ant

Un juez tiene el criterio de juzga
un acusado en base a si se prueb
huellas en el arma, tiene un mot
una coartada.

La policía detiene al sospechoso
Se encuentran huellas en
El acusado tiene un motiv
El acusado tiene una coart

- Utilizando en el entorno an
- Incluid variaciones en las cr
con eventos observados P(e
- Introducid nueva informaci
motivos o coartadas del acu
condicional de 'huellas', 'mo

**Posibles Extensiones:**

- **Se encuentran confirmaciones de la propiedad del arma utilizada, aunque con una fiabilidad del 80%. Ello también incrementa la confianza en que sea culpable.**
- **Un amigo del acusado confirma su coartada exculpatoria, aunque su credibilidad es solo del 70%.**
- **Diversas evidencias sitúan al acusado en la escena del crimen, lo que hace también modificar la creencia de su coartada:**
  - **a) Un testigo afirma ver a alguien parecido al acusado en la escena del crimen, aunque debido a la poca luz su confianza es del 60%**
  - **b) Una cámara cercana también permite distinguir a una persona similar en la escena del crimen, pudiendo asumir una confianza en el reconocimiento del 80%**

- Las Redes Bayesianas son una forma natural (y gráfica) de representar las relaciones causales condicionales.

  Es el método actualmente más aceptado para tratar la incertidumbre en sistemas de IA y hacer inferencias probabilísticas.

  Etapas: (i) Diseño de la Red Bayesiana (conocimiento causal dominio),
  (ii) Observación de Evidencias (problema),
  (iii) Respuesta a preguntas (Inferencia Bayesiana)

- Los algoritmos de propagación de las probabilidades dependen de la topología de la red bayesiana (árbol, poliárboles, redes multiconectadas, etc.)

  Existen diversos tipos y modelos de redes bayesianas, adaptados a cada problemática:
  - Redes Bayesianas Dinámicas: cambian con el tiempo, y lo ocurrido en (t) tiene relación con lo que suceda en (t+1).
  - Redes de Markov: subconjunto de las Redes Bayesianas.
  - Redes Gaussianas (variables continuas, distribución Gaussiana).
  - Redes Bayesianas Híbridas (contiene variables discretas y continuas), etc.