[10] Una caja contiene bolas de color rojo y blanco en proporciones desconocidas. Se obtuvo una muestra aleatoria con reemplazo de 60 bolas desde la caja, en la cual el $70\,\%$ fueron de color rojo. Construya un intervalo de confianza del $95\,\%$ y $99\,\%$ para la proporción real de bolas de color rojo.

Solución: Los intervalos pedidos tienen la forma:

$$IC(p)_{(1-\alpha)100\%} = \left[\hat{p} \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

Luego, reemplazando con los datos entregados, se tiene que:

$$IC(p)_{(1-\alpha)100\%} = \left[0.7 \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{60}}\right]$$

en donde $\alpha=0.05$ y $\alpha=0.01$, respectivamente. Así, los cuantiles a utilizar serán 1.96 y 2.575. Finalmente, reemplazando en la expresión anterior, los intervalos pedidos están dados por:

$$IC(p)_{95\%} = [0.5840448; 0.8159552]$$

y,

$$IC(p)_{99\%} = [0.5476609; 0.8523391]$$