[15] El diámetro de los agujeros para una montura de cable sigue una distribución normal con desviación estándar de 0,01 [pulgadas]. Para analizar el nivel de precisión de dichos agujeros, se obtiene una muestra aleatoria de 10 monturas, obteniendo un diámetro promedio de 1,5045 [pulgadas].

(a) (7 puntos) Construya un intervalo de confianza para el diámetro promedio verdadero de los agujeros. Considere un nivel de confianza del 95 %.

(b) (8 puntos) El fabricante afirma que el diámetro promedio verdadero de los agujeros es de 1,5 [pulgadas]. ¿La evidencia muestral permite refutar lo dicho por el fabricante? Considere un nivel de significancia de 0,01.

Solución: Sea X : { diámetro de los agujeros para una montura de cable}

$$X \sim N(\mu, 0{,}01^2)$$

El intervalo de confianza pedido está dado por:

$$IC_{95\,\%}(\mu) = \left[\overline{x} \mp \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\alpha/2}\right]$$

Reemplazando con los datos del enunciado, se tiene:

$$\left[1{,}5045 \mp \frac{0{,}01}{\sqrt{10}} Z_{0{,}975}\right] = [1{,}498306; 1{,}510694]$$

La prueba de hipótesis a realizar es: ($\alpha = 0{,}01$)

$$H_0 : \mu = 1{,}5$$
$$H_1 : \mu \neq 1{,}5$$

Nuestro estadístico de prueba es $Z = \dfrac{1{,}5045 - 1{,}5}{0{,}01/\sqrt{10}} = 1{,}42305$.Rechazamos H_0 si:

$$Z \leq Z_{\alpha/2} = -2{,}575 \text{ ó } Z \geq Z_{1-\alpha/2} = 2{,}575$$

Luego, como $Z \in [-2{,}575, 2{,}575]$, no rechazamos H_0.