

Ecuaciones para la vida
Valencia Sánchez Francisco David
27 Octubre 2022

1 Problemas

1. Considerando un sistema en una dimensión y sabiendo que $a = \frac{dv}{dt}$ y $v = \frac{dx}{dt}$ Demuestre que la posición se puede ver como:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

Para un tiempo inicial $t = 0$ y con; x_0 y v_0 la posición y la velocidad inicial en el sistema. Sabemos que

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

Sacamos la integral

$$\int_0^t a = dt = \int_{v_0}^v dv \quad (3)$$

Definimos la integral

$$at|_0^t = v|_{v_0}^v \quad (4)$$

$$at - a(0) = v - v_0 \quad (5)$$

Nos queda:

$$at = v - v_0 \quad (6)$$

Por lo que tenemos:

$$v = v_0 + at \quad (7)$$

Una vez demostrado esta primera parte, lo que es la velocidad, podemos empezar a definir la siguiente afirmación:

$$v dt = dx \quad (8)$$

Sabemos que en la ecuación 7 nos da la velocidad por lo que sustituimos

$$(v_0 + at) dt = dx \quad (9)$$

Integramos

$$\int_0^t (v_0 + at) dt = \int_{x_0}^x dx \quad (10)$$

Definimos la integral

$$v_0 t + \frac{at^2}{2} \Big|_0^t = x \Big|_{x_0}^x \quad (11)$$

Nos queda

$$v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = x - x_0 \quad (12)$$

Por lo que tenemos la fórmula de movimiento en el eje x

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (13)$$

Quedo Demostrado

2. Considere una carrera entre dos coches estos arrancan del reposo pero el coche uno hace trampa (cosa que nunca pasa), saliendo un segundo antes que el segundo, si los autos tienen una aceleración de $3.5m/s^2$ y $4.9m/s^2$ respectivamente.

- (a) En que momento el auto dos alcanza al auto uno i.e $t = ?$

Tenemos la formula que acabamos de demostrar 1 podemos empezar a definir algunos datos que tenemos:

Ambos han recorrido la misma distancia, por lo que ambas son igual a x, ademas que la distancia inicial sera de 0 asi como su velocidad inicial.

En el escrito nos dice que se adelanta 1 segundo por lo que el tiempo real seria el siguiente para el auto 1.

El auto 2 tiene una aceleración de $3.5m/s^2$

$$x = \frac{1}{2} a_{a1} t^2 \quad (14)$$

$$x = \frac{1}{2} (3.5m/s^2) (t - 1s)^2 \quad (15)$$

El auto 1 tiene una aceleración de $4.9m/s^2$ Mientras que el tiempo del auto 1 es:

$$x = \frac{1}{2} a_{a2} t^2 \quad (16)$$

$$x = \frac{1}{2} (4.9m/s^2) t^2 \quad (17)$$

Igualamos las dos ecuaciones que nos dieron ya que al recorrer la misma distancia tienen la misma x.

$$\frac{1}{2} (3.5m/s^2) (t - 1s)^2 = \frac{1}{2} (4.9m/s^2) t^2 \quad (18)$$

Multipicamos y vamos desarrollando el binomio que se encuentra ahí, el objetivo es reducirla a un estado en el que podamos encontrar la t, ya que es la variable que deseamos conocer.

$$\frac{3.5}{2} (t^2 - 2t + 1) = \frac{4.9}{2} t^2 \quad (19)$$

$$\frac{3.5t^2 - 7t + 3.5}{2} = \frac{4.9}{2}t^2 \quad (20)$$

$$(2)\left(\frac{3.5t^2 - 7t + 3.5}{2}\right) = 4.9t^2 \quad (21)$$

$$3.5t^2 - 7t + 3.5 = 4.9t^2 \quad (22)$$

Igualemos a 0 para poder tener una ecuación normal de segundo grado

$$3.5t^2 - 7t + 3.5 - 4.9t^2 = 0 \quad (23)$$

$$-1.4t^2 - 7t + 3.5 = 0 \quad (24)$$

Por nuestra comodidad y para la del lector pasaremos de decimales a fraccionarios para poder manejar mejor los números vemos que tiene multiplo el cual es 10.

$$-\frac{7}{5}t^2 - 7t + \frac{7}{2} = 0 \quad (25)$$

$$2t^2 + 10t - 5 = 0 \quad (26)$$

Una vez igualada a 0 podemos resolverla por la formula general la cual es

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (27)$$

Sustituimos los valores en la formula y vamos desarrollando

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{-10^2 - 4(2)(-5)}}{2(2)} \quad (28)$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 40}}{4} \quad (29)$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{140}}{4} \quad (30)$$

Como es cuadratica tenemos dos t por lo que t_1

$$t_1 = \frac{-10 - \sqrt{140}}{4} \quad (31)$$

$$t_1 = -5.45804 \quad (32)$$

Mientras que t_2

$$t_2 = \frac{-10 + \sqrt{140}}{4} \quad (33)$$

$$t_2 = 0.4504 \quad (34)$$

Es claro y evidente que el resultado que se parece más a la realidad es el de la ecuacion 32
Por lo que podemos decir y concluir que el tiempo en que el auto tarda en alcanzarlo es de -5.45 segundos .

- (b) Cuál será la posición cuando el inciso (a) ocurra $x = ?$

Para poder responder esta pregunta es muy facil ya que solo debemos sustituir los valores que ya tenemos en la ecuación 1, recordando que el auto se adelanto 1 segundo, y esto lo tomamos en cuenta al sacar el tiempo en la ecuación 14

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (35)$$

Sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(5.45 + 1)^2 \quad (36)$$

El resultado es:

$$72.9859m \quad (37)$$

Para que quede aun mas claro (**Ya que la forma en la que se redactó el problema es un poco confusa**) ahora lo haremos con la ecuación 15 a la cual ya no le tenemos que sumar 1 Sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(5.45)^2 \quad (38)$$

El resultado es:

$$72.9859m \quad (39)$$

Nos da el mismo resultado por lo que, quedo resuelto este segundo inciso.

- (c) Cuál será la velocidad que tendrá en ese punto para ambos autos

Sabemos que la Velocidad con aceleración de $4.90m/s^2$ es:

$$v = a_1t \quad (40)$$

$$v = (4.90m/s^2)(5.45s) \quad (41)$$

$$v = 26.8m/s \quad (42)$$

Por lo tanto la velocidad en el auto con la aceleración de $3.5m/s^2$ es:

$$v = a_2t \quad (43)$$

$$v = (3.5m/s^2)(6.45s) \quad (44)$$

$$v = 22.6m/s \quad (45)$$

- (d) Toma 5 tiempos diferentes a partir de que los autos arrancan, sin tomar el tiempo inicial, 3 antes del tiempo donde los autos se encuentran y dos posteriores a ese tiempo, realicen dos tablas, una para cada auto, con la siguiente información; aceleración, tiempo posición y velocidad.

Tabelle 1: Cinemática del Auto con Aceleración $3.5m/s^2$

Auto con Aceleración $3.5m/s^2$			
No dependiente del tiempo	Dependientes del tiempo		
$a[m/s^2]$	$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$
$3.5m/s^2$	7.45s	97.12m	26.075m/s
	8.45s	124.95m	29.575m/s
	2.45s	10.50m	8.575m/s
	3.45s	20.82m	12.07m/s
	4.45s	34.65m	15.57m/s

A continuación las cuentas que hice para obtener los valores de la tabla 2d Primero los dos tiempos posteriores, tomando en cuenta la ecuación 1

Tiempo 7.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(7.45)^2 = 97.12m \quad (46)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (3.5m/s^2)(7.45s) = 26.075m/s \quad (47)$$

Tiempo 8.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(8.45)^2 = 124.95m \quad (48)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (3.5m/s^2)(8.45s) = 29.575m/s \quad (49)$$

Ahora los tiempos antes de alcanzarlo

Tiempo 2.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(2.45s)^2 = 10.50m \quad (50)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (3.5m/s^2)(2.45s) = 8.575m/s \quad (51)$$

Tiempo 3.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(3.45s)^2 = 20.82m \quad (52)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (3.5m/s^2)(3.45s) = 12.07m/s \quad (53)$$

Tiempo 4.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(3.5m/s^2)(4.45s)^2 = 34.65m \quad (54)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (3.5m/s^2)(4.45s) = 15.57m/s \quad (55)$$

Tabelle 2: Cinemática del Auto con aceleración $4.9m/s^2$

Auto con aceleración $4.9m/s^2$			
No dependiente del tiempo	Dependientes del tiempo		
$a[m/s^2]$	$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$
$4.9m/s$	8.45s	174.93m	41.40m/s
	7.45s	135.98m	36.505m/s
	2.45s	14.70m	12.00m/s
	3.45	29.16m	16.45m/s
	4.45s	48.51m	21.80m/s

A continuación las cuentas que hice para obtener los valores de la tabla 2 Primero los dos tiempos posteriores, tomando en cuenta la ecuación 1

Tiempo 7.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(7.45)^2 = 135.98m \quad (56)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (4.9m/s^2)(7.45s) = 36.505m/s \quad (57)$$

Tiempo 8.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(8.45)^2 = 174.93m \quad (58)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (4.9m/s^2)(8.45s) = 41.40m/s \quad (59)$$

Ahora los tiempos antes de alcanzarlo

Tiempo 2.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(2.45s)^2 = 14.70m \quad (60)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (4.9m/s^2)(2.45s) = 12.00m/s \quad (61)$$

Tiempo 3.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(3.45s)^2 = 29.16m \quad (62)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (4.9m/s^2)(3.45s) = 16.45m/s \quad (63)$$

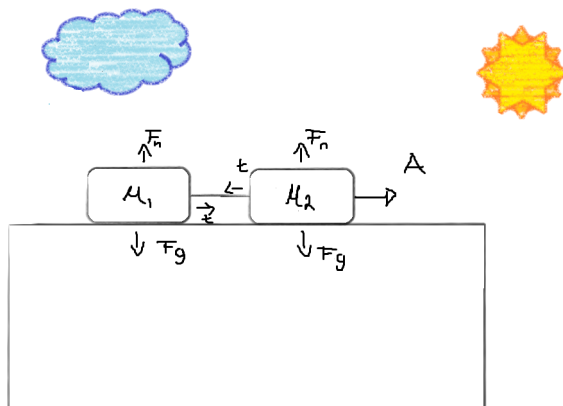
Tiempo 4.45s sustituimos y nos queda:

$$x = \frac{1}{2}(4.9m/s^2)(4.45s)^2 = 48.51m \quad (64)$$

La velocidad es de, tomando en cuenta la ecuación 43

$$v = (4.9m/s^2)(4.45s) = 21.80m/s \quad (65)$$

Abbildung 1: Diagrama de cuerpo libre



3. Considere el siguiente sistema, dos bloques de masas m_1 y m_2 están unidos por una cuerda ideal y descansan sobre una superficie horizontal sin roce. Si una fuerza de magnitud A se le aplica al bloque de masa m_2 horizontalmente, en la dirección que muestra la Figura 1. Realicen los respectivos diagramas de cuerpos libres (usen powerpoint, pait, dibújelo, lo que gusten) y anéxelo como una imagen, a partir de ellos determinen la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda entre los bloques.

A continuación en la imagen se presenta el diagrama de cuerpo libre donde se representan de manera gráfica las fuerzas que están sobre los cuerpos de masa m_1 y m_2 . Sabemos que la fórmula de la segunda ley de Newton

$$F = ma \quad (66)$$

Observe que tenemos dos masas por lo que en la ecuación 66 vamos a sustituir la m por la suma de las dos masas

$$F = (m_1 + m_2)a \quad (67)$$

Entonces sabemos que la tensión $t - t$ sería $m_1 a$. Por lo tanto

$$T = (m_1 - m_2)a + A \quad (68)$$

2 Punto Extra

- Investigación del comando “hyperref”

Hacer un documento navegable es tan sencillo como cargar el paquete hyperref, automáticamente las referencias en el texto y la tabla de contenidos se convierten en “links” que nos llevan hasta la referencia o la sección correspondiente. Puesto que el paquete hyperref redefine muchos comandos LATEX es conveniente que sea el último paquete en cargarse. Para cargarlo, se utiliza la sintaxis habitual: `usepackage[opciones]hyperref`

Este comando lo utilice para poder hacer referencias de una manera más creativa, al tocar el

numero de color rojo nos va dirigir a la ecuacion o imagen a la que estoy citando dentro del documento y asi no volver a escribir cada ecuación de nuevo.

Literatur

[1] . (2022). Retrieved 6 November 2022, from <https://mat.uda.cl/hsalinas/cursos/2008/latex/apuntes10.pdf>