

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA**



**Dipartimento di Economia e Management**

**Corso di Laurea Magistrale in Banca, Finanza aziendale e Mercati  
finanziari**

**PROGETTO:**

**“CASO PRATICO EMFI 1”**

**Di:**

**Francesca Bertoncini**

**Matricola:**

**585711**

**Anno accademico 2022/2023**

## INDICE

### PARTE A- FRONTIERA EFFICIENTE:

PUNTO 1 .....	3
PUNTO 2 .....	3-6
PUNTO 3 .....	7-8
PUNTO 4 .....	9-10
PUNTO 5 .....	10-11
PUNTO 6 .....	11-12
PUNTO 7 .....	12

### PARTE B- STIMA DEI BETA, FRONTIERA EFFICIENTE, CAPM

PUNTO 8 .....	13-14
PUNTO 9 .....	14-15

## PARTE A- FRONTIERA EFFICIENTE

### PUNTO 1

In questo elaborato sono stati scelti i seguenti 10 titoli:

- Apple.Inc (AAPL): titolo appartenente al settore tecnologico. Quotato all'interno del NasdaqGS.
- Brunello Cucinelli SpA (BC.MI): titolo appartenente al settore dei beni di lusso. Quotato all'interno della Borsa di Milano.
- JPMorgan Chase & Co (JPM): titolo appartenente ai servizi finanziari (comparto bancario). Quotato all'interno del NYSE.
- The Goldman Sachs Group, Inc (GS): titolo appartenente ai servizi finanziari (mercato dei capitali). Quotato all'interno del NYSE.
- Microsoft Corporation (MSFT): titolo appartenente al settore tecnologico. Quotato all'interno del NasdaqGS.
- American Water Works Company, Inc (AWK): titolo appartenente al settore delle utilities. Quotato all'interno del NYSE.
- Pfizer Inc (PFE): titolo appartenente al settore sanitario. Quotato all'interno del NYSE.
- TOD'S Spa (TOD.MI): titolo appartenente al settore beni ciclici. Quotato all'interno della Borsa di Milano.
- Riso Kagaku Corporation (6413.T): titolo appartenente al settore tecnologico (computer hardware). Quotato all'interno della Borsa di Tokyo (Per semplicità si espone all'interno del file Excel e della presente relazione solo la dizione "Riso" per identificare questo titolo).
- First Solar Inc (FSLR): titolo appartenente al settore tecnologico (solar). Quotato all'interno del NasdaqGS.

Il periodo di riferimento preso in considerazione per calcolare i rendimenti attesi è dal 3/aprile/2013 al 3/aprile/2023. Per il calcolo dei rendimenti attesi si è utilizzato la colonna dei prezzi di chiusura aggiustati (Adj Close), successivamente si è utilizzato la formula per il calcolo dei rendimenti attesi, si è creato la matrice varianza covarianza e la matrice delle correlazioni.

### PUNTO 2

Fra questi 10 titoli ne sono stati scelti 5 per la creazione della frontiera efficiente. Nella determinazione di quest'ultimi si è cercato di analizzare la matrice varianza covarianza, sapendo che nella costruzione di un portafoglio non occorre analizzare le singole deviazioni standard ma occorre osservare la covarianza dei titoli tra di loro, per cui osservando la matrice si è subito notato che alcuni titoli avevano una covarianza negativa e sono:

- Tod's e Pfizer (-0,000060);
- Tod's ed American Water (-0,000560);
- Riso e Pfizer (-0,000930);
- Riso e American Water (-0,000832).

Successivamente si è analizzato le varie combinazioni di questi titoli in modo tale da prendere i valori più bassi di covarianza, per cui i titoli scelti sono: Tod's, Pfizer, Riso, American Water e First Solar. Nel portafoglio si denota un titolo con un rendimento atteso negativo (Tod's), tuttavia è stato comunque scelto visto che aveva una covarianza negativa con due titoli ed una covarianza sufficientemente bassa con gli altri titoli.

Rendimento atteso FIRST SOLAR	0,021621
Rendimento atteso AMERICAN WATER	0,014318
Rendimento atteso PFIZER	0,008833
Rendimento atteso TOD'S	-0,001531
Rendimento atteso RISO	0,013109

Figura 1.2.1 Tabella rendimenti attesi

#### MATRICE VARIANZA COVARIANZA

	FIRST SOLAR	AMERICAN WATER	PFIZER	TOD'S	RISO
FIRST SOLAR	0,020842	0,001654	0,000598	0,000155	0,000050
AMERICAN WATER	0,001654	0,002892	0,001247	-0,000560	-0,000832
PFIZER	0,000598	0,001247	0,003831	-0,000060	-0,000930
TOD'S	0,000155	-0,000560	-0,000060	0,011320	0,002561
RISO	0,000050	-0,000832	-0,000930	0,002561	0,009391

Figura 1.2.2 Matrice varianza covarianza

Per determinare la frontiera efficiente (con short selling ammesso) mediante ottimizzazione numerica, si è utilizzato lo strumento Risolutore e si è minimizzato la varianza del portafoglio imponendo come vincoli:

- Rendimenti attesi di portafoglio uguali ad alcuni rendimenti ipotizzati;
- Somma dei pesi pari ad 1;

Successivamente si è cercato la parte superiore della frontiera efficiente che è quella parte utile all'investitore sempre utilizzando lo strumento Risolutore. (Si sono presi solo 3 punti per calcolarla solo a scopo dimostrativo).

La curva che otteniamo è la seguente:

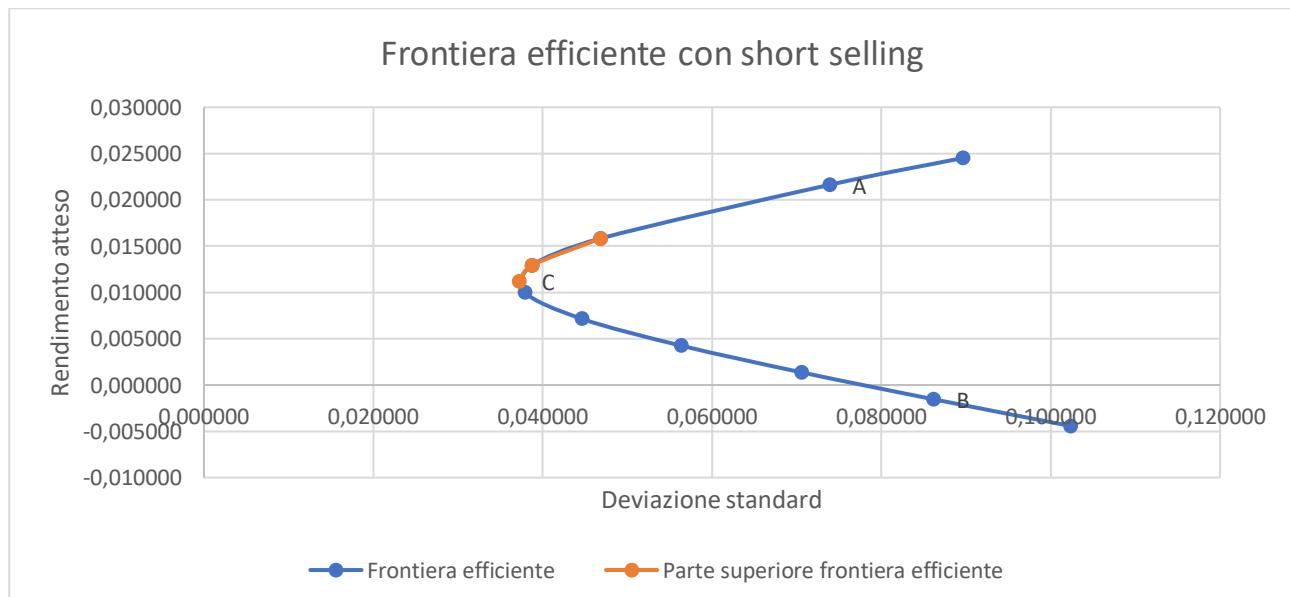


Figura 1.2.3: Frontiera efficiente con short selling ammesso (metodo ottimizzazione numerica)

Da notare i punti A, B, C sul grafico:

- Punto C: punto di minima varianza globale;

- Punto A: punto dove abbiamo lo stesso rendimento atteso del titolo all'interno del portafoglio con il più alto rendimento atteso (First Solar), il punto a destra di A denota che si è potuto effettuare delle vendite allo scoperto (infatti si è dato maggior peso nel portafoglio ai titoli con più alto rendimento atteso- First Solar ed American Water- e si è shortato i titoli con basso rendimento atteso- Tod's e Pfizer);
- Punto B: punto dove abbiamo lo stesso rendimento atteso del titolo che all'interno del portafoglio ha il più basso rendimento atteso (Tod's), il punto a destra di B denota che si è potuto effettuare delle vendite allo scoperto (infatti si è dato maggior peso nel portafoglio ai titoli con basso rendimento atteso- Pfizer e Tod's- e si è shortato i titoli con alto rendimento atteso- American Water e First Solar).

Successivamente si è eseguita la ricerca della frontiera efficiente mediante l'espressione analitica, in particolar modo, prima di svolgere le operazioni, si sono calcolati i dati utili ed in particolare si è utilizzato il vettore composto da 1 e il suo trasposto, il vettore dei rendimenti attesi e il suo trasposto ed infine la matrice varianza covarianza inversa.

Per effettuare i calcoli si sono utilizzate le seguenti formule:

$$\begin{aligned} C &= 1'V^{-1}1 \\ A &= 1'V^{-1}z \\ B &= z'V^{-1}z \\ g &= \frac{[B(V^{-1}1) - A(V^{-1}z)]}{D} \\ h &= \frac{[C(V^{-1}z) - A(V^{-1}1)]}{D} \\ w &= g + h * Ep \end{aligned}$$

Una volta calcolati g ed h si sono dati dei valori ad EP in modo tale da trovare i pesi per calcolare la frontiera. Mentre per calcolare la varianza ed il punto di minima varianza si sono usate le formule:

$$\sigma_P^2 = \frac{(CE_P^2 - 2AE_P + B)}{D}$$

Valori su assi:

$$x = \frac{1}{\sqrt{C}}$$

$$y = \frac{A}{C}$$

Per cui si è trovato la seguente frontiera efficiente:

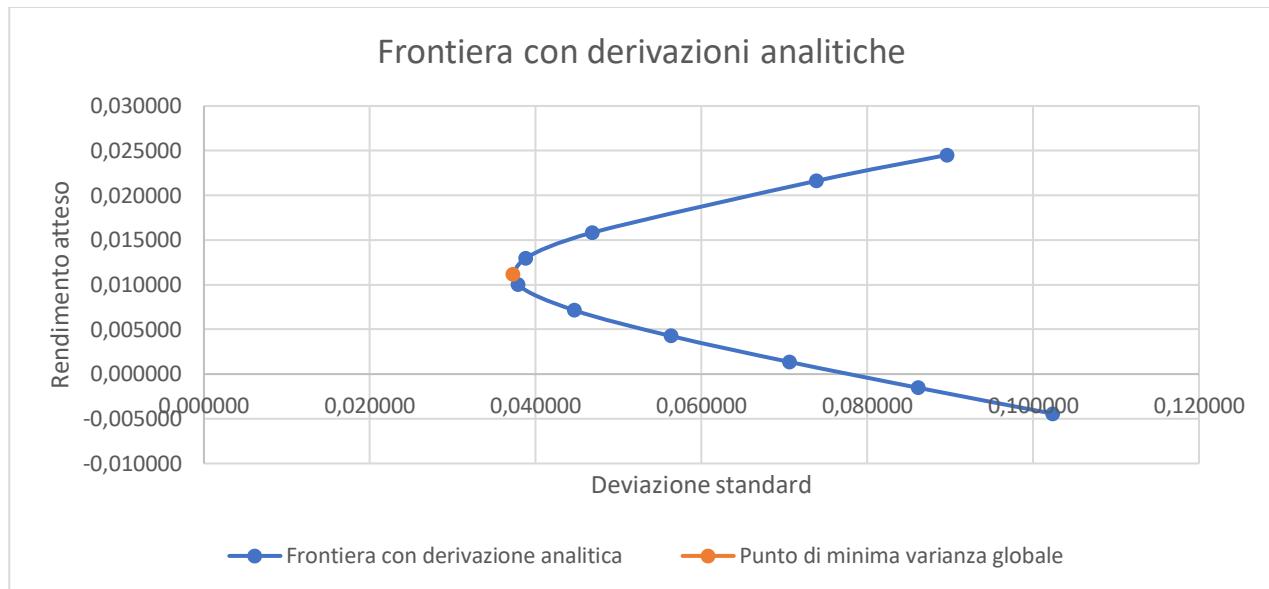


Figura 1.2.4: Frontiera con derivazione analitica

Confrontando le due frontiere si denota che queste coincidono:

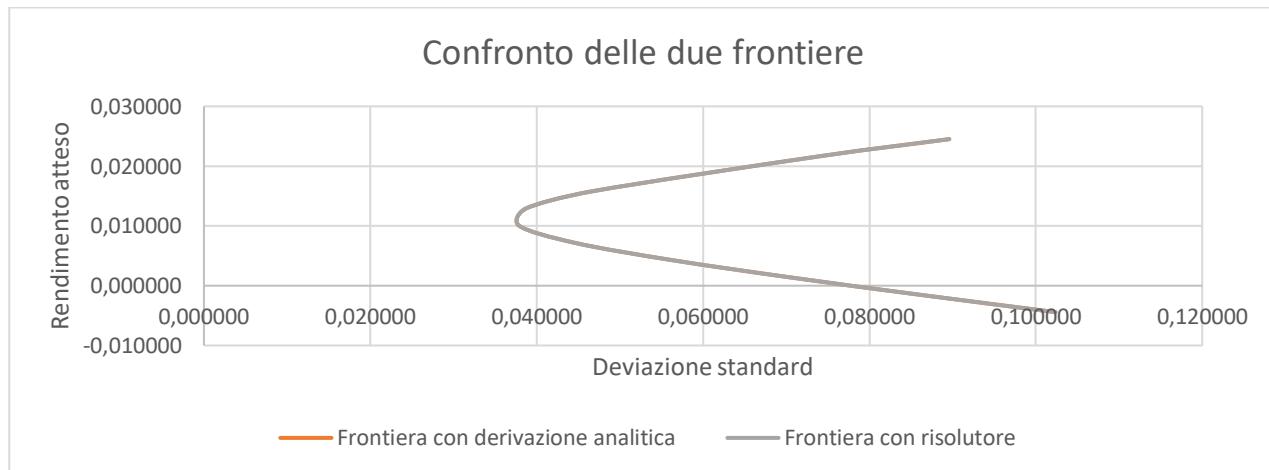
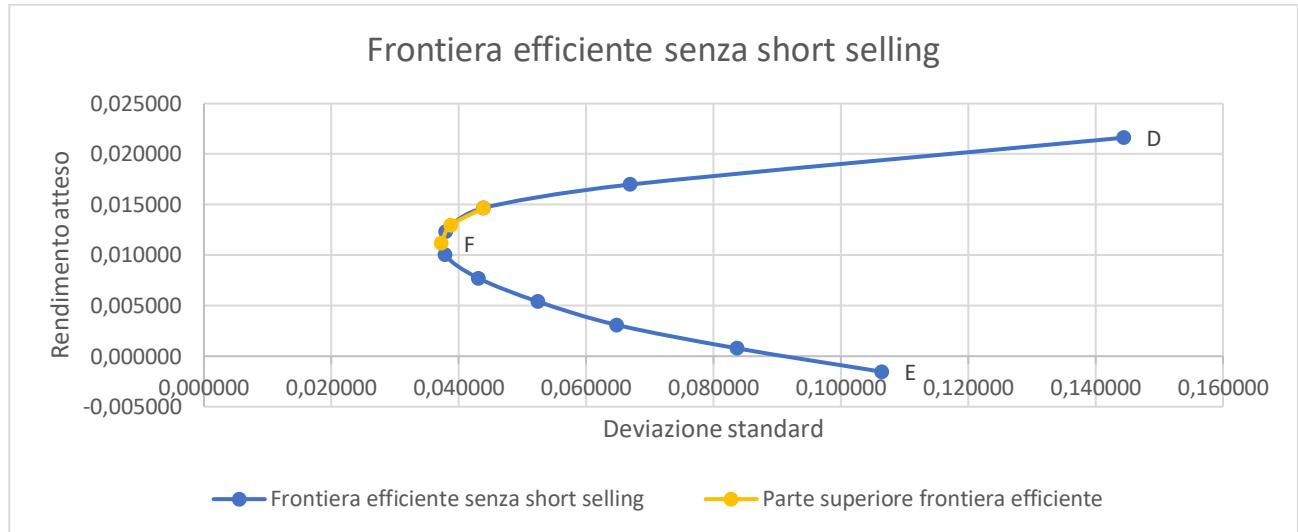


Figura 1.2.5: Confronto delle due frontiere efficienti

### PUNTO 3:

Calcolando la medesima frontiera efficiente con i 5 titoli selezionati, ma ipotizzando di non poter effettuare vendite allo scoperto otteniamo:

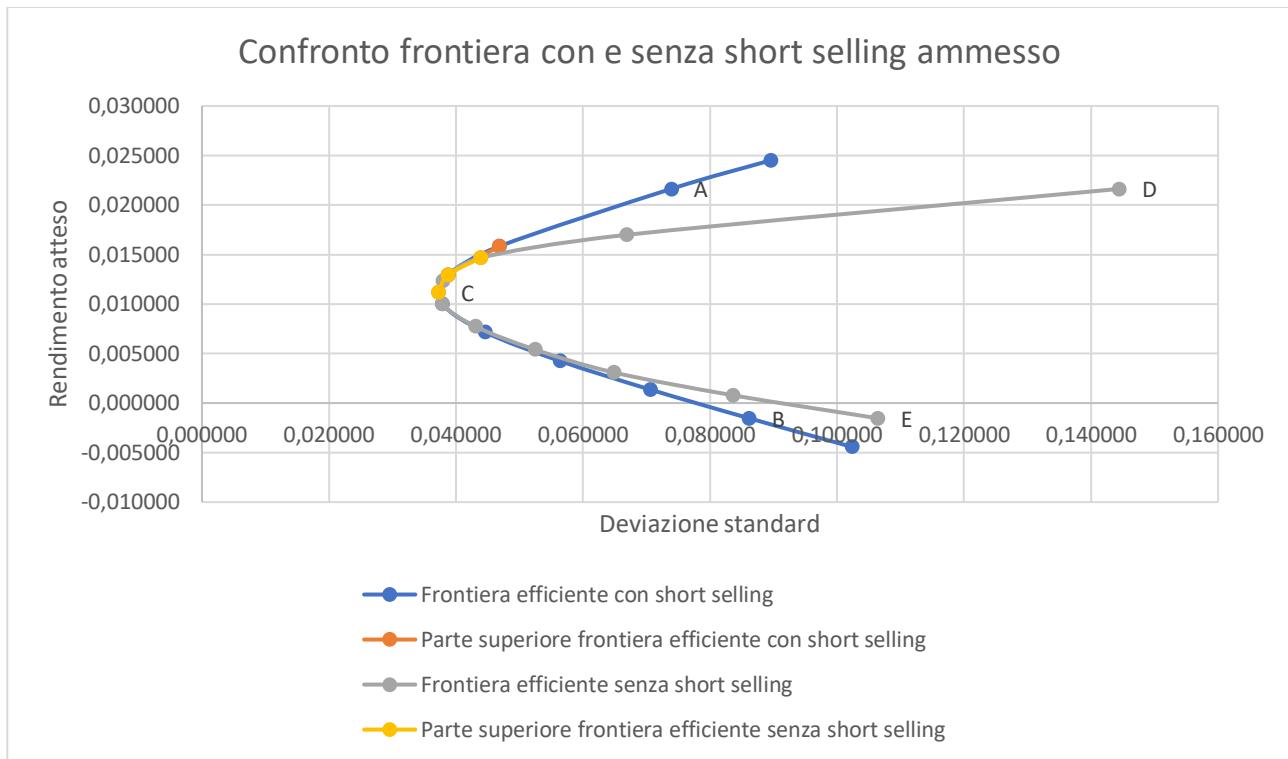


*Figura 1.3.1: Frontiera non ammettendo short selling*

Da notare i punti D, E ed F:

- Punto D: è il rendimento massimo che può raggiungere il portafoglio, non è possibile andare a destra di D poiché non è ammesso lo short selling, per cui questo portafoglio può essere raggiunto solo andando ad investire nel titolo che ha maggior rendimento atteso, nel caso considerato First Solar;
- Punto E: è il rendimento minimo che può raggiungere il portafoglio, non è possibile andare a destra di E dato che non è ammesso short selling, per cui questo punto può essere raggiunto solo investendo completamente le risorse all'interno del titolo che ha minor rendimento atteso, nel caso considerato Tod's;
- Punto F: punto di minima varianza globale.

Confrontando le due frontiere (short selling ammesso e short selling non ammesso):



*Figura 1.3.2: Confronto delle due frontiere con e senza short selling*

Dal grafico notiamo i punti A e D, i quali hanno il medesimo rendimento atteso (0.021621, rendimento atteso di First Solar) ma non hanno la stessa deviazione standard; infatti, il punto D, posto sulla frontiera dove non sono ammesse le vendite allo scoperto, ha la medesima deviazione standard del titolo First Solar (0.144367), mentre se ammettiamo short selling si riesce ad ottenere una deviazione standard più bassa (0.073878).

Analogamente se confrontiamo i punti B ed E, punti che presentano lo stesso rendimento atteso (-0.001531, rendimento di Tod's) si denota che il punto B, ottenuto mediante short selling, ha una deviazione standard e quindi una rischiosità più bassa (0.086130) rispetto al punto E (0.106396).

#### PUNTO 4

Se si ipotizza come proxy del mercato un indice ed in questo caso specifico l'indice Nasdaq, calcolandone il rendimento atteso e deviazione standard possiamo vedere dove si colloca questo portafoglio nelle due frontiere efficienti create.

Nella frontiera efficiente con short selling ammesso abbiamo il seguente grafico:

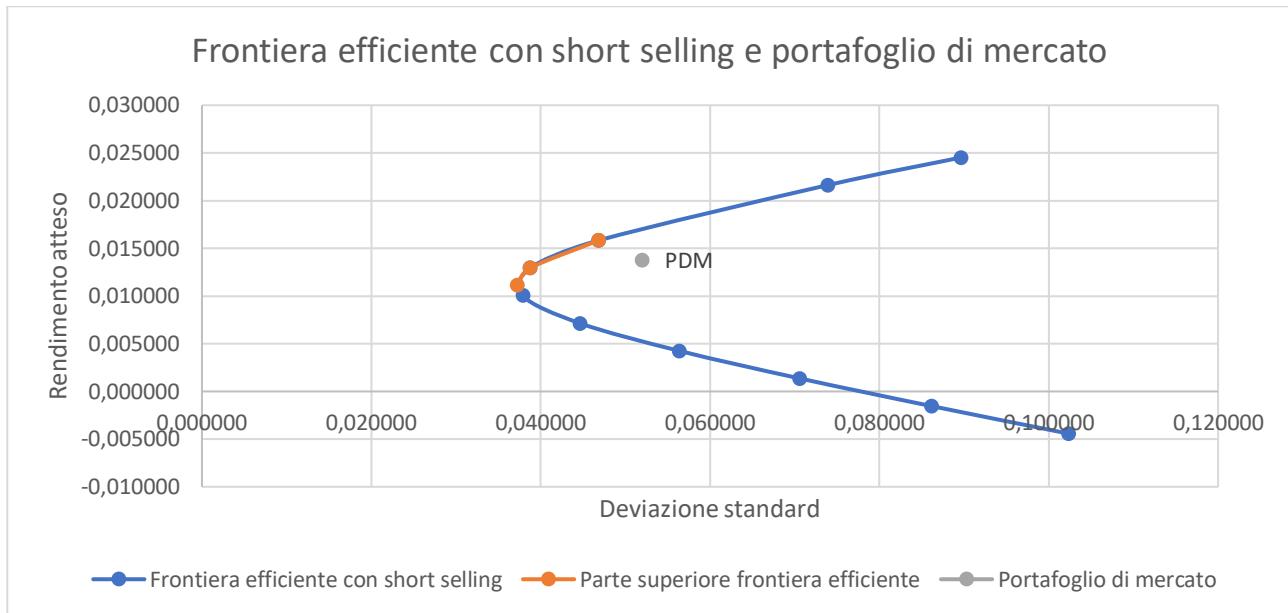


Figura 1.4.1: Frontiera con short selling e portafoglio di mercato

Da questo primo grafico possiamo osservare che il portafoglio di mercato è all'interno della frontiera efficiente per cui è meno efficiente rispetto alla frontiera creata, questo è possibile grazie alla diversificazione.

Analogamente possiamo denotare la posizione del portafoglio di mercato confrontato con la frontiera efficiente costruita non ammettendo short selling:

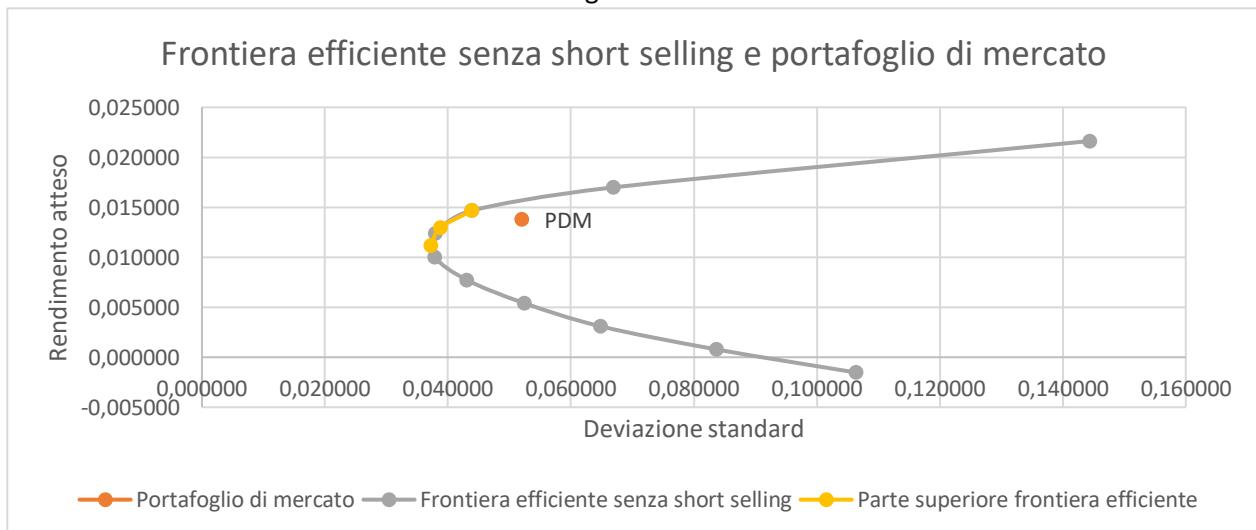


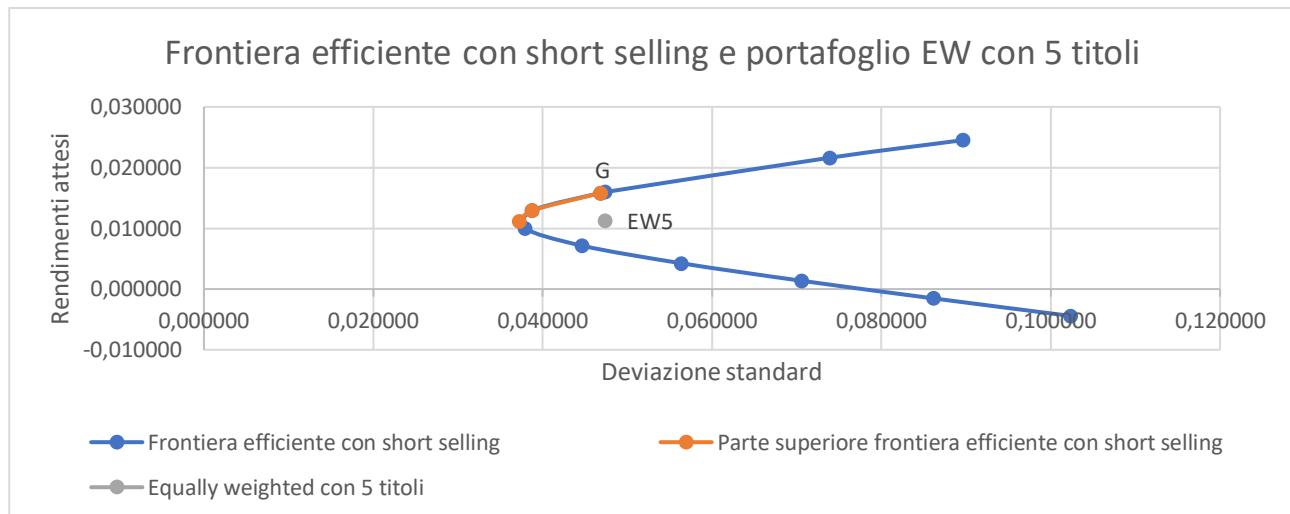
Figura 1.4.2: Frontiera senza short e portafoglio di mercato

Anche in questo caso, come nel caso precedente rileviamo che il portafoglio di mercato (PDM) si trova all'interno della frontiera efficiente per cui è meno efficiente rispetto alla frontiera, questo è possibile grazie alla diversificazione.

## PUNTO 5

Il portafoglio di minima varianza come evidenziato nella Figura 1.2.3 nel punto C, che identifica la frontiera efficiente ammettendo short selling, e nella Figura 1.3.1 nel punto F, che identifica la frontiera efficiente non ammettendo short selling è il medesimo per ambedue le frontiere (C coincide con F) ed ha un rendimento atteso pari a 0.011179 ed una deviazione standard pari a 0.037228.

Se invece calcoliamo il portafoglio Equally Weighted con 5 titoli (il peso di ciascun titolo sarà pari a 0.2), otteniamo il seguente grafico:



*Figura 1.5.1: Frontiera con short selling ammesso e portafoglio equally weighted con 5 titoli*

Dal grafico denotiamo i punti EW5 e G; il punto EW5 è il portafoglio equally weighted composto da 5 titoli, in questo caso vediamo che ha un rendimento atteso pari a 0.011270 ed una deviazione standard pari a 0.047346. Tuttavia, se confrontiamo questo portafoglio con un portafoglio appartenente alla frontiera efficiente, entrambi con la stessa deviazione standard, si evince che il portafoglio sulla frontiera ha un rendimento atteso superiore (0.015966) rispetto al rendimento atteso previsto per il portafoglio EW5.

Se costruiamo un portafoglio equally weighted con i 10 titoli iniziali (il peso di ogni titolo nel portafoglio sarà pari a 0.1) otteniamo il seguente grafico:

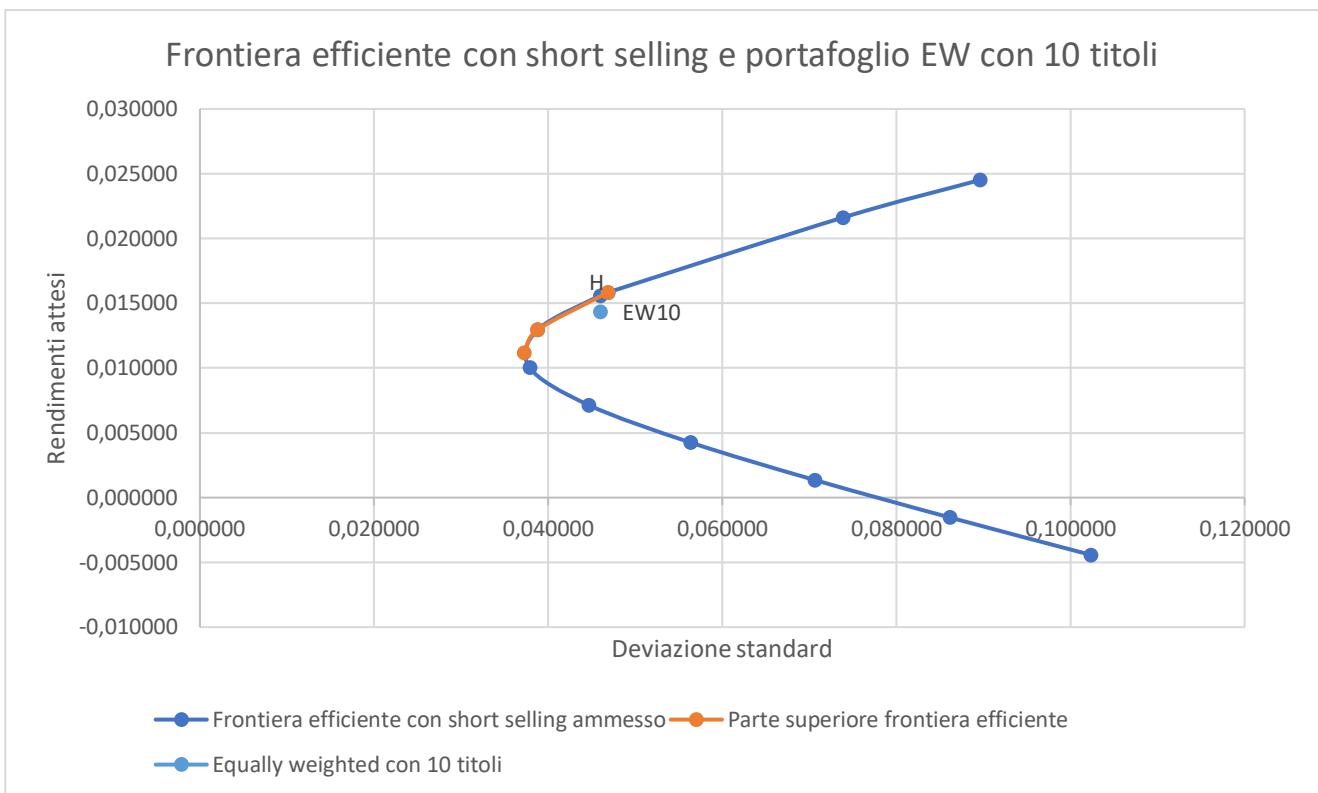


Figura 1.5.2: *Frontiera con short selling ammesso e portafoglio equally weighted con 10 titoli*

Dal grafico notiamo i punti EW10 ed H, dove il punto EW10 è il portafoglio equally weighted con 10 titoli il quale ha un rendimento atteso pari a 0,014367 ed una deviazione standard pari a 0,045955, mentre il punto H rappresenta il portafoglio appartenente alla frontiera efficiente che ha la medesima deviazione standard del punto EW10. Simile al caso precedente si denota che il rendimento atteso del punto sulla frontiera è superiore (0,015588) rispetto al rendimento del portafoglio equally weighted considerato.

## PUNTO 6

Il titolo risk free considerato è il titolo T-Bill USA semestrale con un rendimento pari a 0,04705 (per cui è necessario convertire il tasso in mensile, ed otteniamo il seguente valore 0,007842). Da un punto di vista grafico otteniamo:

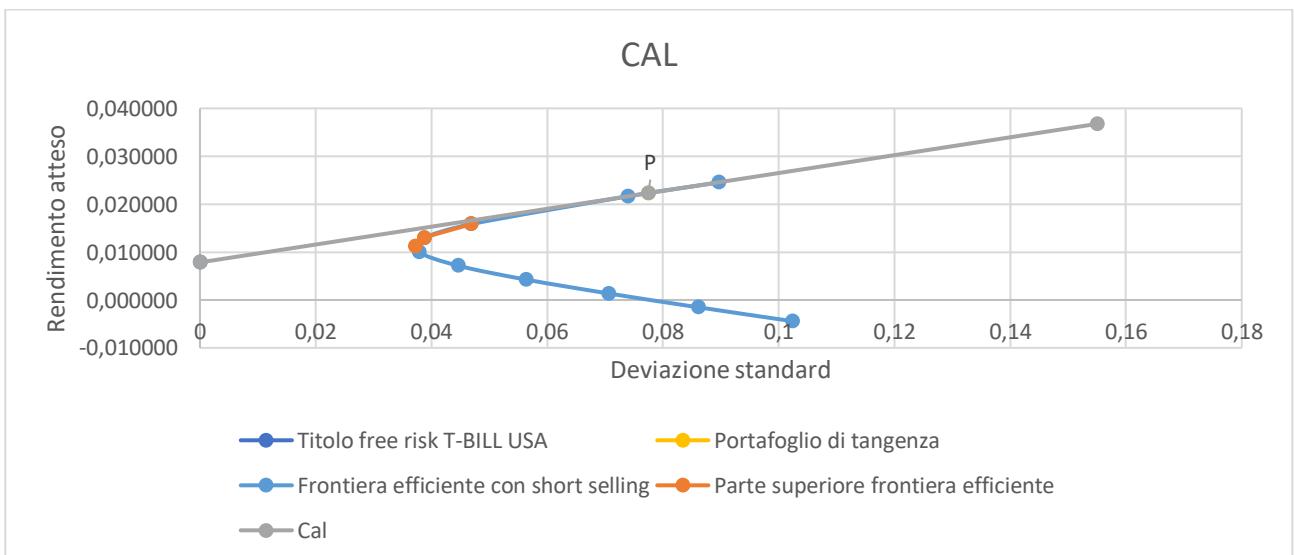


Figura 1.6.1: *Frontiera con portafoglio di tangenza e CAL.*

Il punto P rappresenta il portafoglio di tangenza.

Per riuscire a costruire la nuova frontiera efficiente includendo il titolo privo di rischio per prima cosa occorre trovare il valore più alto dello Sharpe Ratio, il quale rappresenta il coefficiente angolare della curva passante per il titolo risk free. Per calcolare lo Sharpe Ratio si è usato la seguente formula:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}$$

Il valore dello Sharpe ratio è pari a 0,186583. Una volta calcolato lo Sharpe ratio si può costruire il portafoglio di tangenza (portafoglio composto da tutti i titoli rischiosi), per cui i pesi del portafoglio di tangenza sono:

- First Solar: 0,208228;
- American Water: 0,906579;
- Pfizer: -0,127327;
- Tod's: -0,394695;
- Riso: 0,407216;

Il rendimento atteso del portafoglio è 0,022300 e la sua deviazione standard è pari a 0,077490.

## PUNTO 7

Possiamo ipotizzare un grado di avversione al rischio pari a 3 e con queste ipotesi possiamo trovare il seguente grafico:

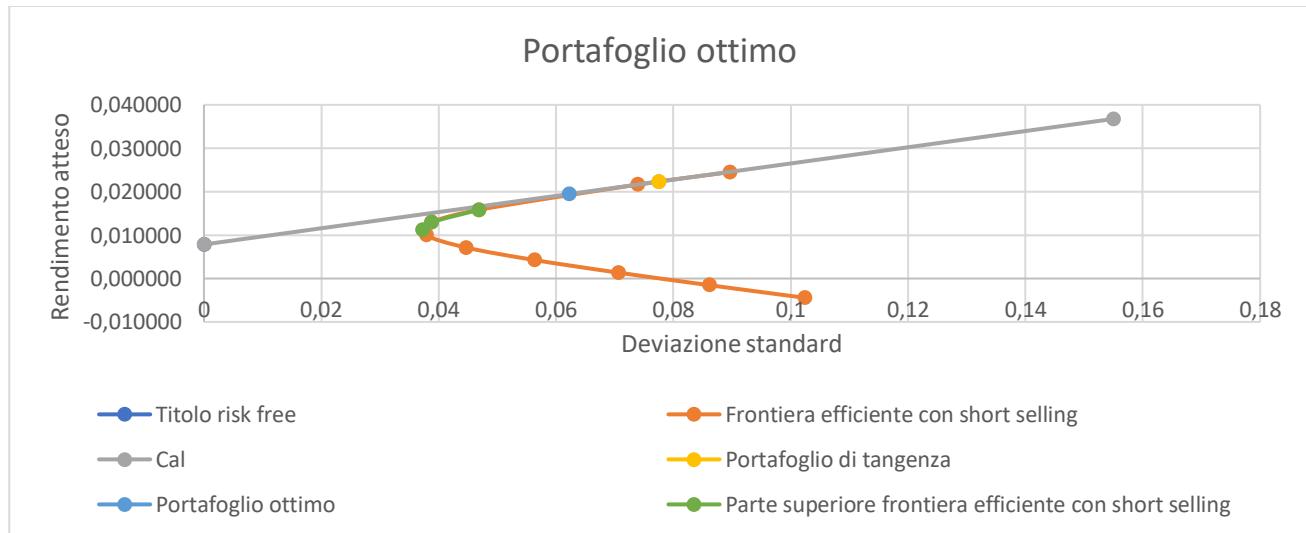


Figura 1.7.1: Portafoglio ottimo

Per calcolare il portafoglio ottimo si è utilizzato il primo metodo, quello di imporre l'uguaglianza tra la pendenza della CAL e la pendenza della curva d'indifferenza, per cui si è applicato la seguente formula:

PORTAFOGLIO OTTIMO:

$$\omega = \frac{E[R_p] - R_f}{A\sigma^2}$$

Il portafoglio ottimo è composto dal rendimento atteso pari a 0.018286 ed una deviazione standard pari a 0.055975.

## PARTE B- STIMA DEI BETA, FRONTIERA EFFICIENTE E CAPM

### PUNTO 8

Adesso si calcola il Beta per i 10 titoli precedentemente scelti, in questo caso si usa la funzione REG.LIN(), in modo tale da calcolare sia i Beta che Alfa, tuttavia avremmo potuto usare anche le loro formule:

FORMULA BETA:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}^2}{\sigma_m^2}$$

FORMULA ALFA:

$$\alpha_i = \bar{R}_{it} - \beta_i \bar{R}_{mt}$$

Otteniamo i seguenti valori:

CALCOLO BETA ED ALFA		
	Beta	Alfa
APPLE	1,222863	0,007405
CUCINELLI	0,804284	0,007429
GOLDMAN SACHS	0,919979	-0,001985
JP MORGAN	0,669787	0,003340
MICROSOFT	0,887059	0,009027
PFIZER	0,424395	0,002982
AMERICAN WATER	0,310265	0,010039
TOD'S	0,472896	-0,008052
RISO	0,256200	0,009576
FIRST SOLAR	1,272629	0,004073

Figura 2.1.1: Valori di Beta ed Alfa per i singoli titoli

Da notare che per due titoli (Apple e First Solar) il loro Beta è superiore ad 1, cioè il Beta del mercato.

Se vogliamo verificare la significatività dei coefficienti è possibile procedere con due modi (ambedue portano al medesimo risultato):

- P-value, per cui se ipotizziamo un livello di significatività ( $\alpha$ ) pari a 0.05, è possibile confrontare questo valore con il p value, dal confronto possiamo:
  - Rifiutare l'ipotesi nulla ( $H_0$ ), se il p-value è minore di alfa
  - Non rifiutare l'ipotesi nulla ( $H_0$ ), se il p-value è maggiore di alfa

Da dati osservati possiamo denotare:

VALORI P-VALUE	BETA	VALORI P-VALUE	ALFA
APPLE	2,66493E-26	APPLE	0,122843021
CUCINELLI	7,8104E-08	CUCINELLI	0,326595712
GOLDMAN SACHS	2,61259E-13	GOLDMAN SACHS	0,740991093
JP MORGAN	5,92636E-09	JP MORGAN	0,561252282
MICROSOFT	3,35192E-23	MICROSOFT	0,019994675
PFIZER	6,97687E-05	PFIZER	0,590923849
AMERICAN WATER	0,000924247	AMERICAN WATER	0,043004654
TOD'S	0,011495939	TOD'S	0,417771062
RISO	0,136249785	RISO	0,299094006
FIRST SOLAR	1,62055E-07	FIRST SOLAR	0,740616114

Figura 2.1.2: Valori del P-Value per Beta ed Alfa

Dalla tabella le celle colorate in rosso sono quei valori che non soddisfano la condizione per cui in quelle celle si rigetta l'ipotesi nulla.

- T-Student, in questo caso occorre osservare dalle tavole quale sia il valore di riferimento, in particolar modo per ricercare questo valore è necessario definire i gradi di libertà che in questo caso sono maggiori di 100. Successivamente si osserva quale sia il grado della coda di destra della distribuzione (pari a 0,025) per cui si trova un valore di riferimento pari a 1,9600, a questo punto occorre confrontare i valori ottenuti da Analisi Dati con Excel ed il valore ottenuto nelle tavole:
  - o Non rifiutare l'ipotesi nulla se il valore della T-Student è minore di 1,9600;
  - o Rifiutare l'ipotesi nulla se il valore della T-Student è maggiore di 1,9600.

VALORI T STUDENT	BETA	VALORI T STUDENT	ALFA
APPLE	13,79908871	APPLE	1,5541773
CUCINELLI	5,733793691	CUCINELLI	0,985124561
GOLDMAN SACHS	8,255107279	GOLDMAN SACHS	-0,331325819
JP MORGAN	6,28138658	JP MORGAN	0,582646853
MICROSOFT	12,46170316	MICROSOFT	2,358746022
PFIZER	4,124657177	PFIZER	0,538981322
AMERICAN WATER	3,399379819	AMERICAN WATER	2,045933433
TOD'S	2,567742726	TOD'S	-0,813172137
RISO	1,500225242	RISO	1,043009949
FIRST SOLAR	5,574077101	FIRST SOLAR	0,331823627

Figura 2.1.3: Valori della T Student per Beta ed Alfa

Dalla tabella le celle evidenziate in rosso indicano i valori che non soddisfano la condizione.

## PUNTO 9

Per calcolare i rendimenti attesi, matrice di varianza e covarianza e deviazione standard usando il Single Index Model si è utilizzato le seguenti formule:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2$$

$$\sigma_{i,j} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

Successivamente si è proceduto ad effettuare il grafico della frontiera efficiente utilizzando i dati precedentemente calcolati del SIM, e si è confrontato con la frontiera efficiente calcolata al punto A, come si mostra nel grafico:

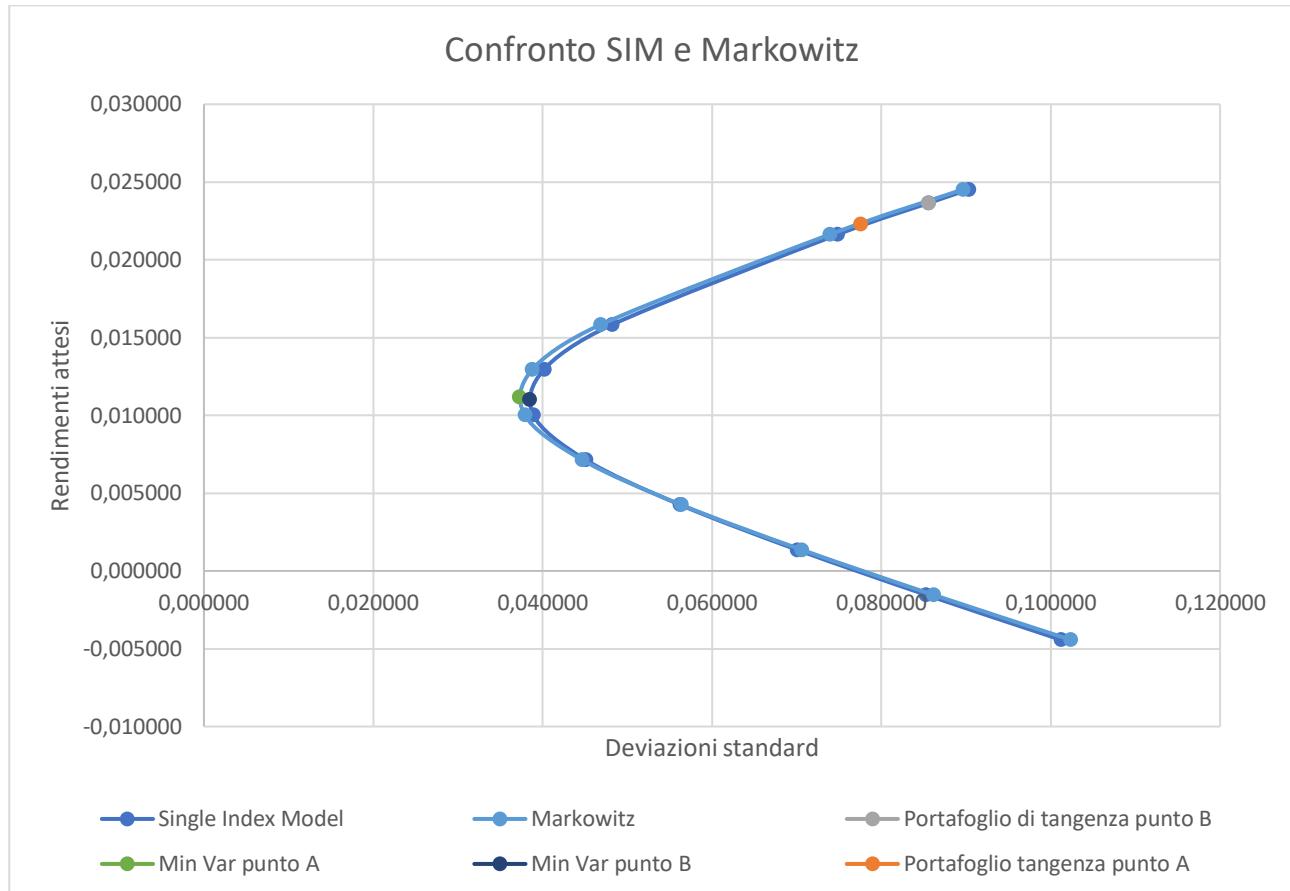


Figura 2.2.1: Confronto tra SIM e Markowitz.

Dal grafico si denota che la curva del SIM è più interna rispetto alla frontiera calcolata al punto A, così come i loro punti di minima varianza globale (per il SIM si ha un rendimento atteso pari a 0.01130 con una deviazione standard pari a 0.038430, mentre per l'altro si ha un rendimento atteso pari a 0.011179 ed una deviazione standard pari a 0.037228). Si osserva che i punti di tangenza differiscono infatti quello calcolato per il Single Index Model è più elevato rispetto a quello calcolato al punto A.

Per quanto riguarda il modello CAPM si è calcolato attraverso la seguente formula i rendimenti attesi:

$$E(r) = r_f + \beta_i [E(r_m - r_f)]$$

Tale per cui otteniamo i seguenti valori:

RENDIMENTI CAPM	
PFIZER	0,010366
AMERICAN WATER	0,009687
TOD'S	0,010654
RISO	0,009365
FIRST SOLAR	0,015410

Figura 2.2.2: Rendimenti attesi CAPM