

Interferometro di Michelson

Margherita Bini, Francesco Sacco

Maggio 2020

1 Introduzione

Lo scopo dell'esperienza è quello di utilizzare l'interferometro di Michelson per misurare, sempre tramite il conteggio di frange di interferenza, grandezze diverse: la lunghezza d'onda di tre sorgenti laser (Sez. 3), l'allungamento di un materiale piezoelettrico (Sez. 4) e l'indice di rifrazione dell'aria (Sez. 5).

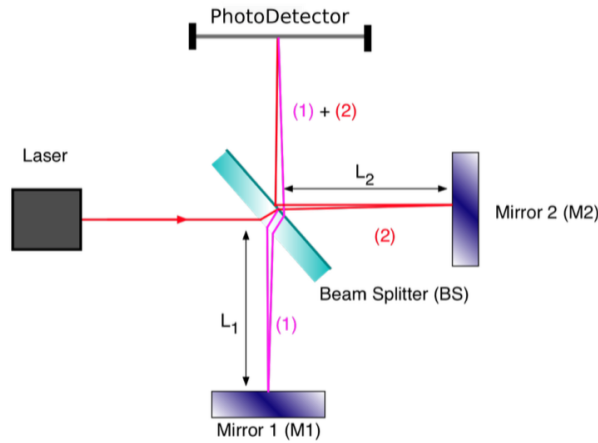


Figura 1: Schemma dell'interferometro di Michelson.

L'apparato strumentale (Fig. 1) è costituito da una sorgente laser He-Ne con una $\lambda=632.8$ nm. Il fascio passa attraverso una lente (non rappresentata in figura), che permette di poter visualizzare le frange di interferenza al finito, e viene quindi suddiviso in ampiezza in due fasci a 90 gradi tramite un BS, che riflette il 50 % della radiazione incidente. I due fasci vengono riflessi dagli specchi M_1 , fisso, e da quello M_2 , che può muoversi nella direzione del fascio incidente allontanandosi o avvicinandosi al BS, essendo collegato ad un motorino elettrico. I fasci ritornando quindi sul BS, sono ricombinati, e arrivano ad un rivelatore al Silicio. Questo misura l'intensità e produce un segnale in tensione in uscita che viene mandato ad un computer in cui è possibile visualizzare le frange di interferenza.

2 Condizione di interferenza costruttiva

Spostando lo specchio M_2 è possibile ottenere una variazione della lunghezza dei due bracci dell'interferometro, L_1 e L_2 , e quindi una differenza di cammino $\Delta S = L_1 - L_2$ non nulla. La differenza di cammino ottico corrispondente è $\Delta S_{ottico} = (L_1 - L_2) \cdot n$, dove n è l'indice di rifrazione dell'aria. La differenza di fase è quindi $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot \Delta S$, dove λ è la lunghezza d'onda del laser. L'intensità massima sul rivelatore si ottiene per $|\delta| = 0, 2\pi, 4\pi \dots$. La condizione di interferenza costruttiva risulta quindi, sostituendo nell'espressione della differenza di fase:

$$\Delta S \cdot n = \lambda \cdot m \quad (1)$$

dove m è un numero intero.

Chiamando Δl lo spostamento dello specchio M_2 è possibile scrivere $\Delta S = 2 \cdot \Delta l$, dato che il fascio arriva sullo specchio M_2 e torna indietro. La condizione (1) si traduce quindi in:

$$2 \cdot \Delta l \cdot n = \lambda \cdot m \quad (2)$$

3 Misura della lunghezza d'onda di varie sorgenti laser

Il fine di questa sezione è quello di misurare la lunghezza d'onda di vari laser:

- $\lambda_1=632.8$ nm (laser He-Ne, laser a gas);
- $\lambda_2=532$ nm (laser con cristallo a base di Neomidio);
- $\lambda_3=650$ nm (diodo laser).

Variando Δl attraverso un motorino collegato allo specchio M_2 le frange scorrono sul rivelatore. Quest'ultimo acquisisce una curva di intensità di fotoni catturati in funzione del tempo. È possibile contare il numero di frange m , che corrisponde al numero di picchi di tensione (e quindi di intensità) visualizzati su labview al computer, ed è possibile tramite l'Eq. 2 determinare la lunghezza d'onda.

La variazione di Δl viene fornita da un lettore micrometrico con un'incertezza associata di ± 1 μm .

Assumo in questa sezione che l'indice di rifrazione dell'aria sia 1.

Per contare i picchi è stata utilizzata la funzione *findpeaks* di SciPy. Abbiamo fissato la soglia minima sopra alla quale i picchi vengono contati alla media delle intensità misurate e abbiamo verificato l'accuratezza del conteggio visualizzando l'immagine dei picchi al variare di due parametri (Fig. 2): *distance* e *prominance*. Il primo parametro indica la distanza minima che due picchi devono avere per essere conteggiati e impedisce quindi che un picco venga contato due volte mentre il secondo indica quanto il picco emerge rispetto al segnale circostante. Il parametro *prominance* è quello che stabilisce, di volta in volta, la soglia dell'intensità oltre alla quale il picco viene conteggiato ed è quindi il più significativo: abbiamo utilizzato il valore in Fig. 2 - (b).

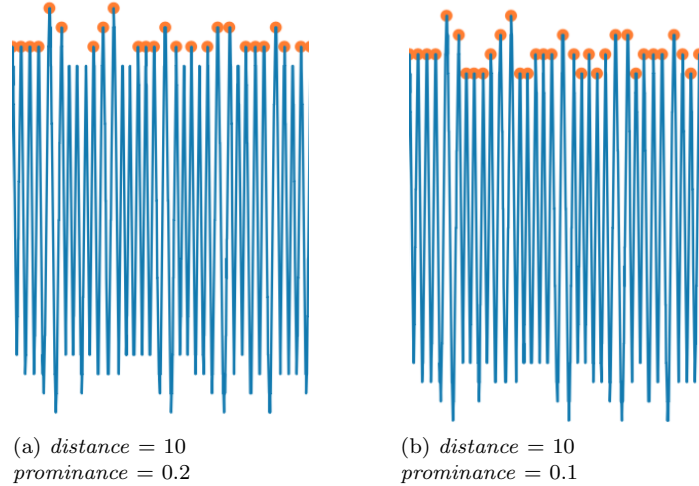


Figura 2: Conteggio dei picchi al variare del parametro *prominance*.

In Fig. 3 riportiamo un grafico in cui viene rappresentata l'intensità in funzione del tempo e dove sono stati individuati i picchi con dei punti arancioni (è possibile ingrandire l'immagine per verificare il conteggio).

Questo procedimento è stato eseguito per i dati acquisiti per ogni lunghezza d'onda. Inoltre, per ciascuna lunghezza è stata acquisita più volte l'intensità in funzione del tempo variando Δl (Tab. 1).

Avendo ottimizzato i parametri della funzione *findpeaks* e controllato che tutti i picchi venissero conteggiati correttamente la maggiore fonte di errore si trova nell'accensione e nello spegnimento del motorino, quindi nel primo e nell'ultimo picco. L'errore è stato stimato a ± 3 frange per questi motivi.

È possibile ottenere il valor medio e la deviazione standard delle $\lambda_{misurata}$ facendo un fit con una funzione costante (Fig. 4 e Tab. 2). La linea tratteggiata indica la deviazione standard dalla media (linea arancione).

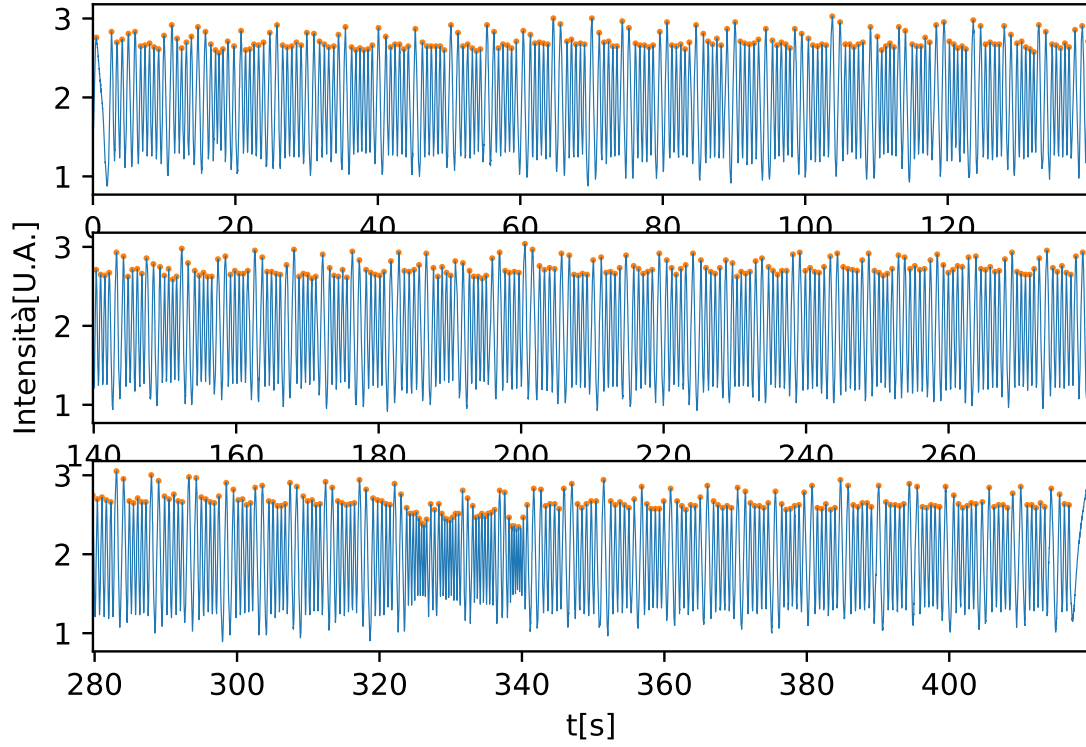
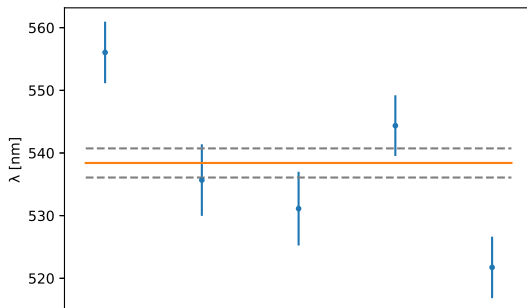


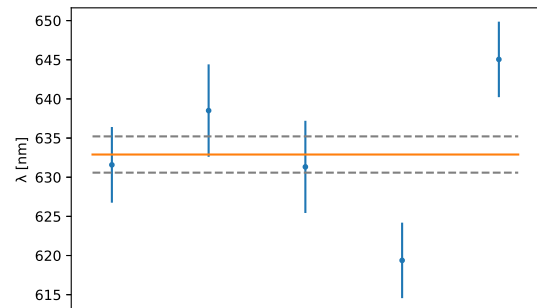
Figura 3: Intensità in funzione del tempo per il laser con λ_1 e $\Delta l = (179 \pm 1)\mu\text{m}$

$\lambda_{nominale}$ [nm]	Δl [μm]	Numero picchi m	$\lambda_{misurata}$ [nm]
633	179	578	620 ± 7
633	179	555	646 ± 7
633	180	570	632 ± 7
633	257	805	638 ± 5
633	256	811	632 ± 5
650	171	523	654 ± 8
650	160	494	646 ± 8
650	233	713	654 ± 6
650	257	788	652 ± 5
532	181	665	544 ± 5
532	186	669	556 ± 5
532	186	713	520 ± 5
532	244	911	534 ± 4
532	256	964	532 ± 4

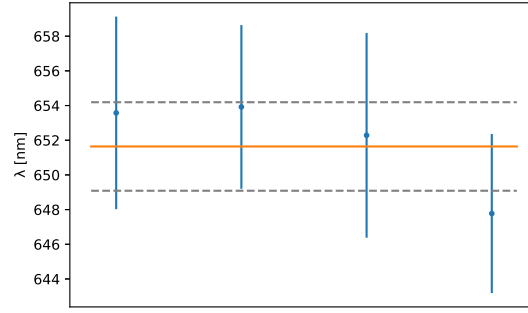
Tabella 1: Misure del numero di picchi al variare di Δl e confronto tra la λ misurata e nominale.



(a) Fit delle lunghezze d'onda a $\lambda_{nom} = 532\text{nm}$.



(b) Fit delle lunghezze d'onda a $\lambda_{nom} = 633\text{nm}$



(c) Fit delle lunghezze d'onda a
 $\lambda_{nom} = 650\text{nm}$

Figura 4: Media e deviazione standard di $\lambda_{misurata}$. La linea tratteggiata indica la deviazione standard dalla media (linea arancione).

λ_{nom} [nm]	λ_{mis} [nm]
532	538 ± 5
633	633 ± 5
650	652 ± 6

Tabella 2: Media e deviazione standard di $\lambda_{misurata}$

Ingrandendo i grafici dell'intensità in funzione del tempo è stato notato come la distanza tra le frange non sia costante. Questo può essere dovuto al motorino che non si muove a velocità v costante. Dato che $\Delta l = v \cdot t$, Δl può variare in intervalli di tempi uguali a causa di un cambiamento della velocità, provocando quindi dall'Eq. 2 un cambiamento del numero di frange.

I tre laser utilizzati hanno caratteristiche diverse tra di loro. Il laser He-Ne è collimato e ha una lunghezza di coerenza maggiore (10 cm) e questo determina una maggiore visibilità dell'interferenza, dato che la differenza dei cammini ottici è dell'ordine del cm, e quindi molto minore; il laser con λ_2 ha basse proprietà di coerenza ma essendo nel verde la risposta dell'occhio umano è migliore, nonostante il pattern risulti essere addensificato perchè la lunghezza d'onda è minore; il laser con λ_3 risulta essere al bordo del visibile (rosso scuro, 700 nm) e si tratta di un laser poco coerente (un ordine di grandezza inferiore rispetto al laser He-Ne) ed è quindi quello più problematico per lo svolgimento dell'esperienza.

4 Allungamento di un piezoelettrico al variare della tensione applicata

La piezoelettricità è la proprietà di alcuni materiali cristallini di deformarsi in maniera elastica quando sono sottoposti ad una tensione elettrica.

Posizionando un materiale piezoelettrico accanto allo specchio M_2 e applicando una tensione ΔV , mentre il piezoelettrico si allunga o si accorcia, si ha uno spostamento Δl dello specchio e quindi uno scorrimento delle frange di interferenza. È possibile determinare l'allungamento o l'accorciamento del piezoelettrico a partire dall'Eq. (2), con $n=1$, conoscendo la lunghezza d'onda del laser (in questa Sezione viene utilizzato il laser He-Ne con $\lambda = 632\text{ nm}$) e misurando m con la stessa procedura della Sezione 3.

Il piezoelettrico si allunga o si accorcia nel passaggio da un certo voltaggio ad un voltaggio successivo, e quindi si ha uno scorrimento di frange in questo intervallo.

In Tab. 3 viene riportata la misura, eseguita con un tester, della tensione applicata V con l'errore associato, il numero di picchi misurato, e il corrispondente allungamento/accorciamento del piezoelettrico calcolato.

Dato che il numero di picchi è sufficientemente basso, è stato attribuito un errore di ± 1 , che si traduce in un errore costante sul Δl .

V [V]	dV [V]	Numero picchi m	Δl [μm]
0.005	0.002	0	0
10.03	0.08	3	0.9 ± 0.3
23.1	0.2	8	2.5 ± 0.3
32.4	0.3	12	3.8 ± 0.3
42.7	0.3	17	5.4 ± 0.3
51.2	0.4	21	6.6 ± 0.3
60.3	0.5	25	7.9 ± 0.3
70.7	0.6	30	9.5 ± 0.3
80.8	0.6	35	11.1 ± 0.3
89.7	0.7	39	12.3 ± 0.3
100.5	0.8	45	14.2 ± 0.3
91.8	0.7	44	13.9 ± 0.3
81.8	0.7	41	13.0 ± 0.3
72.0	0.6	36	11.4 ± 0.3
62.0	0.5	34	10.8 ± 0.3
52.3	0.4	29	9.2 ± 0.3
41.5	0.3	24	7.6 ± 0.3
29.8	0.2	19	6.0 ± 0.3
16.5	0.1	10	3.2 ± 0.3
0.002	0.002	0	0

Tabella 3: Misura della tensione applicata e del numero di picchi e calcolo del Δl .

In Fig. 5 viene rappresentata l'allungamento Δl del materiale in funzione della tensione applicata ΔV . Sono state rappresentate delle spezzate in arancione se uniscono i punti della rampa di salita e in blu per quella di discesa. Da 0 a 100 V si osserva un ciclo di isteresi.

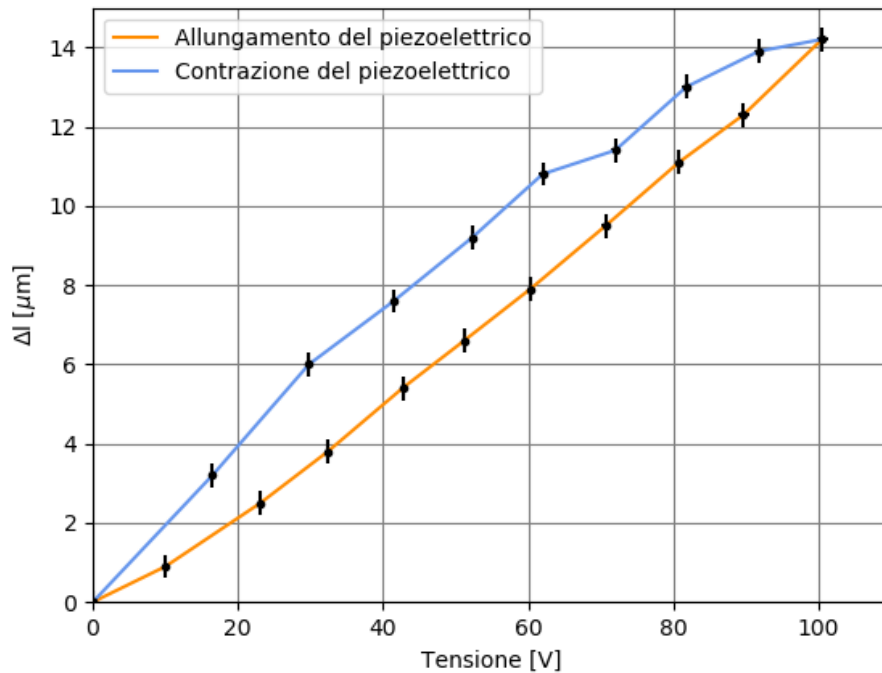


Figura 5: Ciclo di isteresi per il piezoelettrico

È possibile notare come nell'intervallo da 30-60 V si abbia un comportamento lineare. È stato quindi eseguito un fit con la funzione $\Delta l = mV + q$ in quell'intervallo per ottenere la pendenza della curva (Fig. 6).

Il parametro di best fit per la pendenza risulta essere $m = (0.148 \pm 0.001) \mu\text{m}/\text{V}$ nella fase di allungamento del piezoelettrico e $m = (0.149 \pm 0.004) \mu\text{m}/\text{V}$ in quella di contraZIONE.

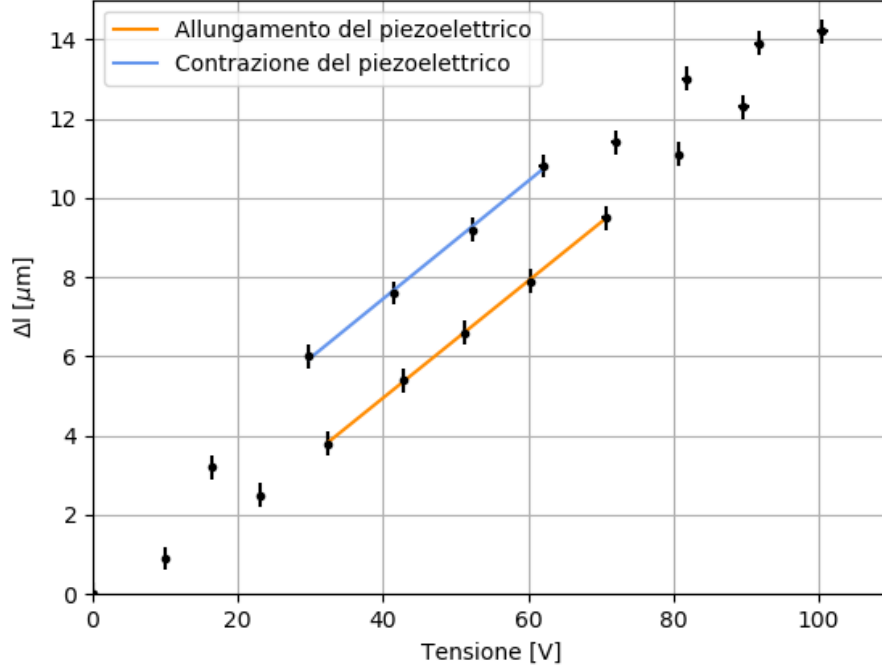


Figura 6: Fit nella zona lineare

5 Misura dell'indice di rifrazione dell'aria

Al fine di misurare l'indice di rifrazione dell'aria l'apparato sperimentale viene modificato inserendo nel braccio dello specchio M_1 dell'interferometro una camera da vuoto che ha una lunghezza, corrispondente allo "spostamento" dello specchio in Eq. 2, di $\Delta l = 5$ cm, misurata con un calibro ventesimale (con un errore di $1/20$ mm), e che può essere attraversata dalla luce. La camera comunica tramite una valvola a spillo V_s con una pompa, che a sua volta ha una valvola V_p che permette la comunicazione tra la pompa e l'ambiente.

Dopo aver fatto il vuoto nella camera tramite la pompa (V_s aperta e V_p chiusa), la pompa viene messa in comunicazione con l'ambiente esterno in modo che l'aria arrivi al suo interno (V_s chiusa e V_p aperta), viene quindi acceso il rivelatore delle frange di interferenza e viene fatta rientrare l'aria lentamente nella camera aprendo V_s .

Dall'Eq. 2 utilizzando come λ la lunghezza d'onda nominale del laser, conoscendo Δl e misurando le frange che scorrono mentre la camera viene riempita d'aria, è possibile esprimere la variazione dell'indice di rifrazione come:

$$n_{aria} - n_{vuoto} = \frac{m\lambda}{2\Delta l}$$

dove n_{aria} e n_{vuoto} sono l'indice di rifrazione iniziale e finale, rispettivamente.

Per il conteggio dei picchi abbiamo utilizzato lo stesso metodo della Sez. 3. Tuttavia, in questo caso il numero di frange è molto ridotto e si possono contare anche ad occhio. In Fig. 7 è raffigurata l'intensità in funzione del tempo, mentre viene riempita la camera, utilizzando il laser He-Ne. Il numero di picchi m , contati ad occhio o con la funzione *findpeaks*, risulta essere $m = 41$. Nel grafico si distingue chiaramente che nel primo e nell'ultimo intervallo di tempo l'intensità è costante probabilmente perchè è stato acceso il rivelatore delle frange, a $t=0$ s, prima di far entrare l'aria nella camera e a $t=95$ s non si ha più una variazione di indice di rifrazione. L'incertezza sulla misura è principalmente attribuita al primo e all'ultimo picco. L'errore che abbiamo stimato, considerando la maggiore facilità di conteggio rispetto alla Sez. 3, è di ± 2 , ottenendo quindi:

$$n_{aria} = 1.00026 \pm 0.00001$$

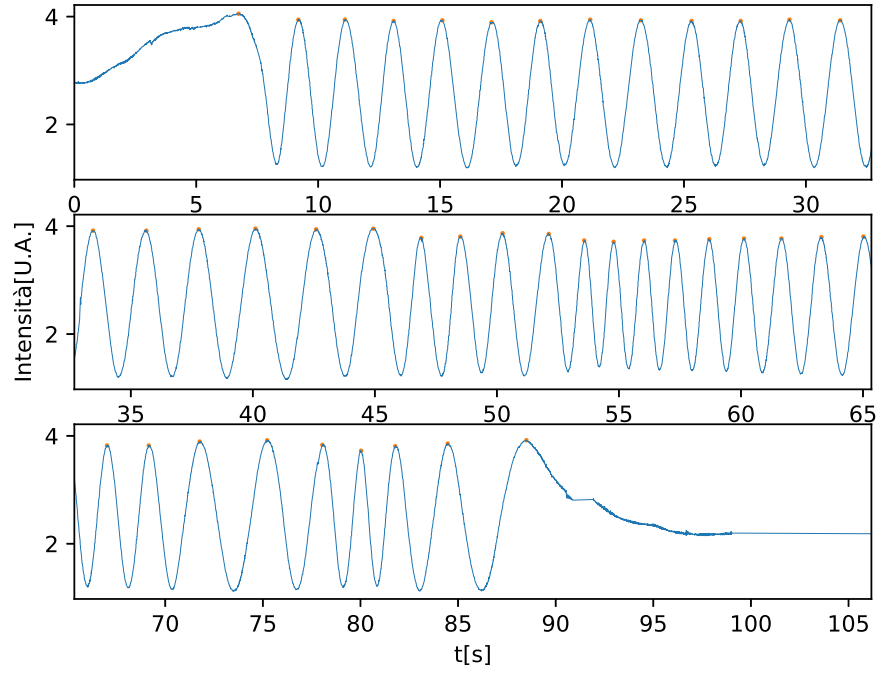


Figura 7: Intensità in funzione del tempo per il laser He-Ne.

Il conteggio dei picchi è stato ripetuto più volte per il laser a He-Ne con $\lambda_1 = 632.8$ nm e per quello con $\lambda_2 = 532$ nm. Le misure sono riportate in Tab. 4.

m per laser He-Ne a 632.8 nm	m per laser a 532 nm
43	51
41	50
44	51
43	50
41	49
42	51

Tabella 4: Conteggio dei picchi per il laser con $\lambda_{1,2}$.

Prendendo come valore centrale per il numero di frange la media delle misure per ciascun laser e come errore la deviazione standard, utilizzando il valore nominale per la lunghezza d'onda dei due laser e conoscendo Δl è stato determinato l'indice di rifrazione dell'aria.

Per il laser a 532 nm : $n_{aria} = 1.000271 \pm 0.000005$;

Per il laser a 633 nm : $n_{aria} = 1.000268 \pm 0.000007$.

I risultati sono compatibili con l'indice di rifrazione dell'aria contenuto nel database The Refractive Index: $n_{aria} = 1.00027717$, considerando che le condizioni in cui è stata fatta la misura possono differire da quelle riportate sul database, "per aria secca a 15 C, 101.325 kPa e con 450 ppm CO2 contenuto".