

Oscillazioni accoppiate

Francesco Sacco, Francesco Tarantelli e Sucameli Giovanni

1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo di questa esperienza è lo studio del moto di due pendoli accoppiati ed in particolare del fenomeno dei battimenti.

2 Cenni teorici

Innanzitutto consideriamo il pendolo singolo. Dalla teoria sappiamo che il valore della pulsazione angolare ω_0 è :

$$\omega_0 = \sqrt{mgl/I} \quad (1)$$

dove m , l e I sono rispettivamente la massa del pendolo, la distanza Il sistema da studiare è formato da due pendoli uguali "accoppiati" attraverso una molla di costante elastica k . La forza che accoppia i due pendoli è :

$$F_k = -k(a\sin(\theta_2) - a\sin(\theta_1) - l_0) \quad (2)$$

Esso è dunque un sistema di equazioni che si diagonalizza per trovare le soluzioni. Il moto del sistema non è in generale armonico ma esistono due configurazioni iniziali (corrispondenti ai modi normali di oscillazione) per cui il moto di entrambi i pendoli è armonico : quella in cui si muovono in fase e quella in cui si muovono in controfase.

Nell'oscillazione in fase i due pendoli sono inizialmente spostati nello stesso verso e della stessa ampiezza e vengono lasciati andare contemporaneamente. In queste condizioni la molla non viene sollecitata e dunque $\omega_f \cong \omega_0$, dove ω_f indica la frequenza di oscillazione dei due pendoli in fase e ω_0 la frequenza naturale (o di risonanza) del pendolo.

Nell'oscillazione in controfase i due pendoli vengono spostati del verso opposto e di uguali ampiezze e di nuovo vengono lasciati andare contemporaneamente. In queste condizioni la molla viene sollecitata in maniera simmetrica dai due pendoli cambiandone la frequenza di oscillazione $\omega_c > \omega_f$, dove ω_c indica la frequenza dei pendoli in controfase.

Per ottenere i battimenti spostiamo un pendolo dalla sua posizione di equilibrio mantenendo il secondo fermo e lasciamo oscillare il sistema. Si ricava che il moto risultante dato da :

$$x(t) = A_0 [\cos(\omega_f t + \phi_1) + \cos(\omega_c t + \phi_2)] \quad (3)$$

o, per le formule di prostaferesi

$$x(t) = 2A_0 \cos \left[\frac{(\omega_c + \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 + \phi_1)}{2} \right] \cos \left[\frac{(\omega_c - \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{2} \right] \quad (4)$$

L'oscillazione risultante ha quindi una pulsazione angolare portante

$$\omega_p = \frac{(\omega_c + \omega_f)}{2} \cong \omega_c, \omega_f \quad (5)$$

ed è *modulata* da un'onda sinusoidale di pulsazione angolare molto più piccola

$$\omega_b = \frac{(\omega_c - \omega_f)}{2} \ll \omega_c \quad (6)$$

In realtà il moto dei nostri pendoli è smorzato dall'attrito viscoso dell'acqua e dunque si può dimostrare che il nostro modello diventa:

$$x(t) = e^{-\frac{\tau}{t}} 2A_0 \cos \left[\frac{(\omega_c + \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 + \phi_1)}{2} \right] \cos \left[\frac{(\omega_c - \omega_f)t}{2} + \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{2} \right] \quad (7)$$

3 Apparato sperimentale e strumenti

3.1 Materiali a disposizione

- Due pendoli accoppiati attraverso una molla;
- Uno smorzatore (galleggiante da pesca);
- Sistema di acquisizione per registrare la posizione di ciascun pendolo in funzione del tempo.

3.2 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale si compone di due pendoli uguali avente una punta immersa in una piccola vaschetta d'acqua a cui è applicata una differenza di potenziale di 5V. Il sistema di acquisizione (sfruttando il fatto che la variazione di tensione lineare lungo la vaschetta) registra la posizione dei due pendoli ad unit di tempo fissate in un opportuno file di testo. Nel centro di massa dei due pendoli è presente un opportuno aggancio per la molla. Nella figura sottostante è possibile vedere uno schema dell'apparato sperimentale.

4 Descrizione delle misure

Il file di testo del sistema di acquisizione è suddiviso in due colonne, contenenti la posizione ed il tempo dell' acquisizione. Abbiamo effettuato la

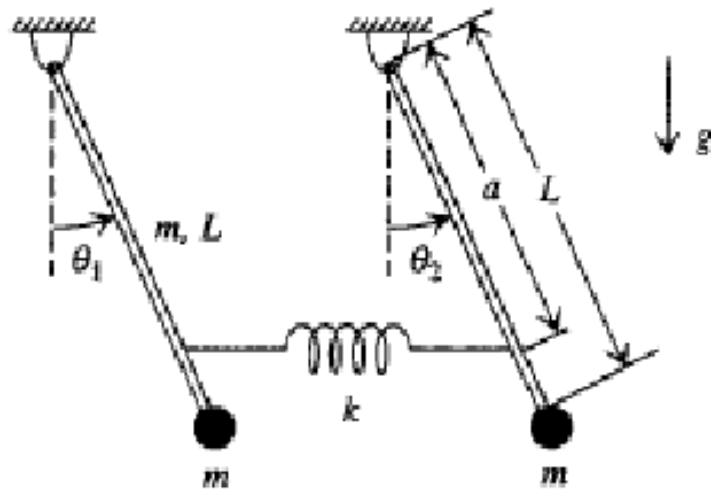


Figure 1: Schema dell'apparato sperimentale

misura della lunghezza del pendolo (per confrontare i risultati ottenuti con il valore teorico) e la misura della lunghezza della vaschetta piena d'acqua.

5 Analisi dei dati

6 Conclusioni