Oscillazioni accoppiate

Francesco Tarantelli, Francesco Sacco, Giovanni Sucamelo

3 Aprile 2017

1 Scopo dell'esperienza

lo scopo di questa esperienza é lo studi del moto di due pendoli accoppiati e, in particolare, del fenomeno dei battimenti

2 Cenni Teorici

2.1 Pendolo singolo

In questa prima parte si cerca di verificare semplicemente che la pulsazione angolare ω_o del pendolo fisico senza attrito sia uguale a

$$\omega_o = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \tag{1}$$

In seguito con lo smorzatore si ÃÍ stimato il decadimento τ dell'ampiezza si oscillazione

$$\theta_o(t) = \theta_o(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2}$$

2.2 Oscillazioni in fase e in controfase

Nelle oscillazioni in fase e in controfase si é in sostanza verificato l'equazione del moto dei pendoli nei due modi normali ottenuti dal sistema per un pendolo semplice:

$$\begin{cases} mx_1'' = -\frac{mg}{l}x_1 + k(x_2 - x_1) - \frac{m}{\tau}x_1' \\ mx_2'' = -\frac{mg}{l}x_2 - k(x_2 - x_1) - \frac{m}{\tau}x_2' \end{cases} \tag{3}$$

che equivale a:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \mathbf{q}'' = -\begin{bmatrix} \frac{mg}{l} + k & -k \\ -k & \frac{mg}{l} + k \end{bmatrix} \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \frac{m}{\tau} & 0 \\ 0 & \frac{m}{\tau} \end{bmatrix} \mathbf{q}' \tag{4}$$

dove q=$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. La soluzione generale di questa equzione puó essere scritta nella forma:

$$x(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}[\cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sin(\omega_2 t + \phi_2)] \tag{5}$$

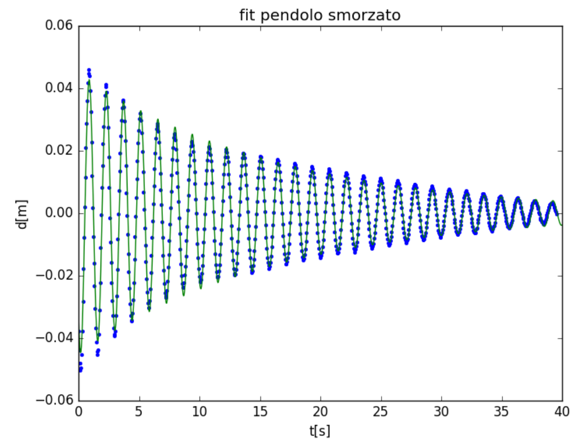
in particolare trascurando l'attrito, ω_1 e ω_2 sono uguali alle pulsioni angolari dei modi normali ($\omega^2_{fase} = \frac{g}{l}\omega^2_{contro} = \frac{g}{l} + 2\frac{k}{m}$). L'equazione 5 é molto importante perché viene utilizzata per descrivere i battimenti.

3 Apparato sperimentale

- Due pendoli
- Molla
- Due smorzatori
- Sistema di acquisizione

4 Analisi dati

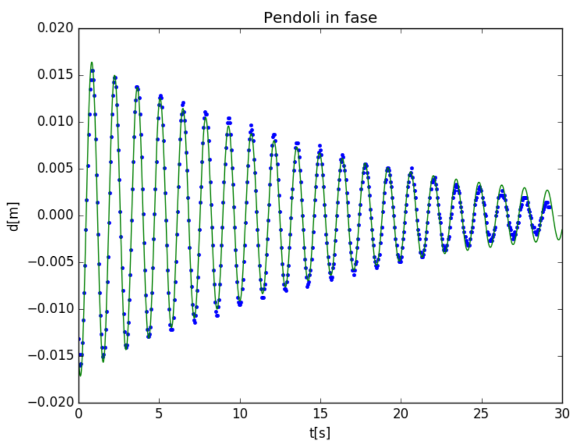
Per prima misurazione abbiamo analizzato il moto di un pendolo con galleggiante per trovare la costante di smorzamento τ



Dati	Parametri ottimali
τ	$16,24 \pm 0,02$
A_0	$4,52 \pm 6,01(10^{-8})$m
ω	$4,42 \pm 2,7(10^{-7})\mathrm{s}^{-1}$
ϕ	$3,94 \pm 3,16$

Si osservi che i punti sperimentali non seguono perfettamente una curva esponenziale, poiché il modello teorico non tiene in considerazione distubi esterni come l'attrito del perno e rumore esterno, e a causa di ció il chi quadro risulta enorme, tuttavia la precisione sull'ampiezza e sul periodo é comunque parecchio elevata

In seguito abbiamo raccolto i dati degli oscillatori in fase, come si puó notare ω che τ sono praticamente uguali a quelli dell'oscillatore singolo, questo perché la molla resta alla sua posizione di riposo e quindi é come se non ci fosse



Dati	Parametri ottimali
τ	$15,72 \pm 0,02$
A_0	$17,29 \pm 6,75(10^{-7})$cm
ω	$4,17 \pm 2,41(10^{-5})\mathrm{s}^{-1}$
ϕ	$4,45 \pm 2,63(10^{-7})$