

Oscillazioni accoppiate

Francesco Tarantelli, Francesco Sacco, Giovanni Sucamelo

3 Aprile 2017

1 Cenni Teorici

1.1 Pendolo singolo

In questa prima parte si cerca di verificare semplicemente che la pulsazione angolare ω_o del pendolo fisico senza attrito sia uguale a

$$\omega_o = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \quad (1)$$

In seguito con lo smorzatore si Ã stimato il decadimento τ dell'ampiezza si oscillazione

$$\theta_o(t) = \theta_o(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

1.2 Oscillazioni in fase e in controfase

Nelle oscillazioni in fase e in controfase si Ã© in sostanza verificato l'equazione del moto dei pendoli nei due modi normali ottenuti dal sistema per un pendolo semplice:

$$\begin{cases} mx_1'' = -\frac{mg}{l}x_1 + k(x_2 - x_1) - \frac{m}{\tau}x_1' \\ mx_2'' = -\frac{mg}{l}x_2 - k(x_2 - x_1) - \frac{m}{\tau}x_2' \end{cases}$$

che equivale a:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \mathbf{q}'' = - \begin{bmatrix} \frac{mg}{l} + k & -k \\ -k & \frac{mg}{l} + k \end{bmatrix} \mathbf{q} - \begin{bmatrix} \frac{m}{\tau} & 0 \\ 0 & \frac{m}{\tau} \end{bmatrix} \mathbf{q}'$$

dove $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. La soluzione generale di questa equazione puÃ² essere scritta nella forma:

$$x(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} [\cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sin(\omega_2 t + \phi_2)] \quad (3)$$

in particolare trascurando l'attrito, ω_1 e ω_2 sono uguali alle pulsioni angolari dei modi normali ($\omega_{fase}^2 = \frac{g}{l}\omega_{contro}^2 = \frac{g}{l} + 2\frac{k}{m}$). L'equazione 3 Ã© molto importante perchÃ© viene utilizzata per descrivere i battimenti.