

Pendolo quadrifilare

Francesco Tarantelli, Francesco Sacco, Giovanni Sucameli

4 aprile 2017

1 Scopo dell'esperienza

L'esperienza verte sullo studio del moto di un pendolo e della dipendenza del periodo dall'ampiezza dell'oscillazione.

2 Cenni teorici

Le forze tangenti al cavo che agiscono sul pendolo sono descritte dalla seguente equazione:

$$l\ddot{\theta} = g \sin \theta \quad (1)$$

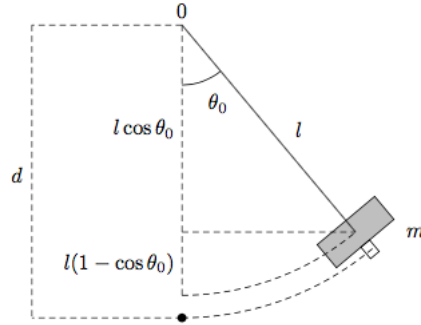
dove m é la massa del pendolo, l é la lunghezza del cavo, θ é l'angolo formato con la normale a pavimento e g é l'accelerazione di gravità

Sviluppando l'equazione 1 in serie di Taylor si ottiene l'equazione approssimata del periodo T :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{CM}}{g}} \left(1 + \frac{1}{16} \theta_0^2 + \frac{11}{3072} \theta_0^4 + \dots \right) \quad (2)$$

3 Materiale a disposizione

- Pendolo quadrifilare con bandierina
- Metro a nastro (risoluzione di 1mm)
- Traguardo ottico
- Dispositivo di acquisizione dati



4 Descrizione delle misure

Attraverso il programma arduino, si sono presi i valori dei tempi di transito t_T nella posizione con $\theta = 0$ della bandierina di larghezza $\omega = (0.0210 \pm 0.0005)m$ posta al centro ad una distanza $d = (1.16 \pm 0.01)m$ dal punto di rotazione del corpo e le misure del periodo T di oscillazione. Con questi dati si é reso possibile calcolare la velocità media del centro di massa del corpo (posto ad una distanza l_{CM}) nel punto di equilibrio e, successivamente, ricavare l'ampiezza dell'oscillazione per verificare la validità dell'equazione (2). (Si sottolinea che il pendolo fisico può essere approssimativamente trattato come un pendolo semplice a distanza l_{CM} dal punto di rotazione).

5 Analisi Dati

Ottenuti i dati con arduino, si é utilizzata la seguente equazione: $v_o = \frac{\omega}{t_T} \frac{l_{CM}}{d}$ per calcolare la velocità del centro di massa con cui si é poi calcolato l'ampiezza iniziale di oscillazione θ_o con la seguente espressione: $\theta_o = \arccos(1 - \frac{v_o^2}{2gl_{CM}})$. Poi con il modulo curve-fit di scipy.optimize di Python si é fatto il fit lineare con la funzione (2) con θ_o la variabile indipendente, il periodo T la variabile dipendente, i parametri liberi i coefficienti $p_1 = \frac{1}{16}$, $p_2 = \frac{11}{3072}$ e l_{CM} , senza mettere gli errori sulla T in quanto tutti uguali a 0.00007 s. Importante notare che gli errori su T non sono gaussiani, ma hanno distribuzione uniforme.

Tabella 1: Risultato del fit lineare con curve-fit

$l_{CM} = (1.1266 \pm 0.0001)m$
$p_1 = 0.064 \pm 0.002$
$p_2 = -0.022 \pm 0.027$
Chisquare = 11.6
Chisquare atteso : 14.0 ± 3.3

Si nota immediatamente che a causa degli errori troppo elevati su T il coefficiente p_2 non può essere assolutamente ricavato attraverso questi dati in quanto troppo 'grossolani', del resto si sta cercando di rilevare un contributo di $o(\theta^3)$. Con questi valori si è poi realizzato un grafico della retta di best fit confrontata con i valori ottenuti per via sperimentale.

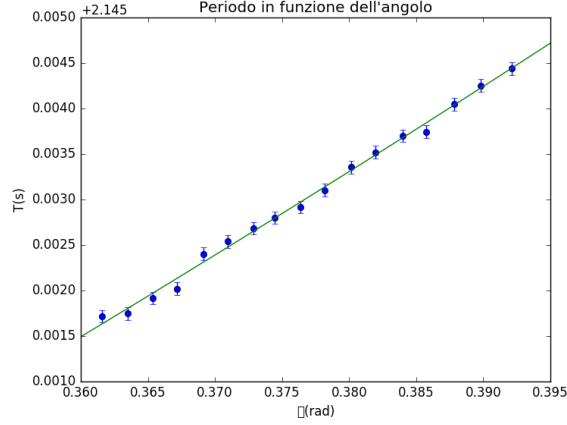


Figura 1: Retta di best fit (in verde) e valori sperimentali (in blu)

6 Conclusione

Dal test del chisquare si nota immediatamente che il χ^2 ottenuto dista meno di una sigma dal valore atteso corrispondente ai gradi di libertà del problema. Di conseguenza il p-value ricavato pari a 36% risulta molto buono e ci assicura che la probabilità di ottenere un valore estremo rispetto a quello trovato è molto alta. L'unico problema di questo fit è che a causa di errori di misura sul periodo T molto elevati, il coefficiente p_2 non può essere ricavato con questo fit, anche se molto buono.