Usi non lineari dell'OpAmp

Francesco Sacco, Lorenzo Cavuoti

Novembre 2015

1)

a. Abbiamo collegato il circuito e alimentato a $\pm 15V$, i componenti, misurati con il multimetro digitale, risultano:

- $C_T = 0.95 \pm 0.04nF$
- $C_F = 1.02 \pm 0.04nF$
- $R_1 = 99.7 \pm 0.8k\Omega$
- $R_2 = 99.3 \pm 0.8\Omega$
- $C_1 = 21.0 \pm 0.9nF$

Il potenziomentro è stato regolato in modo da produrre una tensione $V_P = 184.3 \pm 0.9mV$ misurata con il multimetro digitale

b. Per spiegare il circuito dell'amplificatore di carica è meglio analizzarlo con i suoi due sotto-circuiti separatamente, e poi vedere come si incastrano assieme.

Il primo sottocircuito è quello che è collegato al voltaggio in ingresso V_S, esso si può vedere nella figura , risolvere il circuito equivale a risolvere questo sistema di 3 equazioni

$$\begin{cases} V_S - V_- = \frac{Q_T}{C_T} \\ V_- - V_{sh} = I_1 R_1 \\ V_- - V_{sh} = \frac{Q_F}{C_F} \end{cases} \tag{1}$$

Derivando rispetto al tempo la prima e la terza equazione, supponendo che $\frac{dV_s}{dt} = 0$[1], e imponendo che $V_{sh} = AV_-$ si ottiene

$$\begin{cases} \frac{dV_-}{dt} = -\frac{I_T}{C_T} \\ (1+A)V_- = I_1 R_1 \\ (1+A)\frac{dV_-}{dt} = \frac{I_F}{C_F} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{dV_-}{dt} = -\frac{I_1 + I_F}{C_T} \\ I_F = C_F(1+A)\frac{dV_-}{dt} \\ I_1 = \frac{1+A}{R_1}V_- \end{cases}$$

[1] visto che è un'onda quadra possiamo supporre di interessarci al circuito nei punti in cui l'onda quadra è costante

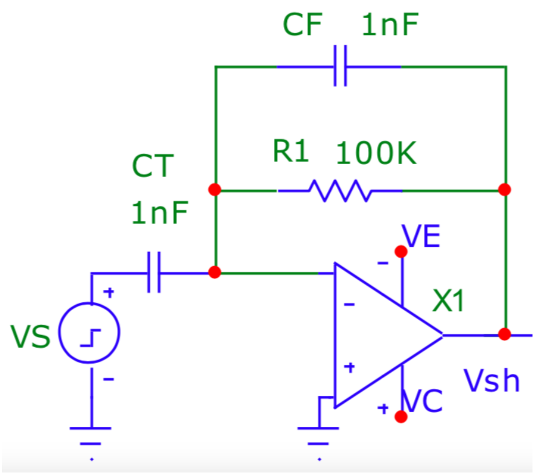

Figura 1: sotto-circuito 1

Passando dal primo sistema all'altro ho usato che $I_T = I_1 + I_F$, sostituendo I_1 e I_F nella prima equazione si ottiene che

$$\frac{dV_-}{dt} = \frac{1}{C_T}\left[C_F(1+A)\frac{dV_-}{dt} + \frac{1+A}{R_1}V_-\right]$$

$$\frac{dV_-}{dt}\left[\frac{C_T}{1+A} + C_F\right] = -\frac{V_-}{R_1}$$

Nel limite in cui A è molto grande possiamo considerare $\frac{C_T}{1+A} \approx 0$, quindi l'equazione di prima diventa

$$\frac{dV_-}{dt} \approx -\frac{V_-}{C_F R_1} \qquad A\frac{dV_-}{dt} \approx -A\frac{V_-}{C_F R_1} \qquad \frac{dV_{sh}}{dt} \approx -\frac{V_{sh}}{C_F R_1}$$

Quindi si ottiene dal primo sottocircuito che

$$V_{sh}(t) = V_{sh}(0)e^{-t/C_F R_1}$$

Per determinare quanto vale il parametro $V_{sh}(0)$ basta immaginare il generatore del gradino i potenziale V_S e il capacitore C_T come un iniettore di carica, la carica che arriva al circuito non appena V_S passa dal voltaggio negativo a quello positivo è $2V_S C_T$, essa sarà la stessa quantità di carica presente ai capi del capacitore C_F, quindi il voltaggio $V_{sh}(t=0) = 2V_S\frac{C_T}{C_F}$

$$V_{sh}(t) = 2V_S\frac{C_T}{C_F}e^{-t/C_F R_1} \tag{2}$$

E questo è come funziona il primo sottocircuito.

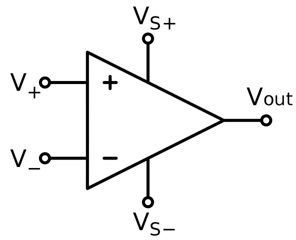

Figura 2: Un OpAmp

Prima di spiegare direttamente il secondo sottocircuito è meglio dare un paio di informazioni parecchio approssimative sull'OpAmp.
L'OpAmp è un dispositivo a 5 terminali, per indicare il voltaggio in ciascun terminale useremo la convenzione dell'immagine
L'OpAmp è in grado di amplificare il segnale per bene solo se $V_{S-} < A(V_+ - V_-) < V_{S+}$, se per caso $A(V_+ - V_-) > V_{S+}$, l'amplificatore porta V_{out} al massimo voltaggio che può dare, cioè V_{S+}, e se $A(V_+ - V_-) < V_{S-}$ $V_{out} = V_{S-}$.

Essendo A molto grande basta una differenza di potenziale molto piccola ai capi dei terminali $+$ e - per mandare l'OpAmp a V_{S+} e V_{S-}, questo viene usato per dire in modo binario se un voltaggio è maggiore di un'altro voltaggio, infatti se $A|V_+ - V_-| >> 1$ si ha che $V_{out} = V_{S+}$ se $V_+ > V_-$ e $V_{out} = V_{S-}$ se $V_+ < V_-$.

Adesso che sappiamo ciò possiamo spiegare il secondo sottocircuito: Il secondo sotto circuito si può vedere nella figura , il terminale positivo è collegato a V_{sh} attraverso una resistenza di 100Ω, quindi visto che la corrente che passa per il terminale positivo è circa zero possiamo assumere che la differenza di potenziale ai capi sia trascurabile.
Chiamerò V_P[2] il potenziale che entra nel terminale negativo dell'OpAmp, esso è possibile regolarlo grazie al potenziometro che funge da partitore di tensione. Essendo (quasi sempre) $A|V_{sh} - V_P| >> 1$ si ha che

$$\begin{cases} V_{discr} = V_C \text{ se } V_{sh} > V_P \\ V_{discr} = V_E \text{ se } V_{sh} < V_E \end{cases} \tag{3}$$

Unendo i due sottocircuiti come in figura si uniscono i risultati dei paragrafi precedenti:

$$V_{sh} = V_{sh}(0)e^{-t/C_F R_1} \qquad \text{e} \qquad \begin{cases} V_{discr} = V_C \text{ se } V_{sh} > V_P \\ V_{discr} = V_E \text{ se } V_{sh} < V_E \end{cases} \tag{4}$$

Se si vuole ricavare per quanto tempo $V_{discr} = V_C$ basta risolvere rispetto al

[2]P sta per potenziometro

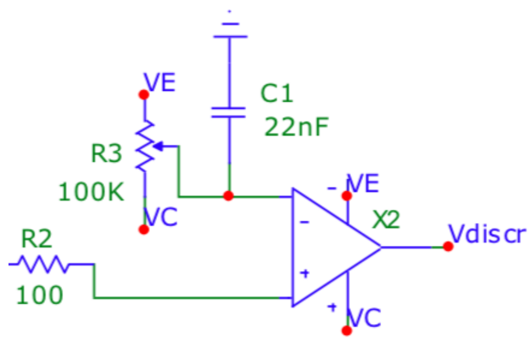

Figura 3: secondo sotto-circuito

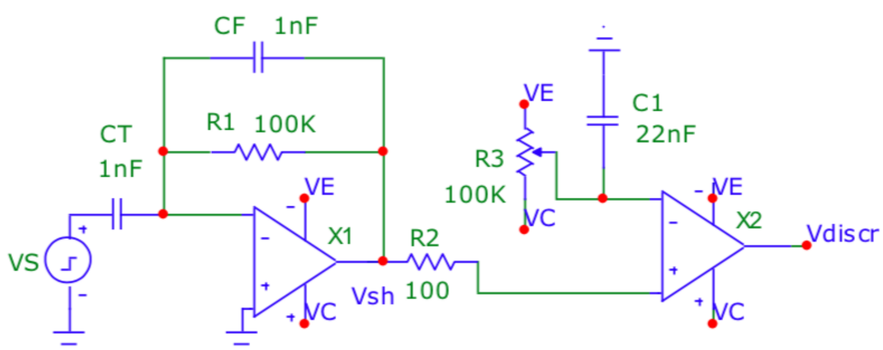

Figura 4: Circuito

tempo $V_{sh} > V_P$, quindi

$$V_{sh}(0)e^{-t/C_F R_1} > V_P \qquad -\frac{t}{C_F R_1} > \ln\left(\frac{V_P}{V_{sh}(0)}\right) \qquad t < C_F R_1 \ln\left(\frac{2V_S C_T}{V_P C_F}\right) \tag{5}$$

c. Per vedere la relazione tra durata del segnale in uscita e ampiezza del segnale in ingresso abbiamo tenuto $V_P = 184.3 \pm 0.9mV$ costante e abbiamo fatto variare l'ampiezza V_S, i dati raccolti sono mostrati in tabella . E' stato fatto anche un fit dei dati con la funzione $t = a\log(bx)$ lasciando a e b come parametri di fit (figura), per il fit non si sono considerati i punti in cui la durata del segnale in uscita è nulla, ovvero non è presente un segnale, in quanto questi punti vanno a formare una retta t=0 e non ha neanche senso parlare di durata del segnale di uscita.
Il fit è stato fatto con absolute-sigma=False in quanto gli errori non sono statistici, i parametri risultano $a = (102.7 \pm 0.4)\mu s$ $b = 8.02 \pm 0.09V^{-1}$ con un $\chi^2_{ridotto} = 0.036$, il chi quadro risulta basso probabilmente a causa della sovrastima degli errori di misura del voltaggio con l'oscilloscopio. Confrontando i parametri ottenuti con la teoria si ottiene che $a = (101.6 \pm 4.2)\mu s$ e $(b = 10.1 \pm 0.5)V^{-1}$. a è compatibile con i dati sperimentali, mentre b non tanto...

V_S[V]	$t[\mu s]$
(63.2 ± 0.3)m	0
0.200 ± 0.001	0
0.412 ± 0.002	$(1.23 \pm 0.01) \times 10^2$
1.34 ± 0.007	$(2.44 \pm 0.01) \times 10^2$
3.32 ± 0.02	$(3.36 \pm 0.02) \times 10^2$
9.52 ± 0.05	$(4.46 \pm 0.02) \times 10^2$

Tabella 1: Durata del segnale in uscita in funzione dell'ampiezza di V_S

Facendo variare la tensione fornita dal potenziometro V_P abbiamo misurato la minima tensione V_S richiesta per avere un segnale V_{discr}, le misure sono riportate in . Abbiamo anche eseguito un fit dei dati ottenuti con la funzione $f = a * x + b$ usando absolute-sigma=False, i parametri ottimali risultano $a = 1.06 \pm 0.01$ $b = 0.012 \pm 0.004V$ con un $\chi^2_{ridotto} = 0.09$, il chi quadro risulta basso probabilmente a causa della sovrastima degli errori di misura del voltaggio con l'oscilloscopio.

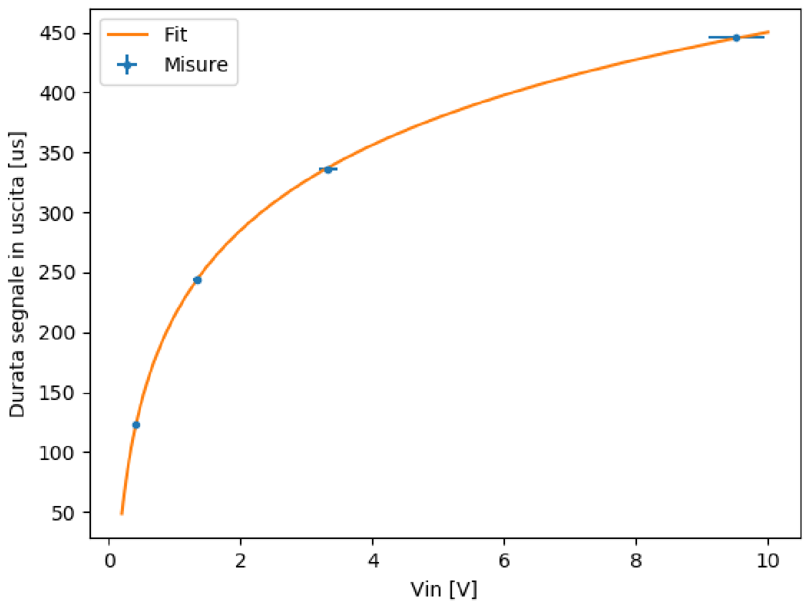

Figura 5: Fit della durata del segnale in uscita in funzione dell'ampiezza V_S

V_P[V]	V_{Smin}[V]
(184.3 ± 0.9)m	(208 ± 1)m
0.308 ± 0.002	0.338 ± 0.002
0.49 ± 0.003	0.54 ± 0.003
0.937 ± 0.005	1.02 ± 0.005
1.823 ± 0.009	1.92 ± 0.01

Tabella 2: Tensione minima per avere un segnale V_{Smin} in funzione di V_P

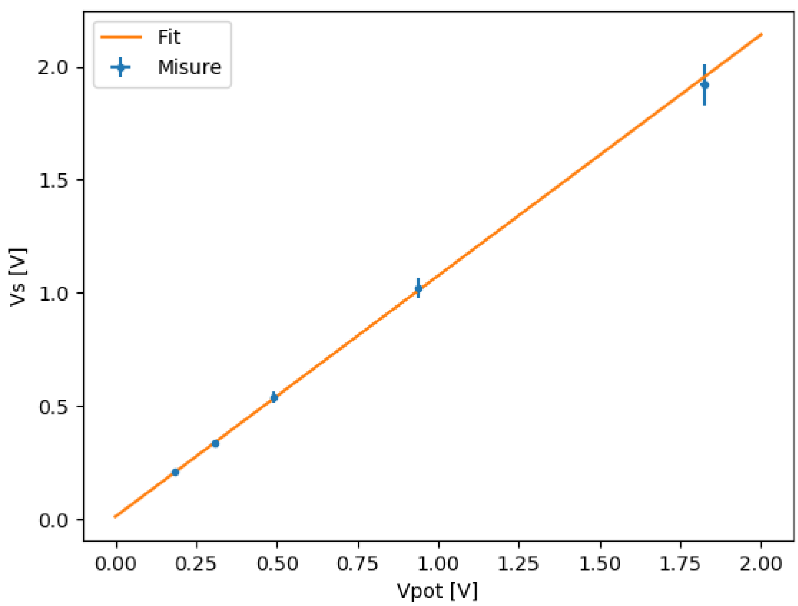

Figura 6: Fit della tensione minima per avere un segnale V_{Smin} in funzione di V_P

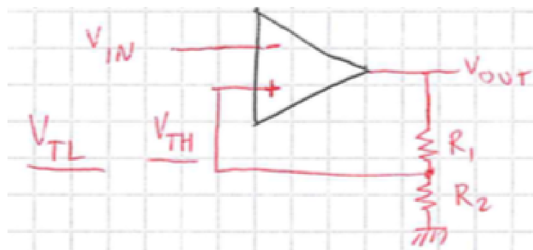

Figura 7: Trigger di Schmitt

2)

a. Partiamo dalle seguenti informazioni riguardanti il trigger di Schmitt (immagine): esso è uno squadratore d'onda, che funziona nel seguente modo:

$$\begin{cases} V_{out} = V_{CE} \text{ se } V_- > \frac{V_{CC}}{1+R_1/R_2} \\ V_{out} = V_{CC} \text{ se } V_- < \frac{V_{CE}}{1+R_1/R_2} \\ \text{se } \frac{V_{CE}}{1+R_1/R_2} < V_- < \frac{V_{CC}}{1+R_1/R_2} \text{ allora } V_{out} \text{ assume l'ultimo valore assunto} \end{cases} \tag{6}$$

Il multivibratore astabile è mostrato in figura , esso è un trigger di Schmitt con due diodi zener che limitano $-V_{br} < V_{out} < V_{br}$, dove V_{br} è il voltaggio di breakdown degli zener. Inoltre grazie al passa-basso V_- si carica dello stesso segno di V_{out}, ciò porta V_- a raggiungere V_+.
Una volta che ciò succede, V_+ cambia di segno, e V_- insegue V_+, tutto ciò crea un fenomeno oscillatorio.
Il sistema che descrive il circuito è questo

$$\begin{cases} V_{out} - V_- = IR \\ V_{out} - V_+ = I_1 R_1 \\ V_+ = I_1 R_2 \\ Q/C = V_- \end{cases} \qquad \begin{cases} V_{out} - V_- = IR \\ \frac{V_{out}}{V_+} = \frac{R_1}{R_2} + 1 \equiv \alpha \\ V_+ = I_1 R_2 \\ \frac{dV_-}{dt} = \frac{V_{out} - V_-}{RC} \end{cases} \tag{7}$$

Supponiamo che a $t = 0$ $V_{out} = V_{th}$ e $V_- = -\frac{V_{th}}{\alpha}$, risolvendo l'ultima equazione del secondo sistema si ottiene che[3]

$$V_- = V_{th}\left[1 - \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)e^{-t/RC}\right]$$

Per trovare il periodo dell'oscillazione basta imporre che

$$V_- = V_{th}\left[1 - \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)e^{-t/RC}\right] = \frac{V_{th}}{\alpha}$$

[3] Viceversa se a $t = 0$ $V_{out} = -V_{th}$ e $V_- = \frac{V_{th}}{\alpha}$ si ottiene $V_- = -V_{th}\left[1 - \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)e^{-t/RC}\right]$

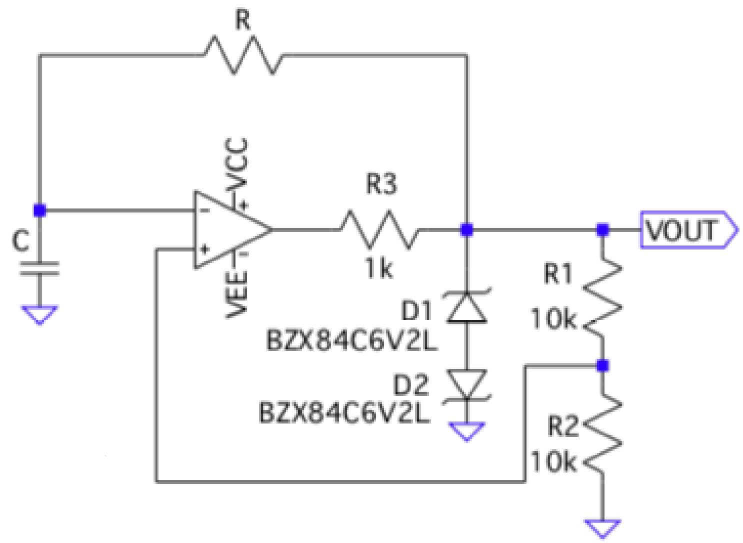

Figura 8: Multivibratore astabile

risolvendo per t, e moltiplicanto per due equivale a trovare il periodo

$$-(1+\alpha)e^{-t/RC} = 1-\alpha \qquad -\frac{t}{RC} = \ln\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \qquad t = \frac{\ln}{RC}\left(1+2\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$T = \frac{2}{RC}\ln\left(1+2\frac{R_2}{R_1}\right) \tag{8}$$