

Fondamenti di Calcolo Numerico

PROGETTO 1: scadenza per la consegna **6 Aprile 2023 - Voto massimo : 3/30**

Nota 1: salvare le risposte alle domande evidenziate in grassetto all'interno di un file pdf denominato:

`Soluzione_Progetto_1_Cognome_Codice_6cifre.pdf`

dove `Codice_6cifre` è il vostro numero identificativo personale composto da 6 cifre.

Nota 2: per risolvere numericamente gli esercizi proposti nel seguito, si suggerisce di creare uno script all'interno di una cartella nel vostro file system personale, e di salvarlo con il nome

`Progetto_1.m`

1 Analisi circuitale: modello matematico (valutazione massima: 1/30)

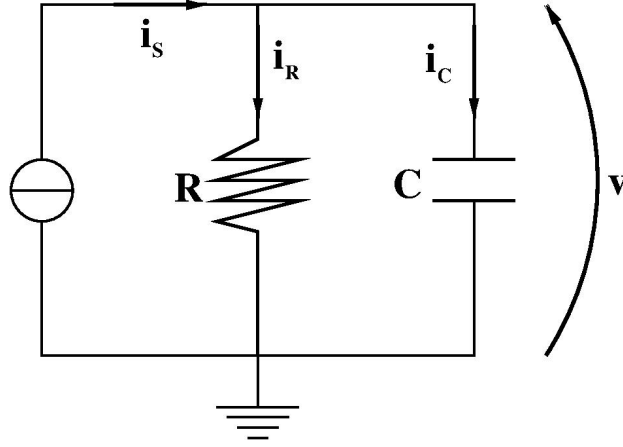


Figure 1: Schema elettrico del circuito RC parallelo pilotato in corrente.

Si consideri il circuito RC parallelo rappresentato nella Figura 1. La corrente i_S erogata dal generatore è la seguente forma d'onda a gradino:

$$i_S(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ \bar{I}_S & 0 \leq t \leq T, \end{cases}$$

dove \bar{I}_S è misurata in Ampere (A) e il tempo t è misurato in secondi (s). Si assuma che la tensione $v(t)$ ai capi del condensatore per $t < 0$ sia pari a v_0 (misurata in Volt (V)).

1. Verificare che la tensione $v(t)$ e la corrente $i_C(t)$ hanno le seguenti espressioni:

$$v(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty)e^{-t/\tau} \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

$$i_C(t) = -\frac{C}{\tau} (v_0 - v_\infty) e^{-t/\tau} \quad 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

dove $v_\infty = R\bar{I}_S$ e $\tau = RC$.

2. Scrivere i passaggi per la verifica delle relazioni (1) e (2) nella sezione intitolata "1. Modello matematico" del file

Soluzione_Progetto_1_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

[voto: 1/30]

2 Analisi circuitale, implementazione e visualizzazione (valutazione massima: 1/30)

1. Assegnare i seguenti valori dei parametri del circuito:
 - (a) $v_0 = 0V$;
 - (b) $\bar{I}_S = 1\mu A$;
 - (c) $R = 2K\Omega$;
 - (d) $C = 1\mu F$;
 - (e) $T = 20ms$.
2. Definire un vettore colonna \mathbf{t} contenente gli istanti temporali tra $t = 0$ e $t = T$ con una spaziatura di $T/1000s$.
3. Calcolare il valore della tensione $v(t)$ ad ogni istante di tempo usando la formula (1).
4. Plottare $v = v(t)$ in una figura contenente:
 - (a) una linea continua di colore blu per $v = v(t)$;
 - (b) etichette sugli assi x e y indicanti $t[s]$ e $v(t)[V]$, rispettivamente.
5. Calcolare il valore della corrente i_C nel condensatore ad ogni istante di tempo usando la formula (2).
6. Plottare $i_C = i_C(t)$ in una figura contenente:
 - (a) una linea continua di colore rosso per $i_C = i_C(t)$;
 - (b) etichette sugli assi x e y indicanti $t[s]$ e $i_C(t)[A]$, rispettivamente.
7. Salvare le due figure contenenti $v = v(t)$ e $i_C = i_C(t)$ nella sezione intitolata "2. Analisi, implementazione e visualizzazione" del file

Soluzione_Progetto_1_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

[voto: 1/30]

Table 1: Misure sperimentali della carica accumulata nel condensatore, a transitorio esaurito, per 7 valori diversi di C .

	1	2	3	4	5	6	7
$C, \mu\text{F}$	0.1	1.1	0.5	1.65	2.01	1.3	0.9
Q, nC	3.8	0.02	0.2	5.4	3.2	1.5	2.8

3 Analisi circuitale: trattamento dei dati (valutazione massima: 1/30)

1. Costruire due vettori, $\mathbf{C_i}$ and $\mathbf{Q_i}$, e assegnare loro i valori riportati in Tabella 1.
2. Utilizzare il comando Matlab `sort` per ordinare il vettore $\mathbf{C_i}$ in modo crescente, ottenendo in uscita i vettori \mathbf{X} e \mathbf{I} . Il vettore \mathbf{X} contiene i valori delle capacità ordinati in modo crescente mentre \mathbf{I} è un vettore di indici che specificano come gli elementi di $\mathbf{C_i}$ sono stati riarrangiati per ottenere il vettore riordinato \mathbf{X} (si usi il comando `help sort` per maggiori dettagli).
3. Utilizzare il vettore degli indici \mathbf{I} tramite un ciclo `for` per costruire un nuovo vettore \mathbf{Y} , le cui componenti rappresentano la carica misurata in corrispondenza del vettore delle capacità riordinato \mathbf{X} .
4. Definire un vettore \mathbf{xx} contenente i valori compresi tra $\mathbf{X}(1)$ e $\mathbf{X}(\text{end})$, separati con una spaziatura uniforme pari a $(\mathbf{X}(\text{end}) - \mathbf{X}(1))/100$.
5. Si indichi con N la lunghezza dei vettori \mathbf{X} e \mathbf{Y} e si ponga $n = N - 1$. Sia

$$\text{pp}(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^n c_i X^i$$

il polinomio di grado n che interpola i dati \mathbf{Y} nei nodi \mathbf{X} . Si usi il comando Matlab `polyfit` per calcolare i coefficienti c_i , $i = 0, \dots, n$.

6. Si usi il comando Matlab `polyval` per valutare il polinomio `pp` in ogni punto del vettore \mathbf{xx} . Si esegua il plot del risultato impiegando:
 - (a) linea continua in blu per plottare il polinomio interpolatore `pp`;
 - (b) cerchi in nero in corrispondenza dei dati \mathbf{Y} ;
 - (c) etichette sugli assi x e y indicanti $C[\mu\text{F}]$ e $Q[\text{nC}]$, rispettivamente.
7. Si calcoli la tensione a transitorio esaurito $v_\infty = Q/C = \mathbf{Y}/\mathbf{X}$ per ogni coppia di dati e si salvi il risultato nel vettore \mathbf{V} (si ponga attenzione al fatto che \mathbf{Y} e \mathbf{X} sono vettori e NON scalari!!!).
8. Si indichi con

$$\text{pc}(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^n \tilde{c}_i X^i$$

il polinomio di grado n che interpola i dati \mathbf{V} nei nodi \mathbf{X} . Si usi il comando Matlab `polyfit` per calcolare i coefficienti \tilde{c}_i , $i = 0, \dots, n$.

9. Si usi il comando Matlab `polyval` per valutare il polinomio `pc` in ogni punto del vettore `xx`. Si esegua il plot del risultato impiegando:
- (a) linea continua in blu per plottare il polinomio interpolatore `pc`;
 - (b) cerchi in nero in corrispondenza dei dati `V`;
 - (c) etichette sugli assi x e y indicanti $C[\mu\text{F}]$ e $v_\infty[\text{V}]$, rispettivamente.
10. **Salvare le due figure contenenti `pp = pp(X)` e `pc = pc(X)` nella sezione intitolata "3. Trattamento dati" del file**

Soluzione_Progetto_1_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

[voto: 1/30]