

Fondamenti di Calcolo Numerico

PROGETTO 3: scadenza per la consegna **10 Giugno 2023** - **Voto massimo : 3/30**

Nota 1: salvare le risposte alle domande evidenziate in grassetto all'interno di un file pdf denominato:

`Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf`

dove `Codice_6cifre` è il vostro numero identificativo personale composto da 6 cifre.

Nota 2: per risolvere numericamente gli esercizi proposti nel seguito, si suggerisce di creare uno script all'interno di una cartella nel vostro file system personale, e di salvarlo con il nome

`Progetto_3.m`

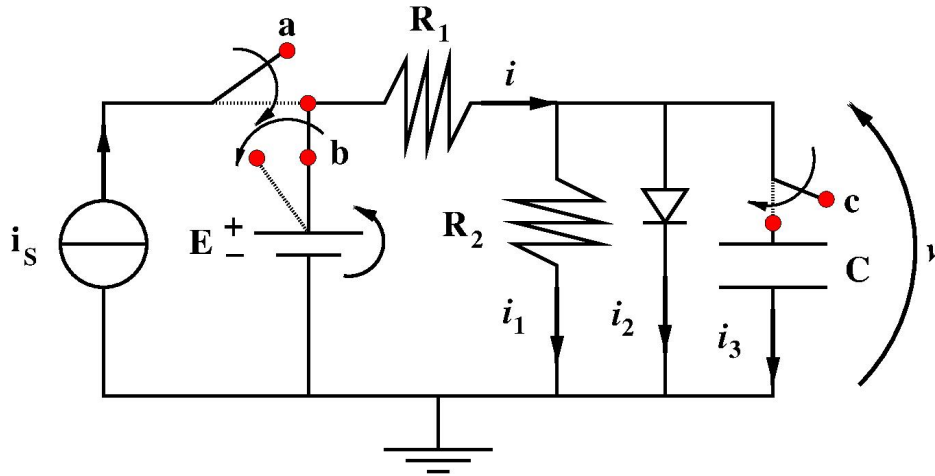


Figure 1: Circuito non lineare. I pallini colorati in rosso rappresentano interruttori che si aprono (o chiudono) al tempo $t = 0$.

1 Analisi circuitale in regime statico: metodo grafico (valutazione massima: 1/30)

Si consideri il circuito non lineare illustrato in Figura 1 dove per $t \in [-\infty, 0)$ gli interruttori a e c sono aperti mentre l'interruttore b è chiuso, in modo tale che il circuito sia costituito dal generatore di tensione costante E collegato in serie, attraverso la resistenza R_1 al parallelo formato dalla resistenza R_2 e dal diodo a giunzione $p-n$. Si ponga: $E = 1.5\text{V}$ e $R_1 = R_2 = 100\Omega$. Siano inoltre: $K_B = 1.3806488 \cdot 10^{-23}\text{JK}^{-1}$ (costante di Boltzmann); $q = 1.6021892 \cdot 10^{-19}\text{C}$ (carica elementare dell'elettrone) e $T = 300\text{K}$ (temperatura). Sia infine $i_0 = 10^{-3}\text{A}$ la corrente di saturazione inversa del diodo.

1. **voto: 0.6/30**

Dopo avere verificato che l'equazione non lineare per l'incognita v assume la forma:

$$g_1(v) - g_2(v) = 0, \quad (1a)$$

essendo:

$$g_1(v) = A - Bv, \quad (1b)$$

$$g_2(v) = M \exp\left(\frac{v}{V_{th}}\right), \quad (1c)$$

e avendo posto $V_{th} := K_B T / q$, **scrivere le espressioni delle costanti A , B e M nella sezione intitolata "1. Analisi grafica" del file**

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

2. **voto: 0.4/30**

Sia v^* l'unico punto di intersezione tra le due curve $g_1(v)$ e $g_2(v)$. Utilizzando il comando `plot` di Matlab nell'intervallo $\mathcal{J} = [v_1, v_2]$, con $v_1 = -0.1V$ e $v_2 = +0.1V$, e con il vettore di servizio `vv = [v1:(v2-v1)/10000:v2]`, si generi la figura con le due curve sovrapposte e si utilizzi la modalità `zoom` dal menù grafico di Matlab per individuare il valore di v^* . **Scrivere il valore di v^* così ottenuto nella sezione intitolata "1. Analisi grafica" del file**

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

2 Analisi circuitale in regime statico: metodo numerico (valutazione massima: 1/30)

Per risolvere numericamente l'equazione (1a), si consideri l'iterazione di punto fisso

$$v^{(k+1)} = T(v^{(k)}) \quad k \geq 0, \quad (2a)$$

dove $x^{(0)}$ è un dato iniziale in \mathcal{J} e la funzione di iterazione T è una delle due seguenti scelte:

$$T_1(v) = \frac{E + Ri_0}{2} - \frac{Ri_0}{2} \exp\left(\frac{v}{V_{th}}\right), \quad (2b)$$

$$T_2(v) = V_{th} \log\left(\frac{E + Ri_0 - 2v}{Ri_0}\right). \quad (2c)$$

Prima di rispondere ai quesiti successivi si esegua il comando `format long e`.

1. **voto: 0.1/30**

Si utilizzi la funzione `fzero` di Matlab con intervallo di ricerca \mathcal{J} per calcolare v^* . **Scrivere il valore di v^* così ottenuto nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file**

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

2. **voto: 0.15/30**

Si calcoli $T_1'(v)$ e se ne riporti l'espressione nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

3. **voto: 0.15/30**

Si calcoli $y_1 = |T'_1(v^*)|$. Scrivere nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf

il valore di y_1 e dire se il metodo (2a) con $T = T_1$ risulta convergente.

4. **voto: 0.15/30**

Si calcoli $T'_2(v)$ e se ne riporti l'espressione nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf.

5. **voto: 0.15/30**

Si calcoli $y_2 = |T'_2(v^*)|$. Scrivere nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf

il valore di y_2 e dire se il metodo (2a) con $T = T_2$ risulta convergente.

6. **voto: 0.3/30**

Si esegua il comando `[vfix, niter, err] = fixedpoint (v0, T2, toll, itmax)`; con $v0 = -0.1$, $itmax = 1000$ e $toll = 1e-10$, e dove $T2$ è la handle function che rappresenta T_2 . Si indichi con `vstar_fix` l'approssimazione di v^* calcolata dalla function `fixedpoint` e si calcoli l'errore stimato

$$EST_ERR = err(end)$$

e l'errore effettivamente commesso

$$TRUE_ERR = v^* - vstar_fix.$$

Scrivere nella sezione intitolata "2. Analisi numerica" del file

Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf

il numero di iterazioni eseguite dalla function, e i valori di `vstar_fix`, `EST_ERR` e `TRUE_ERR`.

3 Analisi circuitale in regime dinamico (valutazione massima: 1/30)

Si consideri il circuito non lineare illustrato in Figura 1 nel quale al tempo $t = 0$ gli interruttori a e c vengono chiusi e l'interruttore b viene aperto. Si ponga $C = 10^{-3}F$ e si definisca l'intervallo $I_T = (t_0, T_{final})$ con $t_0 = 0s$ e $T_{final} = 0.6s$. Sia:

$$i_S(t) = \begin{cases} 0 & t \in (t_0, t_1], \\ -\frac{i_{max}}{3} & t \in (t_1, t_2], \\ +i_{max} & t \in (t_2, t_3], \\ 0 & t \in (t_3, T_{final}], \end{cases}$$

dove $i_{max} = 10^{-2}A$ e $t_1 = 0.1s$, $t_2 = 0.3s$ e $t_3 = 0.5s$. Indichiamo con:

$$v'(t) = f(t, v(t)) \quad t \in I_T, \quad (3a)$$

$$v(t_0) = v^*, \quad (3b)$$

il problema di Cauchy che rappresenta il modello matematico del circuito in regime dinamico.

1. **voto: 0.5/30**

Scrivere l'espressione di $f(t, v(t))$ nella sezione intitolata "1. Analisi dinamica" del file

`Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf`.

2. **voto: 0.5/30**

Per l'approssimazione numerica di (3), si utilizzi il comando

`[t, V] = theta_method(theta, t0, Tfinal, v0, NT, f, dfdv);`

con `theta=0.5`, `v0= v*` e `NT=2000`, e dove `f` e `dfdv` sono le handle functions che rappresentano $f(t, v)$ e $\partial f/\partial v$, rispettivamente. **Riportare nella sezione intitolata "1. Analisi dinamica" del file**

`Soluzione_Progetto_3_Cognome_Codice_6cifre.pdf`

la figura con la soluzione V in funzione del tempo t (in colore magenta) sovrapposta all'asse $y = 0$ (in colore blu) e il valore

$$\Delta V = \max_{t \in t} V(t) - \min_{t \in t} V(t).$$