

# Calcolo Numerico - Progetto 3

Francesco Samuele Fumagalli - 957139

Maggio 2023

## 1 Analisi grafica

### 1.1 Equazione non lineare

Applicando la legge di Kirchhoff alle correnti per il nodo di tensione  $v$  si ottiene l'equazione:

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

In particolare le correnti valgono:

$$\begin{cases} i = \frac{E - v}{R_1} & \text{(Legge di Ohm)} \\ i_1 = \frac{v}{R_2} & \text{(Legge di Ohm)} \\ i_2 = i_0 \left( e^{\frac{v}{V_{th}}} - 1 \right) & \text{(Relazione caratteristica diodo)} \end{cases}$$

Queste se sostituite nell'equazione precedente danno origine all'equazione non lineare:

$$-v \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{E}{R_1} + i_0 - i_0 e^{\frac{v}{V_{th}}} = 0$$

Questa è scrivibile come  $g_1(v) - g_2(v) = 0$ , con:

$$g_1(v) = A - Bv \qquad g_2(v) = M e^{\frac{v}{V_{th}}}$$

dove:

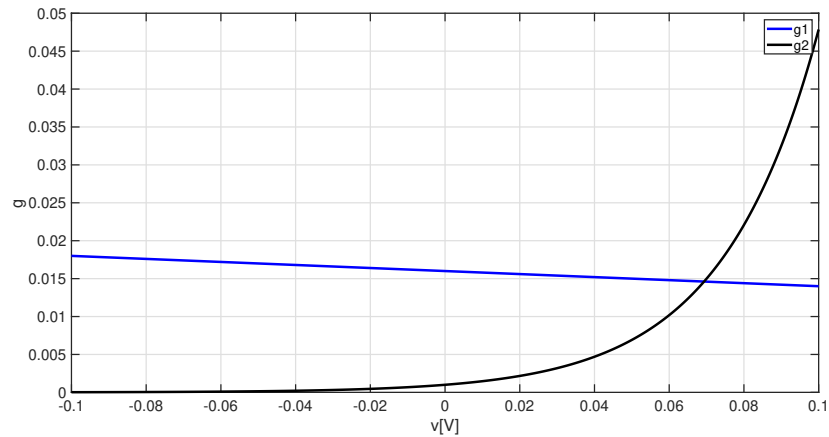
$$A = \frac{E}{R_1} + i_0$$

$$B = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$M = i_0$$

## 1.2 Soluzione grafica

Effettuando il plot su matlab delle funzioni  $g_1(v)$  e  $g_2(v)$  in funzione di una griglia fine di punti  $vv$ :



Effettuando lo zoom nel punto di intersezione delle due curve la soluzione grafica dell'equazione non lineare risulta:

$$v^* = 0.06933283 \quad [V]$$

## 2 Analisi numerica

### 2.1 Soluzione fzero

Utilizzando la built-in function di Matlab **fzero** si ottiene la soluzione dell'equazione non lineare:

```
vstar_matlab =  
6.933283031697045e-02
```

### 2.2 Derivata di $T_1(v)$

$$T_1'(v) = -\frac{1}{V_{th}} \frac{R i_0}{2} e^{\frac{v}{V_{th}}}$$

### 2.3 Convergenza del metodo con $T = T_1$

Il valore di  $y_1 = |T'_1(v^*)|$  è pari a:

```
y1 =  
2.826369380493948e+01
```

Poiché  $y_1 > 1$ , per il *Lemma di Ostrowski* l'iterazione di punto fisso con  $T = T_1$  **non converge**.

### 2.4 Derivata di $T_2(v)$

$$T'_2(v) = -\frac{2V_{th}}{E + Ri_0 - 2v}$$

### 2.5 Convergenza del metodo con $T = T_2$

Il valore di  $y_2 = |T'_2(v^*)|$  è pari a:

```
y2 =  
3.538107958929391e-02
```

Poiché  $y_2 < 1$ , per il *Lemma di Ostrowski* l'iterazione di punto fisso con  $T = T_2$  è **convergente**.

### 2.6 Soluzione fixedpoint e calcolo dell'errore

La user-coded function `fixedpoint` esegue un numero di iterazioni:

```
niter =  
8
```

trovando la soluzione all'equazione non lineare:

```
vstar_fix =  
6.933283031659519e-02
```

L'errore stimato dalla function risulta:

$$\begin{aligned} \text{est\_err} = \\ -1.098356128270694\text{e-}11 \end{aligned}$$

L'errore effettivamente commesso è invece:

$$\begin{aligned} \text{true\_err} = \\ 3.752553823233029\text{e-}13 \end{aligned}$$

### 3 Analisi dinamica

#### 3.1 Equazione differenziale

Applicando la legge di Kirchhoff alle correnti si ottiene l'equazione:

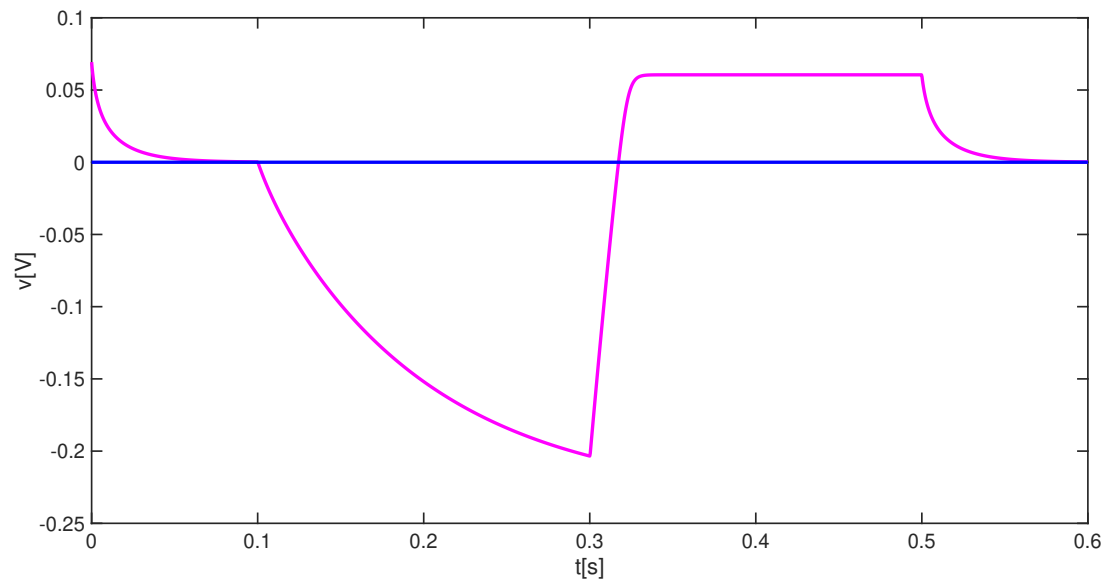
$$i_S - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Sostituendo le correnti con la Legge di Ohm e con l'equazione caratteristica di diodo e condensatore ne risulta l'equazione differenziale:

$$f(t, v(t)) = v'(t) = \frac{i_S}{C} - \frac{v}{RC} - \frac{i_0}{C} \left( e^{\frac{v}{V_{th}}} - 1 \right)$$

### 3.2 Theta metodo

Approssimando l'ode con la user-coded function `theta_method` ottengo la soluzione  $V = v(t)$ .



Il valore di  $\Delta V$  è:

```
deltaV =  
2.727623214866643e-01
```