

Misure di densità

Alessandro Di Meglio
Francesco Angelo Fabiano Antonacci

December 19, 2023

1 Scopo dell'esperienza

Il primo scopo dell'esperienza è quello di misurare la densità dell'ottone, dell'alluminio, dell'acciaio. Il secondo scopo dell'esperienza è quello di verificare la dipendenza cubica della massa dal raggio.

2 Cenni teorici

La densità di un corpo è definita dalla seguente equazione:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

dove m è la massa e V è il volume. Ci si aspetta che il fit con l'equazione (1) delle misure che verranno fatte sia una linea retta passante per l'origine.

La massa di una sfera dipende cubicamente dal suo raggio. Nell'esperienza, per considerazioni che verranno, fatte verrà usato:

$$r = km^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

3 Apparato strumentale

Gli strumenti utilizzati per l'esperienza sono:

3.1 Strumenti per la misurazione di lunghezze

- **Calibro ventesimale** con risoluzione di 0.05mm
- **Calibro cinquantiesimale** con risoluzione di 0.02mm
- **Calibro Palmer** con risoluzione di 0.01mm

3.2 Strumenti per la misurazione delle masse

- **Bilancia di precisione** con risoluzione di 1mg

3.3 Corpi

I corpi su cui sono state fatte le misure, divisi per materiale, sono i seguenti:

3.3.1 Alluminio

- 2 parallelepipedi
- 2 cilindri

3.3.2 Ottone

- 2 cilindri
- 1 parallelepipedo a base esagonale
- 1 parallelepipedo a base rettangolare

3.3.3 Acciaio

- 5 sfere

4 Descrizione delle misure

Per quasi tutte le misurazioni di lunghezza effettuate, si è utilizzato il calibro Palmer. Solo due misure sono state effettuate con il calibro cinquantiesimale in quanto la lunghezza da effettuare era maggiore della misura massima misurabile dal calibro Palmer. Le due misure in questione sono l'altezza di un cilindro e di un parallelepipedo entrambi di ottone. Riportiamo con una tabella le misure effettuate:

4.1 Dati delle misurazioni dei corpi di alluminio

Corpo	Massa [g]	Lato 1 [mm]	Lato 2 [mm]	Lato 3 [mm]
Parallelepipedo 1	4.853 ± 0.001	10.05 ± 0.01	10.04 ± 0.01	18.43 ± 0.01
Parallelepipedo 2	7.766 ± 0.001	8.14 ± 0.01	17.78 ± 0.01	20.07 ± 0.01
Cilindro 1	5.789 ± 0.001	11.96 ± 0.01	19.08 ± 0.01	
Cilindro 2	15.777 ± 0.001	18.91 ± 0.01	19.80 ± 0.01	

Table 1: Tabella con i dati dei corpi

4.2 Dati delle misurazioni delle corpi di ottone

Corpo	Massa [g]	Lato 1 [mm]	Lato 2 [mm]	Lato 3 [mm]
Cilindro 1	10.764 ± 0.001	9.96 ± 0.01	16.41 ± 0.01	41.50 ± 0.02
Cilindro 2	24.528 ± 0.001	9.96 ± 0.01	37.30 ± 0.02	
Parallelepipedo	34.725 ± 0.001	9.98 ± 0.01	9.95 ± 0.01	
Parallelepipedo a base esagonale	16.474 ± 0.001	9.94 ± 0.01	22.82 ± 0.01	

Table 2: Tabella con i dati dei corpi. Nota: con Lato1 per il parallelepipedo a base esagonale si intende l'apotema

4.3 Dati delle misurazioni delle corpi in acciaio

Nome	Massa[g]	Raggio [mm]
Sfera 1	3.524 ± 0.001	9.52 ± 0.01
Sfera 2	8.359 ± 0.001	12.69 ± 0.01
Sfera 3	11.889 ± 0.001	14.27 ± 0.01
Sfera 4	28.193 ± 0.001	19.03 ± 0.01
Sfera 5	44.821 ± 0.001	22.20 ± 0.01

Table 3: Tabella con gli ultimi dati delle sfere

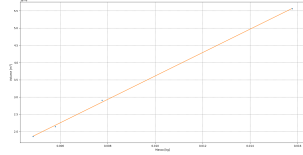
5 Analisi dei dati

5.1 Misure di densità

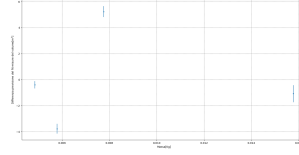
E' stata usata una legge lineare per fare il fit delle misure prese. E' stato scelto di usare come grandezza con incertezza trascurabile la massa in quanto per utilizzare la funzione di python *curve_fit()* è necessario che sia verificata la seguente relazione:

$$\sigma r \gg \left| \frac{dr}{dm} \right| \sigma m \quad (3)$$

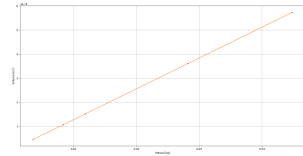
Dove r è il raggio e m la massa. La relazione è verificata per un ordine di grandezza sui solidi di alluminio, segue che è verificata per tutti i solidi. L'algoritmo di best-fit ha restituito un coefficiente w e un' intercetta q per ogni legge lineare. Nel calcolo della densità dell'ottone è stato necessario scartare i dati del prisma a base esagonale: dopo averlo rimosso, l'errore di misura della densità dell'ottone è calato di un fattore 20. Si ipotizza che questo sia dovuto alla fallace ipotesi che esso avesse come base un esagono regolare, oppure alla cattiva acquisizione delle misure. Li riportiamo in tabella.



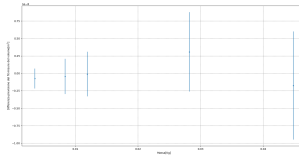
(a) Grafico massa volume Alluminio



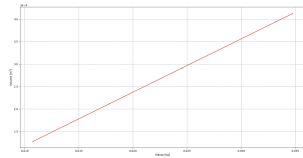
(d) Grafico dei residui Alluminio



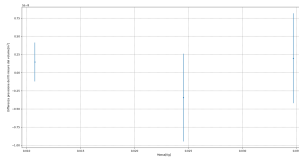
(b) Grafico massa volume Acciaio



(e) Grafico dei residui Acciaio



(c) Grafico massa volume Ottone



(f) Grafico dei residui Ottone

Materiale	$\rho[kg/m^3]$	$w[m^3/mg]$	$q[m^3/mg]$
Alluminio	2946 ± 46	339 ± 5	0.22 ± 0.05
Acciaio	7824 ± 4	130.0 ± 0.6	0.002 ± 0.001
Ottone	8431 ± 17	118 ± 0.2	0.001 ± 0.006

Table 4: Densità calcolate dai dati

Il coefficiente w , essendo il reciproco della densità, è stato utilizzato per calcolarla e stimarne l'errore. L'intercetta q è un parametro di controllo: idealmente, per quanto accennato in **Cenni Teorici** dovrebbe essere 0. Il fatto che ciascuna delle intercette sia minore dell'errore di misura della massa è una verifica delle misure e dell'analisi dei dati, che pur non ne conferma la correttezza.

5.2 Verifica legge di potenza

Anche per la verifica della legge di potenza è stato usata la funzione *curve_fit* ed è stata scelta la massa come grandezza con l'errore di misura trascurabile. Si è osservato che la massa più piccola soddisfa la relazione (3) in quanto il termine a sinistra è maggiore di due ordini di grandezza; le altre masse hanno un valore minore della derivata nel punto: segue che anch'esse rispettano la relazione. L'algoritmo di best fit ha restituito i seguenti valori:

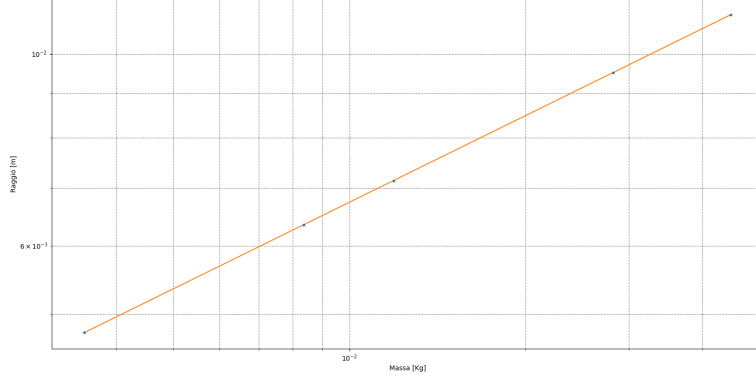


Figure 2: Grafico massa raggio per le sfere di acciaio

$k[m^3/kg]$	<i>esponente</i>
0.03122 ± 0.0001	0.3330 ± 0.0001

6 Conclusioni

6.1 Misure di densità

Riportiamo i valori delle densità misurate e di quelle tabulate:

Materiale	$\rho_{misurata}[kg/m^3]$	$\rho_{tabulata}[kg/m^3]$
Alluminio	2946 ± 46	2710
Acciaio	7824 ± 4	7480–8000
Ottone	8431 ± 17	8400–8700

Table 5: I valori riportati non hanno l'errore specificato: si assume che sia sull'ultima cifra significativa.

6.2 Verifica legge di potenza

La legge di potenza è verificata: l'esponente si trova a tre barre di errore da $\frac{1}{3}$, il valore previsto. Il valore previsto del coefficiente è:

$$k_{exp} = \left(\frac{3}{4\rho_{acciaio}\pi}\right)^{esponente} = 0.03125[m^3/kg] \quad (4)$$

Il valore stimato dal fit è a tre barre di errore.

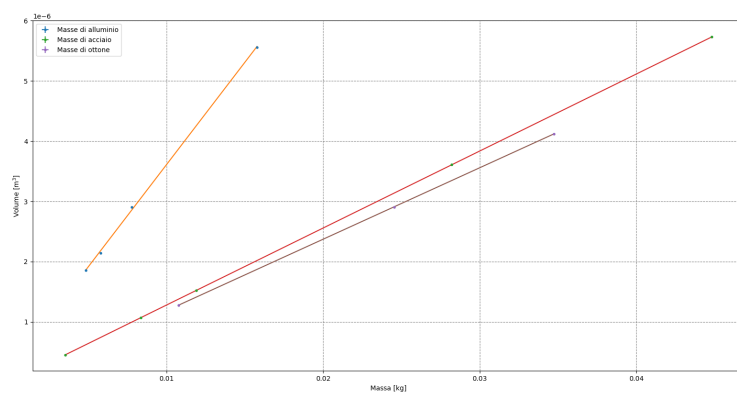


Figure 3: Grafico massa volume unificato