

POLITECNICO
MILANO 1863

Esercizio 2 Homework 2 - Laboratorio di elaborazione di bioimmagini

Autore: Francesco Benedetto 10663326

Indice

1	Introduzione	1
2	Teoria e motivazione del filtro omomorfico	1
3	Metodo	2
3.1	Caricamento e visualizzazione dell'immagine originale	2
3.2	Trasformazione logaritmica	2
3.3	Trasformata di Fourier	2
3.4	Costruzione del filtro omomorfico	2
3.5	Applicazione del filtro e Trasformata Inversa di Fourier	3
3.6	Trasformazione inversa logaritmica . . .	4
4	Risultati	4
5	Conclusioni	4

1 Introduzione

Nel presente esercizio, è stato applicato un filtro omomorfico a un'immagine PET (Positron Emission Tomography) per separare le componenti di illuminazione e riflettanza utilizzando tecniche di elaborazione delle immagini in frequenza. Il processo si è basato su un approccio in due fasi che sfrutta la Trasformata di Fourier bidimensionale e la trasformazione logaritmica. L'obiettivo principale è quello di migliorare l'immagine attenuando le basse frequenze e amplificando le alte frequenze per una migliore visualizzazione dei dettagli.

2 Teoria e motivazione del filtro omomorfico

L'immagine acquisita da un sistema di imaging come la PET è generalmente una combinazione di due componenti tra loro *moltiplicative*: *illuminazione* e *riflettanza*. Queste due componenti possono essere descritte come segue:

- **Illuminazione:** Si riferisce agli effetti globali di luce, come la direzione della sorgente luminosa o l'intensità di illuminazione. È una componente a bassa frequenza nell'immagine, che tende a variare lentamente su tutto il dominio dell'immagine.
- **Riflettanza:** Rappresenta la struttura e i dettagli dell'oggetto che viene osservato. È associata alle caratteristiche locali dell'immagine, come i contorni e le texture, ed è una componente ad alta frequenza.

La separazione di queste due componenti, mediante *trasformazione logaritmica* consente di migliorare i dettagli (riflettanza) e ridurre gli artefatti dovuti alla luce non uniforme (illuminazione).

Il filtro omomorfico sfrutta questa separazione: le basse frequenze (illuminazione) vengono attenuate, mentre le alte frequenze (riflettanza) vengono amplificate. La logica si basa sul fatto che i dettagli di

un'immagine (ad esempio, i contorni) sono rappresentati dalle alte frequenze, mentre le variazioni globali dell'illuminazione sono associate alle basse frequenze.

3 Metodo

L'approccio adottato nel codice è suddiviso in vari passaggi. Ogni passaggio ha lo scopo di preparare l'immagine per una corretta elaborazione e miglioramento. Di seguito sono descritti i passaggi fondamentali.

3.1 Caricamento e visualizzazione dell'immagine originale

Il primo passaggio consiste nel caricare l'immagine di input in formato TIFF, che rappresenta una scansione PET. L'immagine di input ha dimensioni di 582×375 pixel con valori di intensità di tipo `uint8` (valori compresi tra 0 e 255). Successivamente, l'immagine viene convertita da formato `uint8` a `double` per facilitare i calcoli numerici successivi, specialmente quelli coinvolgenti operazioni matematiche come il logaritmo.

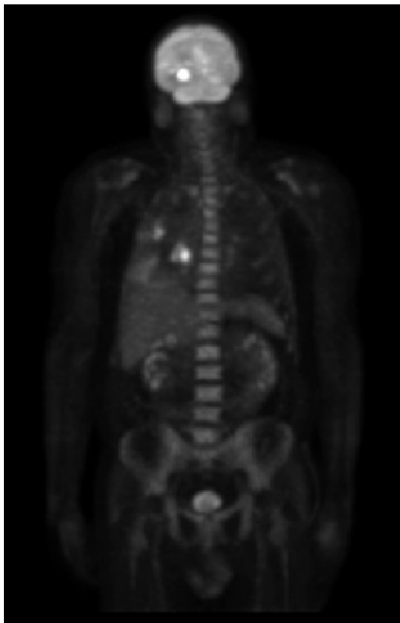


Figura 1: Immagine iniziale

3.2 Trasformazione logaritmica

Per separare le componenti di illuminazione (basse frequenze) e riflettanza (alte frequenze) dell'immagine, è stata applicata una *trasformazione logaritmica*. Il logaritmo dell'immagine viene calcolato con il termine $\log(1 + \text{img})$ per evitare che i valori nulli nell'immagine originale possano causare errori durante il calcolo del logaritmo ($\log(0)$ sarebbe indefinito).

$$\log_img = \log(1 + \text{img}) \quad (1)$$

3.3 Trasformata di Fourier

La Trasformata di Fourier bidimensionale (FFT2) è stata applicata all'immagine logaritmica per ottenere la rappresentazione delle frequenze spaziali. La funzione `fftshift` è stata utilizzata per spostare la componente a bassa frequenza al centro della rappresentazione in frequenza. La magnitudine della trasformata è stata poi calcolata e visualizzata per analizzare la distribuzione delle frequenze nell'immagine.

$$F = \text{fft2}(\log_img) \quad (2)$$

$$F_{\text{shift}} = \text{fftshift}(F)$$

$$F_{\text{mag}} = |F_{\text{shift}}|$$

3.4 Costruzione del filtro omomorfo

Il cuore dell'approccio è la costruzione del filtro $H(u, v)$, che permette di attenuare le basse frequenze e amplificare le alte frequenze. Il filtro è definito dalla formula:

$$H(u, v) = A + \frac{C}{1 + \left(\frac{D_0}{D(u, v)}\right)^B}$$

dove:

- A, B e C sono costanti date,
- D_0 è una costante legata alla dimensione dell'immagine (minima dimensione diviso 8),

- $D(u, v)$ è la distanza dalla componente centrale nel dominio delle frequenze.

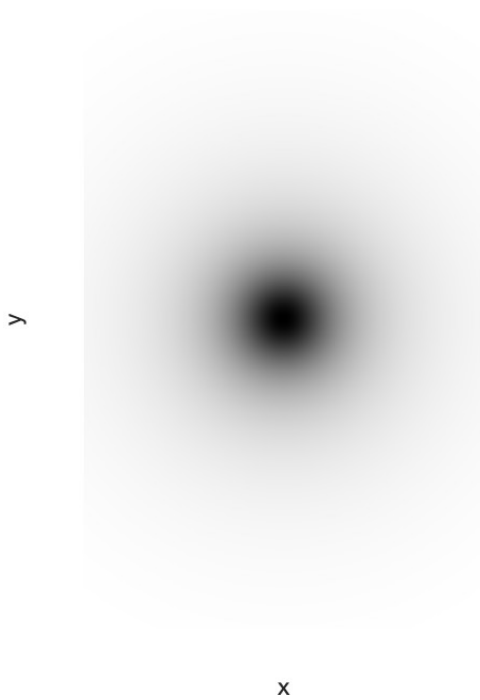


Figura 2: Proiezione 2D del filtro $H(u, v)$

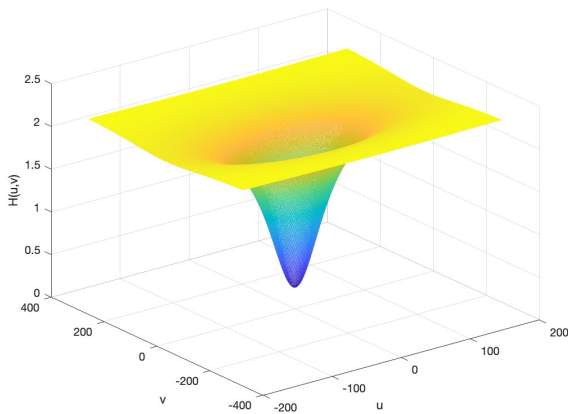


Figura 3: Vista 3D del filtro $H(u, v)$

Il filtro è progettato in modo che le basse frequenze (rappresentanti l'illuminazione) siano attenuate (ampiezza del filtro compresa tra 0 e 1), mentre le alte frequenze (che rappresentano i dettagli dell'immagine) siano amplificate (ampiezza del filtro maggiore di 1).

3.5 Applicazione del filtro e Trasformata Inversa di Fourier

Il filtro omomorfico è stato applicato nel dominio delle frequenze moltiplicando la trasformata di Fourier dell'immagine logaritmica per il filtro $H(u, v)$. La magnitudine delle Trasformate di Fourier è di seguito rappresentata in scala originale (range troppo ampio) e scala logaritmica (per evidenziare meglio le differenze tra le frequenze).

$$G_{\text{shift}} = F_{\text{shift}} \cdot H(u, v)$$

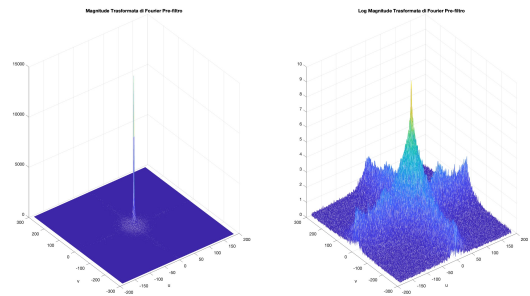


Figura 4: Trasformata di Fourier 2D pre-filtraggio

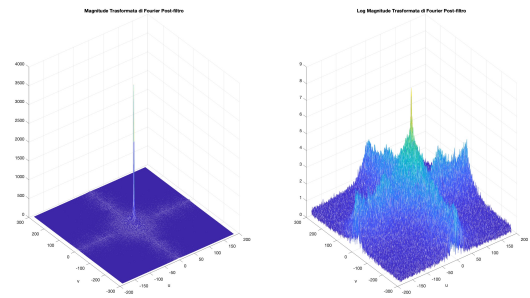


Figura 5: Trasformata di Fourier 2D post-filtraggio

Come si può notare le alte frequenze sono state amplificate mentre quelle basse attenuate. Successivamente, è stata applicata la Trasformata Inversa di Fourier (`ifft2`) per riportare l'immagine nel dominio spaziale.

$$G = \text{ifftshift}(G_{\text{shift}})$$

$$g = \text{real}(\text{ifft2}(G))$$

3.6 Trasformazione inversa logaritmica

Per ottenere l'immagine finale, è stata applicata la trasformazione inversa logaritmica:

$$\text{img_finale} = \exp(g) - 1$$

Questo passaggio è l'ultimo della scaletta per l'applicazione del *filtro omomorfo*

4 Risultati

Alla fine del processo, sono stati visualizzati i risultati intermedi e finali dell'elaborazione. In particolare, sono state mostrate le seguenti immagini:

- immagine originale,
- immagine dopo la trasformazione logaritmica,
- magnitudine della trasformata di Fourier pre- e post-filtro,
- immagine finale filtrata

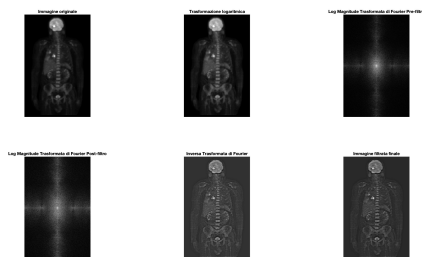


Figura 6: Risultati di tutti gli step.

5 Conclusioni

In questo esercizio è stato applicato un filtro omomorfo per separare le componenti di illuminazione e riflettanza in un'immagine PET. La procedura ha permesso di migliorare i dettagli ad alta frequenza, amplificando le alte frequenze e attenuando le basse. I risultati ottenuti dimostrano l'efficacia del filtro che diminuisce le

componenti di *illuminazione* e aumenta quelle di *riflettanza*, migliorando la qualità dell'immagine finale per un'analisi più dettagliata.

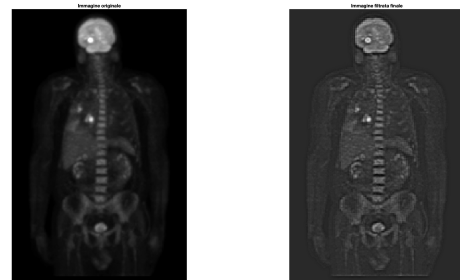


Figura 7: Immagine iniziale vs Immagine finale