

PORTFOLIO OPTIMIZATION

Idea di Markowitz: trovare una combinazione di asset che in un dato periodo producano il più alto ritorno possibile minimizzando il rischio.

Composto da due principali steps:

1. Identificare la combinazione di asset(inteso come strumenti finanziari) o portafogli che sono ottimali rispetto al loro ritorno atteso e rischio;
2. Scegliere il portfolio che meglio calza per le funzioni di utilità dell'investitore.
Le funzioni di utilità (utility function) riguardano i vincoli personali dell'investitore, come possono essere la tolleranza al rischio, tipo e numero di asset desiderati e capitale totale per l'investimento.

---> l'investitore dovrebbe considerare il rendimento atteso come una cosa desiderabile poichè rappresenta il guadagno che ci si aspetta di ottenere e "detestare" la varianza del rendimento (ritorno) poichè indica un maggiore rischio e incertezza riguardanti l'investimento.

Varianza di ritorno = indica quanto i rendimenti possono fluttuare intorno all'investimento.

Valore atteso: a quanto immagino che venderò.

OSS: una convinzione matematica ampiamente accettata tra gli investitori è quello dell'importanza di una diversificazione nel portafoglio.

Infatti maggiori sono gli asset non correlati tra loro all'interno del portafoglio, minore sarà il rischio, viceversa invece avrò un rischio maggiore.

Un numero ragionevole di asset per un portafoglio è stato visto possa essere dai 15 ai 20 assets.

Possiamo quindi ridefinire il problema di Markowitz come:

"Trovare i pesi $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ tali che, per un tasso di ritorno atteso r , *il ritorno atteso del portafoglio determinato da w è r* mentre la sua varianza è minima"

Portfolio with a risk-free asset

Abbiamo detto che gli asset che costituiscono un portfolio sono tutti rischiosi, adesso vediamo invece come sarebbe aggiungendo un asset risk-free.

Aggiungere un asset risk-free al portafoglio corrisponde a prendere in prestito o prestare soldi ad un tasso di interesse noto r_0 e con zero rischio.

- Prestare corrisponde all'asset risk free con un peso positivo;
- Prendere in prestito corrisponde ad avere pesi negativi.

Dato $R_f = R_0 * \tau$ il free-risk rate, o return sul periodo di tempo τ dell'asset free-risk:

Un portafogli che consiste solo di asset risk-free ha valore atteso R_f e varianza 0.

---> Questo portafogli risk-free è rappresentato nel risk-free plane dal punto $(0, R_f)$.