

PORTFOLIO SELECTION

Quando un investitore nota che i prezzi delle azioni che compongono il portafoglio iniziano a deviare più di quanto si aspettasse, si trova con un ritorno atteso che non rispecchia quello iniziale e dovrà quindi a questo punto rivedere i pesi distribuiti.

Per iniziare a modellare una soluzione al problema, assumiamo una situazione di un investitore con m securities e un determinato orizzonte di investimento e che non ci siano costi aggiuntivi (di transazione, etc...).

Dividiamo l'orizzonte di investimento in n periodi, limitati dal tempo iniziale $t = 0$ e dal tempo finale $t = n$. Alla fine di ogni periodo $[t-1, t]$ la proporzione della ricchezza deve essere ribilanciata con lo scopo di massimizzare il profitto al tempo finale. Andiamo quindi a controllare n volte durante il periodo di investimento se la composizione del portafoglio continui a massimizzare il nostro investimento, altrimenti ribilanciamo i pesi.

Il cambio nel market price per un periodo dato è rappresentato dal *market vector* $x_t = (x_{t1}, \dots, x_{tm})$

ovvero x_t è il vettore dei ritorni lordi.

Per ogni X_{ti} dove i rappresenta la security, $P_i(t)/P_i(t-1)$ è il rapporto "a quanto vendo su quanto compro".

La distribuzione del totale dell'investimento della ricchezza e quindi del valore del portafoglio in qualsiasi istante, è rappresentato dai pesi del portafoglio:

portfolio vector: $w_t = (w_{t1}, \dots, w_{tm})$.

La quantità $S_n(w^n, x^n)$ è il fattore di ricchezza ottenuto da w^n rispetto alla sequenza di market vectors x^n .

Una sequenza di n investimenti in accordo con la selezione di n portfolio vectors $w^n = (w_1, \dots, w_n)$ risulta in un aumento della ricchezza. (n = periodo di investimento considerato)

Invece $x^n = (x_1, \dots, x_n)$ rappresenta la sequenza di vettori relativi dei prezzi corrispondenti a n periodi di trading.

PORTFOLIO SELECTION STRATEGY

Una strategia di portfolio selection per n periodi di investimento è una sequenza di n scelte in termine di pesi $w^n = (\dots)$.

Un algoritmo di portfolio selection è un algoritmo che produce una strategia di portfolio selection.

Per valutare le performance di una strategia di portfolio selection (o algoritmo) indipendentemente da ogni proprietà di ritorni, la procedura comune è quella di comparare il fattore di ricchezza con il fattore di ricchezza ottenuto dalla miglior strategia.

BUY AND HOLD

Questa è la strategia più semplice in cui un investitore inizialmente alloca i pesi nel portafoglio e non li toccherà mai più, quindi quel peso w_t rimane costante per tutto il tempo $\rightarrow w_t = w_j$ e si dice che non trade più (does not trade anymore).

CONSTANT REBALANCED PORTFOLIO (CRP)

È una market timing strategy che usa la stessa distribuzione di pesi durante tutti i periodi di trading.

- In questa strategia, gli investitori mantengono una distribuzione di asset specifica nel portafoglio e riequilibrano regolarmente il portafoglio per riportare la distribuzione degli asset alla loro allocazione target.
- Ad esempio, se la distribuzione iniziale degli asset prevede il 60% di azioni e il 40% di obbligazioni e nel corso del tempo le azioni aumentano di valore, il portafoglio potrebbe essere riequilibrato vendendo parte delle azioni e acquistando obbligazioni per riportare la distribuzione degli asset alla loro allocazione target del 60-40.
- Questa strategia mira a mantenere costantemente la stessa proporzione di asset nel portafoglio, anche se i mercati finanziari fluttuano nel tempo.

Per quanto questa strategia surclassa le altre da un punto di vista pratico è irrealistica, in quanto bisognerebbe avere una completa conoscenza delle performance del mercato futuro.

VOLATILITÀ

Uno delle caratteristiche più importanti delle attività finanziarie è la volatilità.

La volatilità si riferisce al grado di fluttuazione dei ritorni di un asset. Tuttavia non è qualcosa che è direttamente osservabile.

Possiamo osservare il ritorno di un'azione ogni giorno e compararlo con il prezzo del giorno prima o corrente, ma nessuno può osservare come il ritorno fluttua in un giorno specifico.

Tuttavia per quanto la volatilità non può essere direttamente osservata, questa può essere stimata tramite alcuni modelli dei ritorni di assets (come ad esempio il microprice).

Una percezione generale e utile sulla volatilità è quella di considerarla come la deviazione standard del ritorno di un asset.