Licenciatura em Engenharia Informática (LEI)

2024/2025

Matemática Computacional (MATCP)

CAPÍTULO 3

Distribuições discretas e contínuas.

EXERCÍCIOS

Fonte: Professora Hermínia Ferreira e livro recomendado na unidade curricular.

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

1. Uma caixa de bombons contém oito bombons de chocolate, dos quais dois são de chocolate branco. São retirados da caixa, ao acaso, três bombons (sem reposição).

   1.1 Estabeleça a função de probabilidade do número de bombons de chocolate branco na amostra.

   1.2 Determine o número esperado de bombons de chocolate branco na amostra.

   1.3 Constatou-se que a amostra continha no máximo um bombom de chocolate branco. Qual a probabilidade da amostra conter exatamente um?

2. Os melhores estudantes do 4^o ano de uma escola realizaram um ditado. O número de erros, por ditado, é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{se} \quad x = 0 \\ \dfrac{k}{x!2^x} & \text{se} \quad x = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{se} \quad x \neq 0, 1, 2, 3 \end{cases}$$

   2.1 Determine o valor de k.

   2.2 De entre os ditados que apresentam no máximo dois erros, determine a percentagem dos que têm algum erro.

3. A variável aleatória X tem a seguinte função de probabilidade ($a, k \in \mathbb{R}$):

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3} & \text{se} \quad x = 3 \\ \dfrac{x-1}{x^2} & \text{se} \quad x = 2, 4 \\ k & \text{se} \quad x = a \\ 0 & \text{se} \quad x \neq 2, 3, 4, a \end{cases}$$

   3.1 Calcule o valor de k e de a sabendo que $E(X) = \dfrac{13}{3}$.

   3.2 Determine a expressão analítica da função de distribuição acumulada $F(x)$.

   3.3 Calcule a variância de X, $\text{var}(X)$.

4. Seja X uma variável aleatória que representa o número de defeitos existentes em 100 metros de um cabo elétrico e cuja função de probabilidade é:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.10	0.35	0.25	0.15	0.10	0.05

   Determine:

   4.1 $P(0 < X \leq 2)$.

   4.2 A probabilidade de, em 100 metros de cabo, existirem não mais de três defeitos.

   4.3 A probabilidade de, em 100 metros de cabo, o número de defeitos ser superior a dois.

   4.4 A expressão analítica da função de distribuição acumulada de X.

4.5 A média e a variância de X.

5. O dono de um quiosque estima que $9,8\%$ dos seus clientes adquirem a revista A, $22,9\%$ a revista B e $5,1\%$ as revistas A e B. Seja X a variável aleatória que representa o número de revistas que um dado cliente adquire.

   5.1 Qual o valor mais provável de X?

   5.2 Calcule o número médio de revistas que cada cliente compra.

6. Seja X a variável aleatória que representa o número de animais adotados, por dia, numa instituição de proteção animal. A função de probabiliddae de X é dada por
   $(a, b \in \mathbb{R})$:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{20}$	a	b	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

   Sabe-se que em 75% dos dias são adotados pelo menos dois animais.

   6.1 Calcule a probabilidade de serem adotados três animais num dia em que foram adotados pelo menos dois.

   6.2 Qual o número médio de animais adotado diariamente?

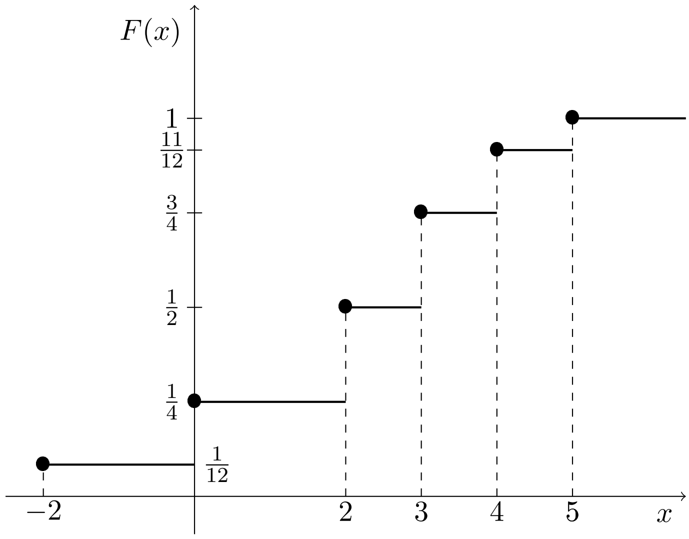
7. Um agricultor cultiva plantas para vender. A planta pode ser atacada por fungos com uma probabilidade de 0.20 e, nesse caso, tem a probabilidade de 0.50 de ser recuperada. As plantas não recuperadas são destruídas.
   O custo de cada planta é de $1,20$€, que será acrescido de

0.50€ se precisar de ser recuperada. Sabendo que cada planta é vendida a 3.50€, determine:

7.1 O lucro médio por planta cultivada.

7.2 O lucro esperado numa plantação de 10000 plantas.

8. Considere a variável aleatória X com a seguinte função de distribuição acumulada:



8.1 Determine a função de probabilidade.

8.2 Calcule:

i. $P(X > 1)$.

ii. $P(0 \leq X \leq 3)$.

iii. $P(0 \leq X \leq 3 | X \leq 2)$.

8.3 Determine a média o a variância de X.

9. O número de automóveis vendidos semanalmente de uma determinada marca é uma variável aleatória X, com a seguinte distribuição de probabilidade ($c \in \mathbb{R}$):

x	1	2	3	4
$f(x)$	c	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{3}$	$\frac{c}{4}$

9.1 Calcule a probabilidade do número de automóveis vendidos não chegar a quatro, sabendo que este valor é superior a um.

9.2 Se os custos fixos semanais forem de 30 u.m. quando são vendidos dois ou menos automóveis e 15 u.m. quando se vendem mais de dois automóveis e, além disso, por cada automóvel vendido existir um lucro de 35 u.m., calcule a receita a líquida semanal.

10. O número de televisores procurados mensalmente num determinado estabecimento de equipamento eletrónico, pode ser descrito por uma variável aleatória com a seguinte função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ 0.1 & \text{se} \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.3 & \text{se} \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.6 & \text{se} \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{se} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

10.1 Determine o valor médio da variável aleatória X.

10.2 Qual o número mínimo de televisores que a loja deve ter em *stock*, por mês, para que a probabilidade de satisfazer a procura seja superior a 0.60?

DISTRIBUÇÃO BINOMIAL

11. Um avião comercial tem 4 motores independentes e num voo a probabilidade de cada motor funcionar, sem avarias, é de 99%. Qual a probabilidade do avião fazer uma viagem segura se, para isso, precisar de pelo menos dois motores a funcionarem corretamente? Apresente o resultado com seis casas decimais.

12. Num cruzamento de tráfego intenso, a probabilidade de um automóvel sofrer um acidente é p=0.0001 (a mesma para todos os automóveis). Sabendo que num determinado período de tempo, passam neste cruzamento 10000 automóveis, qual é a probabilidade de ocorrerem, neste período, dois ou mais acidentes? Admita-se que a probabilidade de um automóvel ter, ou não, um acidente é independente do que acontece ao outros automóveis. Apresente o resultado com três casas decimais.

13. Um componente eletrónico é vendido em lotes de 500 unidades. Antes de um lote ser aprovado, um inspetor recolhe, ao acaso, seis componentes e inspeciona-os. Se não for encontrado nenhum componente defeituoso, o lote é despachado. Se pelo menos for encontrado um componente defeituoso, todos os componentes do lote são inspecionados. Admitindo que a percentagem de componentes defeituosos produzidos é de 4%, determine:

    13.1 A percentagem de lotes que são vendidos sem inspeção de todos os elementos.

    13.2 A probabilidade de ser necessário uma inspeção total do lote.

Apresente os resultados com uma casa decimal.

14. A probabilidade de ocorrência de turbulência num determinado percurso feito por uma aeronave é de 0.4 num determinado circuito diário (probabilidade igual para todos os dias). Seja X a variável aleatória que representa o número de voos com turbulência num total de sete desses voos (ou seja, numa semana de trabalho). Admite-se que a existência de turbulência num dia não influencia os outros dias).

    14.1 Qual a probabilidade de que haja turbulência em pelo menos três voos?

    14.2 Num total de cinco semanas, qual a probabilidade de ter havido duas delas com turbulência em pelo menos três dias?

    Apresente os resultados com quatro casas decimais.

15. Numa população de milhares de bovinos há 20% contaminados com uma doença não transmissível entre animais. Escolhe-se cinco bovinos, ao acaso.

    15.1 Qual a probabilidade que todos estejam contaminados, sabendo-se que pelo menos um deles está?

    15.2 Calcule a probabilidade de metade ou mais estarem contaminados.

    Apresente os resultados com cinco casas decimais.

16. Numa empresa trabalham 45% de operários A e 55% de operários B. Em 16 operários, escolhidos aleatoriamente

de entre todos os trabalhadores, qual a probabilidade de o número de operários B:

16.1 Ser exatamente oito?

16.2 Exceder o número de operários A em pelo menos quatro unidades?

Apresente os resultados com duas casas decimais.

17. Uma empresa tem duas máquinas a produzir um determinado tipo de peças. A máquina A produz 45% das peças e a máquina B as restantes. Sabe-se que a proporção de peças defeituosas das máquinas A e B é 10% e 20%, respetivamente.
A empresa celebrou um contrato com um cliente, para a compra de uma elevada quantidade de peças. O preço a pagar por cada peça, depende do número de peças defeituosas encontradas num amostra aleatória de dez peças, retiradas da produção total, conforme o seguinte quadro:

Número de peças defeituosas	Preço por peça (€)
Menos de duas	5
Duas ou mais	2.5

Determine o valor esperado do preço de cada peça. Apresente o resultado com duas casas decimais.

18. Considere X uma variável aleatória que representa o número de rapazes em famílias de seis filhos.

18.1 Sabendo que numa família com seis filhos, pelo menos três deles são rapazes, calcule a probabilidade de não existirem raparigas. Apresente o resultado com três casas decimais.

18.2 Se numa cidade há 500 famílias com seis filhos, quantas podemos esperar que tenham pelo menos três rapazes?

19. Um fabricante vende latas com o seu produto sabendo que 10% das latas não estão totalmente cheias. Um comprador compra seis latas.

    19.1 Calcule a probabilidade de todas estarem bem cheias.

    19.2 Calcule a probabilidade de pelo menos uma não estar completa.

    19.3 Os últimos oito clientes levaram seis latas cada. Calcule a probabilidade de apenas um ter razão de queixa.

    Apresente os resultados com quatro casas decimais.

20. Sejam ℓ_1 e ℓ_2 duas linhas de produção das mesmas peças, que saiem de cada cadeia de fabrico, já empacotadas em caixas de três peças.
    A linha de produção ℓ_1 produz 40% do total das peças com uma incidência em defeituosas estimado em 20%. A linha de produção ℓ_1 produz 60% do total das peças com 10% de peças defeituosas.
    Retira-se uma caixa, ao acaso, do *stock* produzido.

    20.1 Calcule a probabilidade de haver três peças defeituosas na caixa.

    20.2 Calcule a probabilidade de haver pelo menos uma peça defeituosa na caixa.

    20.3 Abre-se uma caixa e verifica-se que contém uma peça defeituosa. Qual a probabilidade desta caixa pertencer à linha de produção ℓ_1?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

21. Admite-se que a probabilidade de um cartão, de uma dada instituição financeira, funcionar regularmente durante um ano é de 0.45. Um cliente tem quatro cartões daquele tipo.

    21.1 Calcule a probabilidade de só dois cartões funcionarem regularmente durante um ano. Apresente o resultado com três casas decimais.

    21.2 O cliente está na disposição de aquirir mais cartões, porque pretende que a probabiliddae de ter pelo menos dois a funcionar durante um ano, seja superior a 83%. Determine o número mínimo de cartões que terá de adquirir.

22. Se o Manuel apanhar o autocarro das 8:00h, chega atrasado ao emprego 16% dos dias, passando esta percentagem para 5% se apanhar o autocarro das 7:45h.

    22.1 Calcule a probabilidade de, apanhando o autocarro das 8:00h, ter chegado atrasado mais de três vezes nos 12 dias em que o chefe o controlou. Apresente o resultado com três casas decimais.

    22.2 Durante 20 dias vai trabalhar com o chefe, apanhando sempre o autocarro das 7:45h. Baseando-se no número médio, acha provável que o Manuel chegue três vezes atrasado?

DISTRIBUÇÃO de POISSON

23. Um material radiotivo emite partículas α a uma taxa de duas por milissegundo. Determine a probabilidade de:

    23.1 Serem emitidas duas particulas num milissegundo.

    23.2 Serem emitidas quatro partículas em dois milissegundos.

    23.3 Serem emitidas pelo menos três partículas em dois milissegundos.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

24. Num lago artificial, criam-se peixes com uma taxa de concentração média de dez peixes por metro cúbico (m^3). Considere uma parte do lago com 100 dm^3. Determine a probabilidade de, num dado momento, nessa parte:

    24.1 Poder pescar-se pelo menos um peixe.

    24.2 Poder pescar-se mais de um peixe, quando lá existe pelo menos um.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

25. O número de veículos que chegam a um pequeno parque de estacionamento em cada dia, ocorre segundo um processo de Poisson, com uma média de dois veículos. As atuais instalações só podem recolher, no máximo, três veículos por dia. Se aparecerem mais de três veículos, o excesso é enviado para outro parque.

25.1 Calcule a probabilidade de, num dado dia, se enviar veículos para outro parque. Apresente o resultado com quatro casas decimais.

25.2 Para permitir recolher todos os veículos que chegarem em pelo menos 98% dos dias, as instalações devem ser aumentadas para comportar, no mínimo, quantos veículos?

26. Admite-se que num cruzamento de uma dada via, passam veículos à taxa de três por cada dez segundos.

26.1 Qual é a probabilidade de, em 20 segundos, passarem exatamente dez veículos nesse cruzamento? Apresente o resultado com quatro casas decimais.

26.2 Se no cruzameno for colocado um semáforo que fica verde de 30 em 30 segundos, qual o número médio de veículos na fila, nessa via?

27. O número de clientes diários de um cabeleireiro é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 20. O horário de funcionamento é das 10:00h às 18:00h, ininterruptamente. Sabe-se ainda que, devido a limitações de pessoal, são atendidas, no máximo, 25 clientes por dia.

27.1 Calcule a probabilidade de, entre as 10:00h e as 12:00h, chegarem menos de cinco clientes.

27.2 Qual a probabilidade de, num dia, ficarem clientes por atender?

Apresente os resultados com três casas decimais.

28. Seja X uma variável aleatória que representa o número de avarias que ocorrem, por hora, num certo dispositivo, com distribuição de Poisson, tal que $P(X = 1) = P(X = 2)$.

    28.1 Calcule o número médio de avarias que ocorrem, por hora, no dispositivo referido.

    28.2 Admita que para a montagem de um determinado aparelho são necessários cinco dos dispositivos. Qual a probabilidade de que nenhum deles avarie num período de 15 minutos? Apresente o resultado com três casas decimais.

29. Seja X uma variável aleatória com distribuição de Poisson que representa o número de automóveis pedidos, diariamente, a uma empresa que possui três automóveis para alugar. A percentagem de dias em que a procura é nula é $13,53\%$.

    29.1 Calcule a probabilidade do número de automóveis procurados, diariamente, seja superior à média.

    29.2 Num período de 100 dias, determine o número esperado de dias em que ficam pedidos de aluguer por satisfazer.

    Apresente os resultados com duas casas decimais.

30. O número de pessoas que, semanalmente, apresentam um pedido de emprego num Centro de Emprego é uma variável aleatória Xque segue uma distribuição de Poisson com $E(X) = 9.0$. Cerca de 80% das pessoas pretende trabalhar no setor dos serviços.

    30.1 Calcule a probabilidade de, em determinada semana, não aparecerem mais de quatro pedidos naquele Centro de Emprego.

30.2 Tendo selecionado 12 dos pedidos recebidos, qual a probabilidade de se encontrarem mais de sete dirigidos a setores que não o de serviços?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

31. Certo artigo consome 750m de fio. Admite-se que o fio se rompe, em média, duas vezes por cada 1000m, com distribuição de Poisson. Sempre que o fio se rompe, este é remendado originando uma emenda.
O lucro e a qualidade dos artigos estão relacionados do seguinte modo:

Qualidade	Número de emendas	Lucro / artigo (u.m.)
1^a	Nenhuma	5
2^a	Uma ou duas	2
3^a	Mais de duas	1

31.1 Determine a percentagem de artigos de 1^a qualidade.

31.2 Calcule o lucro esperado por artigo.

Apresente os resultados com uma casa decimal.

32. Admita que 550 erros de impressão estão distribuídos aleatoriamente num livro de 500 páginas.

32.1 Determine a probabilidade de que uma das páginas contenha:

i. Nenhum erro de impressão.

ii. Dois ou mais erros de impressão.

iii. Um número de erros de impressão inferior a dez mas superior a três.

32.2 Qual a probabilidade de que num conjunto qualquer de dez páginas, pelo menos cinco tenham algum erro de impressão, cada uma?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

33. A venda diária de um artigo corresponde a uma distribuição de Poisson. Em 0.4% dos dias não são vendidos artigos.

33.1 Calcule a probabilidade de as vendas diárias serem superiores a cinco artigos.

33.2 Qual a probabilidade de um *stock* diário de dez artigos ser insuficiente?

33.3 Quantos artigos devem constituir o *stock* para satisfazerem 94% das solicitações diárias?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

34. O João, habitante de uma pequena povoação, desloca-se frequentemente à vila mais próxima, de boleia. Admita que o número de conhecidos que passam e são capazes de o levar é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de parâmetro 4.6/hora.

34.1 Calcule a probabilidade de que, em determinado dia, o João tenha de esperar mais de dez minutos.

34.2 Num mês o João precisou de se deslocar à vila dez vezes. Qual a probabilidade de ter esperado mais de dez minutos por boleia, em mais de metade dessas vezes?

Apresente os resultados com três casas decimais.

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

35. Considere uma variável aleatória contínua com a seguinte função densidade de probabilidade ($k \in \mathbb{R}$):

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ k(2-x) & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{para outros valores} \end{cases}$$

35.1 Determine o valor da constante k.

35.2 Calcule o valor de $P(0.5 < X < 1)$.

Apresente os resultados com duas casas decimais.

36. O peso, em Kg, de determinado tipo de animal é uma variável aleatória contínua X com a seguinte função densidade de probabilidade ($k \in \mathbb{R}$):

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ x-1 & \text{se } 1 \leq x < k \\ 3-x & \text{se } k \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

36.1 Determine o valor da constante k.

36.2 Entre cinco animais, escolhidos aleatoriamente, qual é a probabilidade de exatamente dois deles terem peso superior a 2Kg?

36.3 Calcule o peso médio deste tipo de animais.

Apresente os resultados com duas casas decimais.

37. Uma variável aleatória contínua X tem a seguinte função de distribuição acumulada:

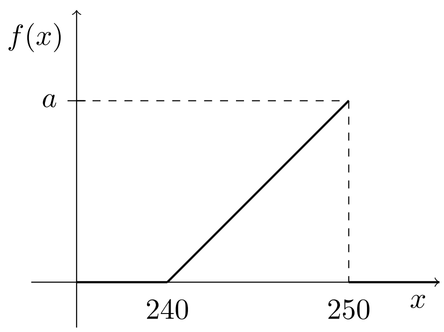
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ \dfrac{x}{\pi} & \text{se} \quad 0 \leq x < \pi \\ 1 & \text{se} \quad x \geq \pi \end{cases}$$

37.1 Determine a função densidade de probabilidade da varável aleatória.

37.2 Calcule o valor de $P\left(X < \frac{\pi}{2} \mid X \geq \frac{\pi}{4}\right)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

37.3 Calcule a média e a variância de X. Apresente o resultado com três casas decimais.

38. Admite-se que a quantidade de café que é depositado nas embalagens de 250 gramas é uma variável aleatória X cuja função densidade de probabilidade está representada na figura seguinte ($a \in \mathbb{R}$):



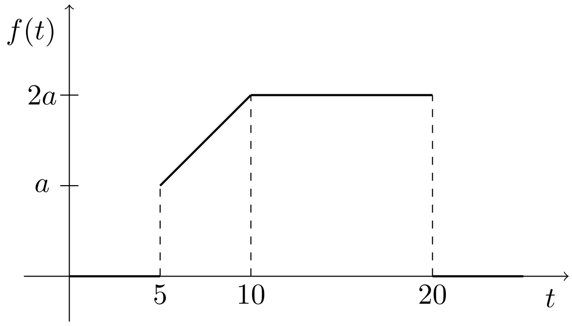
38.1 Determine o valor de a.

38.2 Defina a função densidade de probabilidade de X.

38.3 Qual a percentagen de embalagens com peso compreendido entre 243 e 247 gramas?

38.4 Calcule a percentagem de embalagens cujo peso excede a média. Apresente o resultado com uma casa decimal.

39. Três sinais, S_1, S_2 e S_3 de rádio são emitidos sucessivamente. A receção de cada um é independente da receção do outro e as suas probabilidades são 0.2, 0.3 e $0,4$, respetivamente. O tempo, em segundos, entre a emissão e a receção, para qualquer um dos sinais, é uma variável aleatória, T, com a seguinte função densidade de probabilidade:



39.1 Determine a probabilidade de receção do sinal S_1 quando, dos três sinais emitidos, se receberam apenas dois. Apresente o resultado com duas casas decimais.

39.2 Calcule o número mais provável de sinais recebidos.

39.3 Calcule a probabilidade do tempo entre a emissão e a receção de um qualquer sinal, exceder 15 segundos.

39.4 Foram efetuados dez emissões do sinal S_1. Qual a probabilidade de, em pelo menos metade delas, o tempo entre a emissão e a receção exceder 15 segundos? Apresente o resultado com duas casas decimais.

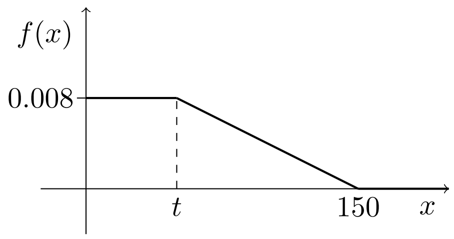
39.5 De entre os sinais que apresentam um tempo T superior a 10 minutos, qual a percentagem dos que apresentam um valor de T que não ultrapassa os 15 minutos?

40. O diâmetro, em cm, de certa peça é uma variável aleatória X cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x-2) & \text{se} \quad 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{3}(5-x) & \text{se} \quad 3 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{se} \quad x \neq [2,5] \end{cases}$$

Consideram-se defeituosas as peças cujo diâmetro seja superior a 4.5cm. Um comprador necessita de 138 peças perfeitas e para o garantir adquiriu 150 peças. Acha que a decisão está correta?

41. Considere que o atraso de obras municipais, em dias, é uma variável aleatória X cuja função densidade de probabilidade é:



41.1 Determine a percentagem de obras com atraso superior a 120 dias.

41.2 Determine a percentagem de obras com atraso inferior a 120 dias entre as que têm um atraso superior a t dias.

41.3 Considerando 15 daquelas obras independentes, calcule a probabilidade de não mais de duas venham a ter um atraso superior a t dias? Apresente o resultado com duas casas decimais.

42. Considere a seguinte função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \; x \in]-\infty, 1] \\ k(x-1)^2 & \text{se } \; x \in]1, 3] \\ 1 & \text{se } \; x \in]3, +\infty[\end{cases}$$

42.1 Determine a função densidade de probabilidade, $f(x)$, e esboce o seu gráfico.

42.2 Calcule $P(1 \leq X \leq 2)$.

42.3 Calcule $P(2 \leq X \leq 2.5 \mid X \geq 2.3)$.

Apresente os resultados com três casas decimais.

43. O tempo (medido em unidades de 100 horas) que um estudante demora, por ano, nas viagens de metro entre a sua casa e a escola, é uma variável aleatória contínua X com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{9}x(3-x) & \text{se } \; x \in [0, 3] \\ 0 & \text{se } \; x \neq [0, 3] \end{cases}$$

43.1 Determine a probabilidade de um estudante demorar:

i. Entre 100 e 200 horas por ano.

ii. Menos de 250 horas por ano.

iii. Menos de 250 horas por ano, sabendo que, nesse ano, já demorou 100 horas.

43.2 Determine a função de distribuição acumulada $F(x)$.

43.3 Calcule a média e o desvio padrão de X.

Apresente os resutados com três casas decimais.

DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

44. Em certas experiências, o erro absoluto encontrado nas medições de temperatura de uma substância é uma variável aleatória com distribuição uniforme entre 0 e 0.02^oC.

    44.1 Defina a função densidade de probabilidade e a função de distribuição acumulada.

    44.2 Determine a probabilidade de que numa medição o erro absoluto:

    i. Seja superior a 0.005^oC.

    ii. Esteja compreendido entre 0.005^oC e 0.01^oC.

    44.3 Calcule a média e o desvio padrão de X.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

45. O diâmetro das peças produzidas por uma dada máquina é em média 20mm, admita-se que segue uma distribuição uniforme entre 18.5mm e $b$mm.

    45.1 Determine a percentagem de peças produzidas, cujo diâmetro excede 21mm.

    45.2 Determine a percentagem de peças cujo diâmetro exceda a média em mais de um desvio padrão.

    45.3 São aceitáveis as peças cujo diâmetro se encontre no intervalo $[19.4, 20.6]$. Calcule a probabilidade de em oito peças escolhidas aleatoriamente da produção, encontrarmos mais de quatro aceitáveis.

    Apresente os resultados com uma casa decimal.

46. Seja X um número real escolhido aleatoriamente no intervalo $[3, 5]$.

    46.1 Determine a função densidade de probabilidade, $f(x)$ e a função de distribuição acumulada, $F(x)$.

    46.2 Calcule a probablidade do número escolhido ser maior de 3.5, sabendo que está compreendido entre 3 e 4.

47. O atraso das pequenas obras pode considerar-se uma variável aleatória uniforme de média 50 dias e variância 300 dias^2.

    47.1 Calcule a percentagem de obras com atraso entre 30 e 70 dias. Apresente o resultado com uma casa decimal.

    47.2 A tabela que se segue descreve as multas por atrasos.

Multa (€)	Atraso
100	Inferior a 30 dias
250	Entre 30 e 70 dias
1000	Maiores de 70 dias

    Determine o valor esperado de multa de uma pequena obra.

48. A duração de certo tipo de brinquedo é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[10\text{min}, 1\text{h}10\text{min}]$.

    48.1 Qual a percentagem de brinquedos que dura mais que $\frac{3}{4}$ da duração média?

    48.2 Um brinquedo já funciona há meia hora. Qual é a probabilidade de ainda funcionar mais meia hora?

    48.3 Calculo $P(|X - 45| \geq 30)$.

    Apresente os resultados com duas casas decimais.

DISTRIBUÇÃO EXPONENCIAL

49. O tempo entre duas chamadas consecutivas que chegam a uma central telefónica tem uma distribuição exponencial cuja média é de dois segundos.

    49.1 Qual é a probabilidade da central não receber chamadas nos próximos cinco segundos?

    49.2 Qual é a probabilidade da central receber pelo menos duas chamadas nos próximos cinco segundos?

    Apresente os resultados com três casas decimais.

50. O tempo de funcionamento T entre avarias consecutivas, de um determinado modelo de máquinas de empacotar produtos alimentares, é uma variável aleatória exponencial com media de 1h.

    50.1 Considere uma das máquinas. Qual a probabilidade de estar a funcionar ao fim de uma hora? E de duas horas? E de três horas?

    50.2 Considere um sistema de empacotamento constituído por quatro destas máquinas. Qual é a probabilidade de mais de duas máquinas estarem ainda a funcionar (sem avarias) ao fim de duas horas?

    50.3 Suponha que uma das quatro máquinas avariou e que o seu tempo de reparação é de 15 minutos. Qual a probabilidade de pelo menos outra máquina avariar antes da primeira ser reparada?

    Apresente os resultados com três casas decimais.

51. A duração de um dado dispositivo eletrónico (em horas) é uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro 2500.

    51.1 Calcule a percentagem dos dispositivos que duram mais de 3000 horas.

    51.2 Determine a duração que não é ultrapassada por 20% dos dispositivos.

    51.3 Um cliente comprou 12 dispositivos. Qual a probabilidade de mais de metade funcionarem após 3000 horas de serviço?

    Apresente os resultados com duas casas decimais.

52. Um fabricante vende bidões com resinas tratadas quimicamente que têm uma durabilidade exponencialmente distribuída. O fabricante sabe que apenas 10% dos bidões mantêm o composto químico inalterado por mais de 50 dias.

    52.1 Determine a durabilidade esperada por bidão.

    52.2 Determine a percentagem de bidões que mantêm o químico inalterado por mais de 30 dias.

    52.3 Um cliente pretende efetuar a compra de uma grande quantidade de bidões. Para o efeito fez a proposta de compra representada na tabela seguinte:

Duração do químico (dias)	Valor pago (€) / bidão
Menos de 10	5
Entre 10 e 30	30
Mais de 30	100

    Que valor espera o vendedor receber por cada bidão?

    Apresente os resultados com uma casa decimal.

53. O atraso de um comboio pode considerar-se uma variável aleatória com distribuição exponencial de média 12.0 minutos.

    53.1 Calcule a percentagem de viagens com atraso inferior a oito minutos.

    53.2 Passam dez minutos da hora tabelada e o comboio ainda não chegou. Calcule a probabilidade de chegar nos próximos dez minutos.

    Apresente os resultados com duas casas decimais.

54. Admite-se que o tempo de vida de um produto congelado em condições aceitáveis é um variável exponencial de média 60 dias.

    54.1 Qual deve ser prazo de validade a definir para que não mais de 25% das embalagens se estraguem antes do tempo?

    54.2 Retirando aleatoriamente nove embalagens no último dia de validade, determinada na alínea 54.1, qual é a probabilidade de mais de $\frac{1}{3}$ dessa embalagens estarem estragadas?

    Apresente os resultados com uma casa decimal.

55. A duração individual de um certo tipo de lâmpadas segue uma distribuição exponencial. Sabe-se que 80% dessas lâmpadas duram mais de 223 horas.

    55.1 Determine o valor médio e o desvio padrão da duração daquele tipo de lâmpadas.

55.2 Determine a probabilidade de um conjunto de oito lâmpadas, montadas em série, durarem mais de 223 horas. Apresente o resultado com uma casa decimal.

56. Os relâmpagos que rasgam o céu durante uma forte tempestade, num determinado local, são estatisticamente independentes e o seu número tem uma distribuição de Poisson com média de 12 por minuto. Considere a variável aleatória T que representa o intervalo de tempo entre relâmpagos consecutivos.

    56.1 Identifique a distribuição de T.

    56.2 Qual a probabilidade de não relampejar num intervalo de dez segundos?

    56.3 Considere intervalos de tempo de dez segundos. Qual a probabilidade de relampejar em, pelo menos, cinco de seis intervalos consecutivos?

    Apresente os resultados com três casas decimais.

57. Suponha que, em média, em cada período de cinco minutos, chegam quatro veículos a um posto de abastecimento de combustíveis.

    57.1 Qual a probabilidade de chegarem mais de quatro veículos, num período de cinco minutos?

    57.2 Um empregado entra ao serviço às 9:00 horas. Qual a probabilidade de esperar até depois das 9:10h pela chegada de um veículo?

    57.3 Considere o período de uma hora dividido em doze períodos de cinco mnutos cada. Seja X a variável aleatória que representa o número desses períodos de cinco minutos em que não chega qualquer veículo.

i. Indique a distribuição de X.

ii. Determine o valor esperado de X.

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

58. Seja $X \sim N(\mu = 135, \sigma^2 = 100)$ uma variável aleatória que representa a velocidade (km/hora) dos veículos que circulam nas autoestradas portuguesas.

    58.1 Calcule a probabilidade de um veículo, escolhido ao acaso, circular a mais de 150 km/hora. Apresente o resultado com quatro casas decimais.

    58.2 Determine:

    i. A velocidade mínima a que andam os 10% de veículos mais rápidos.

    ii. A velocidade máxima a que andam os 5% de veículos mais lentos.

    Apresente os resultados com uma casa decimal.

59. Quando um doente é submetido a radioterapia, os tratamentos têm de ser cuidadosamente planeados.
    Seja $X \sim N(\mu = 100, \sigma^2 = 100)$ uma variável aleatória que representa a dose de exposição à radiação (em unidades apropriadas) que é letal para um ser humano. Determine:

    59.1 A probabilidade de um ser humano morrer, quando é exposto a uma radiação de 85 unidades.

    59.2 A radiação que pode ser ministrada a um doente de forma a que a probabilidade de sobreviver seja de aproximadamente 90%.

    59.3 Considere dez doentes escolhidos ao acaso. Determine a probabilidade de menos de dois falecerem devido a serem expostos a uma radiação de 85 unidades.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

60. Numa clínica, o tempo de espera (minutos) de um doente é uma variável aleatória $T \sim N(\mu = 45, \sigma^2 = 225)$. A direção resolveu promover uma campanha de *marketing*, garantindo um tempo máximo de espera. Se o doente não for atendido dentro desse período, a consulta será gratuita. Determine:

    60.1 O tempo máximo de espera garantido pela direção, de forma que apenas 10% das consultas sejam gratuitas.

    60.2 A fração de clientes que esperam menos de 20 minutos.

    60.3 Considere cinco doentes escolhidos ao acaso. Determine a probabilidade de menos de quatro esperarem mais de 20 minutos.

    Apresente os resultados com duas casas decimais.

61. Considere o processo de enchimento de garrafas de refrigerantes de dois litros, cuja capacidade máxima é de 2.1 litros. Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2 = 0.01)$ uma variável aleatória que representa o volume de refrigerante despejado pela máquina numa garrafa.

    61.1 Determine o valor de μ, de forma que o refrigerante transborde em cerca de 2.5% dos casos.

    61.2 Suponha que foram escolhidas seis garrafas de refrigerante, ao acaso. Para o valor de μ da alínea anterior, determine a probabilidade de nenhuma gota de refrigerante ter sido desperdiçada.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

62. Uma empresa embala numa caixa cinco pires e cinco chávenas. Os pesos dos pires têm distribuição normal com média 190g

e com desvio padrão de 10g. Os pesos das chávenas têm distribuição normal com média 170g e com desvio padrão de 15g. O peso da embalagem é praticamente constante e igual a 100g.

62.1 Calcule a probabilidade da caixa pesar menos de 2kg.

62.2 Num escolha ao acaso, qual é a probabilidade de uma chávena pesar mais do que um pires?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

63. As classificações obtidas num exame seguem uma distribuição normal com valor médio de 11 e variância de 9. Os estudantes com classificação entre 8.5 e 10 ou superior a 15 têm de fazer oral. De 120 estudantes que fizeram o exame:

63.1 Qual o valor esperado de estudantes que vão à oral?

63.2 Qual a nota máxima obtida no grupo dos 12 piores classificados.

64. Suponha que os tempos de realização de uma dado percurso por um atleta admite uma distribuição normal, com um valor médio de 12 minutos e um desvio padrão de 2 minutos.

64.1 Calcule a probabilidade de que esse tempo esteja entre 11 e 14 minutos.

64.2 Qual a probabilidade de que esse tempo difira do valor médio mais do que um desvio padrão?

Apresente os resultados com três casas decimais.

65. O comprimento, em milímetros, das peças produzidas por uma máquina é uma variável aleatória normalmente distribuída com média μ e variância σ^2. Uma peça é defeituosa se o seu comprimento diferir de μ mais do que σ. Sabemos que 50% das peças produzidas têm comprimento inferior a 0.25mm e 47.5% das peças produzidas têm comprimento entre 0.25mm e 0.642mm.

    65.1 Calcule os valores de μ e σ.

    65.2 Determine a probabilidade de que uma peça seja não defeituosa. Apresente o resultado com quatro casas decimais.

66. A massa de um doce é confecionada com duas chávenas de açucar e oito claras, cujos pesos se distribuem normalmente. O peso médio do açucar de cada chávena é de 70g e o desvio padrão de 3g. O peso médio de uma clara é de 14g, sabendo-se que 70% das claras pesam menos de 15g.

    66.1 Qual é a probabilidade de que o peso da massa de um doce ultrapasse 240g? Apresente o resultado com três casas decimais.

    66.2 De entre as claras cujo peso é superior a 14g, qual é a percentagem das que pesam mais de 15g?

67. Os serviços municipalizados de gás e eletricidade (SMGE) debitam mensalmente aos seus clientes um consumo teórico de energia elétrica, calculada de tal modo que a probabilidade de o consumo efetivo o exceder seja de 30.85%. Suponha um cliente cujo consumo por mês segue uma distribuição normal de média 400kWh e desvio padrão 40kWh.

67.1 Qual o consumo teórico debitado mensalmente?

67.2 Qual a distribuição de probabilidade do consumo durante três meses?

67.3 Qual a probabilidade de ao fim dos três meses, o consumo teórico exceda o efetivo, em mais de 100kWh? Apresente o resultado com quatro casas decimais.

67.4 Ao fim de quantos meses devem os SMGE proceder à leitura do consumo efetivo, a fim de que, com probabilidade de 50%, o consumo teórico, até então debitado, não exceda o efetivo em mais de 100kWh.

68. Para fabricar determinado lote de café deve juntar-se café brasileiro com café africano, devendo o primeiro representar entre 23% e 26% do total. O café brasileiro é colocado por uma máquina automática que, de cada vez introduz uma quantidade X, em gramas, que é uma variável aleatória $N(\mu = 600, \sigma^2 = 2500)$.
Em cada saco de 10kg a máquina coloca quatro doses, completando-se o peso manuamente e com rigor, com café africano.

68.1 Qual a percentagem de sacos com a proporção conveniente dos dois tipos de café?

68.2 Numa encomenda de dez sacos, qual a probabilidade de apenas metade terem a proporção conveniente dos dois tipos de café?

Apresente os resultados com quatro casas decimais.

69. A quantidade de areia transportada em cada pá é uma variável aleatória com distribuição normal de variância 1kg^2. Apenas 16% das pás levam mais de 4kg.

    69.1 Calcule a percentagem de pás que transportam menos de 3kg.

    69.2 Carregando a batoneira com 25 pás e retirando cinco, qual é a probabilidade de terem ficado mais de 62kg? Apresente o resultado com quatro casas decimais.

70. Um professor desloca-se todos os dias de manhã na sua viatura para ir para a escola. A duração da viagem é uma variável aleatória normal com média de 20 minutos e desvio padrão de quatro minutos.

    70.1 Determine a probabilidade da viagem demorar mais de 25 minutos.

    70.2 Determine a fração de vezes que chega atrasado à aula das 9:00h, quando sai de casa às 8:45h.

    70.3 Calcule o tempo a partir do qual se encontram as 20% de viagens mais lentas.

    70.4 Calcule a probabilidade de duas das próximas três viagens demorarem mais de 25 minutos.

    Apresente os resultados com três casas decimais.

SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS (X e Y são v.a.)

1. X = número de bombons de chocolate branco na amostra,

1.1

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

1.2 $E(X) = 0.75$;
1.3 $P(X = 1|X \leq 1) = 0.6$; **2.1** $k = \frac{48}{79}$;
2.2 X = número de erros por ditado,

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{48}{79}$	$\frac{24}{79}$	$\frac{6}{79}$	$\frac{1}{79}$

$P(X \geq 1\,|\,X \leq 2) = 38\%$.

3.1 $k = \frac{11}{48}$, $a = \frac{100}{11}$; **3.2** $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 2 \\ \frac{1}{4} & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ \frac{7}{12} & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ \frac{37}{48} & \text{se } 4 \leq x < \frac{100}{11} \\ 1 & \text{se } x \geq \frac{100}{11} \end{cases}$

3.3 $\text{var}(X) = 7.16$; **4**. X = número de defeitos existentes em 100 metros de cabo;
4.1 $P(0 < X \leq 2) = 0.60$; **4.2** $P(X \leq 3) = 0.85$;
4.3 $P(X > 2) = 0.30$;

4.4 $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 0.10 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0.45 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0.70 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0.85 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 0.95 & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$;

4.5 $\mu = 1.95$, $\text{var}(X) = 1.75$; **5**. X = número de revistas que um dado cliente adquire; **5.1** O valor mais provável é $X = 0$, $P(X = 0) = 0.724$; **5.2** $E(X) = 0.327$; **6**. X = número de animais adotados por dia; **6.1** $P(X = 3\,|\,X \geq 2) = \frac{4}{9}$; **6.2** $\mu = \frac{38}{15}$;
7. Y = lucro por planta cultivada; **7.2** $E(Y) = 1.85$€;

7.2 $E(10000Y) = 18500€$; **8.1**

x	-2	0	2	3	4	5
$f(x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

8.2.i $P(X > 1) = \frac{3}{4}$; **8.2.ii** $P(0 \leq X \leq 3) = \frac{2}{3}$;
8.2.iii $P(0 \leq X \leq 3 \,|\, X \leq 2) = \frac{5}{6}$;
8.3 $E(X) = \frac{13}{6}$, $\mathrm{var}(X) = \frac{131}{36}$; **9**. X = número de automóveis vendidos semanalmente de uma determinada marca;
9.1 $P(X < 4 \,|\, X > 1) = 0.77$; **9.2** Y = Receita líquida semanal, $E(Y) = 41.40$ u.m.; **10**. X = Número de televisores procurados mensalmente num estabelecimento, **10.1** $E(X) = 2$; **10.2** 3 televisores; **11**. X = número de motores a funcionar sem avarias, em quatro; $P(X \geq 2) = 0.999996$; **12**. X = número de acidentes, em 10000; $P(X \geq 2) = 0.264$; **13**. X = número de componentes com defeito, em seis inspecionados; **13.1** $P(X = 0) = 78.3\%$; **13.2** $P(X \geq 1) = 0.2$; **14.1** X = número de voos com turbulência numa semana (sete dias); $P(X \geq 3) = 0.5801$;
14.2 Y = número de semanas, em cinco, com pelo menos três dias de turbulência; $P(Y = 2) = 0.2491$; **15**. X = número de bovinos contaminados, em cinco;
15.1 $P(X = 5 \,|\, X \geq 1) = 0.00048$; **15.2** $P(X \geq 2.5) = 0.05792$;
16.1 X_B = número de operários B, em 16; $P(X_B = 8) = 0.18$;
16.1 X_A = número de operários A, em 16;
$P(X_B \geq X_A + 4) = 0.37$; **17**. Y = preço de cada peça;
$E(Y) = 3.82€$; **18.1** X = número de rapazes em famílias com seis filhos; $P(X = 6 \,|\, X \geq 3) = 0.024$; **18.2** Y = número de famílias com seis filhos, entre 500 famílias, com pelo menos três rapazes; $E(Y) = 328.12$, ou seja, 328 famílias;
19. X = número de latas mal cheias, em seis;
19.1 $P(X = 0) = 0.5314$; **19.2** $P(X \geq 1) = 0.4686$;
19.3 Y = número de clientes com razão de queixa, em oito; $P(Y = 1) = 0.0449$; **20**. X = número de peças defeituosas, em três; **20.1** $P(X = 3) = 0.0027$; **20.2** $P(X \geq 1) = 0.3639$;
20.3 0.5714; **21**. X = número de cartões, em quatro, que funcionam regularmente durante um ano; **21.1** $P(X = 2) = 0.368$;

21.2 O cliente deverá adquirir mais dois cartões;
22.1 X = número de dias, em 12, que o Manel chega atrasado quando apanha o autocarro das 8:00h; $P(X > 3) = 0.111$;
22.2 Y = número de dias, em 20, que o Manel chega atrasado quando apanha o autocarro das 7:45h, $E(Y) = 1$, logo é pouco provável chegar atrasado três vezes; **23.1** X_1 = número de particulas α emitidas num milissegundos; $P(X_1 = 2) = 0.271$;
23.2 X_2 = número de particulas α emitidas em dois milissegundos; $P(X_2 = 4) = 0.195$; **23.3** $P(X_2 \geq 3) = 0.762$;
24. X = número de peixes existentes em V= 0.1m^3;
24.1 $P(X \geq 1) = 0.632$; **24.2** $P(X \geq 2 \,|\, X \geq 1) = 0.418$;
25.1 X = número de veículos que chegam ao parque, por dia; $P(X > 3) = 0.1429$; **25.2** Cinco veículos;
26. X_{10} = número de veículos que passam no cruzamento, em 10 segundos; X_{20} = número de veículos que passam no cruzamento, em 20 segundos; X_{30} = número de veículos que passam no cruzamento, em 30 segundos; **26.1** $P(X_{20} = 10) = 0.0413$; **26.2** $E(X_{30}) = 9$, Nove veículos; **27**. X = número de clientes num cabeleireiro, por dia (oito horas); **27.1** Y = número de clientes num cabeleireiro, num período de duas horas; $P(Y < 5) = 0.440$; **27.2** $P(X > 25) = 0.112$;
28.1 X = número de avarias, por hora, $E(X) = 2$;
28.2 Y = número de dispositivos que avariam num período de 15 minutos, em cinco; $P(Y = 0) = 0.082$; **29.1** X = número de automóveis pedidos, por dia; $P(X > 2) = 0.32$; **29.2** Y = número de dias, em 100, que ficam pedidos por satisfazer; $E(Y) = 14.29$;
30.1 X = número de pessoas que se apresentam no Centro de Emprego, por semana; $P(X \leq 4) = 0.0550$;
30.2 Y = número de pedidos, em 12, a setores que não o de serviços; $P(Y > 7) = 0.0006$; **31.1** Y = número de vezes que o fio se rompe, em 750m, $P(Y = 0) = 22.3\%$;
31.2 Y_1 = lucro por artigo, $E(Y_1) = 2.5$u.m.;
32.1 X = número de erros de impressão, por página;

32.1.i $P(X=0)=0.3329$; **32.1.ii** $P(X\geq 2)=0.3010$; **32.1.iii** $P(3<X<10)=0.0257$; **32.2** $Y=$ número de páginas, em dez, com algum erro de impressão; $P(Y\geq 5)=0.9239$;
33. $X=$ número de artigos vendidos, num dia;
33.1 $P(X>5)=0.4711$; **33.2** $P(X>10)=0.0253$;
33.3 9 artigos; **34.1** $X=$ número de conhecidos que podem levar o João, em 10 minutos; $P(X=0)=0.463$;
34.2 $Y=$ número de dias, em dez, em que o João espera mais de dez minutos; $P(Y>5)=0.290$;
35.1 $k=0.67$; **35.2** $P(0.5<X<1)=0.33$; **36.1** $k=2.00$;
36.2 $Y=$ número de animais, em cinco, com peso superior a 2Kg; $P(Y=2)=0.31$; **36.3** $E(X)=2.00$;
37.1 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\pi} & \text{se } 0\leq x<\pi\\ 0 & \text{outros valores}\end{cases}$;
37.2 $P\left(X<\frac{\pi}{2}\,|\,X\geq\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{3}$; **37.3** $E(X)=1.571$, $\mathrm{var}(X)=0.822$; **38.1** $a=\frac{1}{5}$;
38.2 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{50}(x-240) & \text{se } x\in[240,250]\\ 0 & x\notin[240,250]\end{cases}$;
38.3 $P(243<X<247)=40\%$; **38.4** $P(X>246.7)=55.1\%$;
39.1 0.49; **39.2** $X=$ número de sinais recebidos num dado instante, $X=1$ é o mais provável; **39.3** $P(T>15)=\frac{4}{11}$;
39.4 $Y=$ número de emissões do sinal S_1 que não excederam 15 segundos; $P(Y\geq 5)=0.27$; **39.5** $P(T\leq 15\,|\,T>10)=50\%$;
40. Em média, espera-se obter, em 150 peças, 143.7 sem defeito;
41.1 $P(X>120)=7.2\%$; **41.2** $P(X<120\,|\,X>100)=64\%$;
41.3 $Y=$ número de obras, em 15, com atraso superior a $t=100$ dias; $P(Y\leq 2)=0.40\%$; **42.1** $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x-1) & \text{se } x\in[1,3]\\ 0 & x\notin[1,3]\end{cases}$;
42.2 $P(1\leq X\leq 2)=0.250$;
42.3 $P(2\leq X\leq 2.5|X\geq 2.3)=0.149$;
43.1.i $P(100<X<200)=0.481$; **43.1.ii** $P(X<2.5)=0.926$;
43.1.iii $P(X<250\,|\,X>100)=0.900$;

43.2 $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ \frac{9x^2-2x^3}{27} & \text{se} \quad x \in [1,3] \\ 1 & \quad x > 3 \end{cases}$; **43.3** $E(X) = 1.500$, $\sigma_X = 0.671$; **44**. X = erro absoluto médio encontrado nas medições de temperatura de uma substância;

44.1 $f(x) = \begin{cases} 50 & \text{se} \quad x \in [0, 0.02] \\ 0 & \quad x \notin [0, 0.02] \end{cases}$, $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ 50x & \text{se} \quad x \in [0, 0.02] \\ 1 & \quad x > 0.02 \end{cases}$;

44.2.i $P(X > 0.005) = 0.750$;
44.2.ii $P(0.005 < X < 0.01) = 0.250$;
44.3 $E(X) = 0.010$, $\sigma_X = 0.006$;
45. X = diâmetro de peças produzidas por uma dada máquina, em mm; **45.1** $P(X > 21) = 16.7\%$;
45.2 $P(X > 20 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 21.1\%$; **45.3** Y = número de peças, em oito, aceitáveis; $P(Y > 4) = 0.2$;

46.1 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{se} \quad x \in [3,5] \\ 0 & \quad x \notin [3,5] \end{cases}$, $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 3 \\ \frac{x-3}{2} & \text{se} \quad x \in [3,5] \\ 1 & \quad x > 5 \end{cases}$;

46.2 $P(X > 3.5 \,|\, 3 < X < 4) = 0.5$; **47**. X = atraso em pequenas obras, $X \sim U(20, 80)$; **47.1** $P(30 < X < 70) = 66.7\%$;
47.2 Y = multa por atraso em pequena obra, $E(Y) = 350$€;
48. X = duração de um brinquedo, em minutos;
48.1 $P\left(X > \frac{3}{4} \times 40\right) = 66.67\%$;
48.2 $P(X > 60 \,|\, X > 30) = 0.25$;
48.3 $P\left(|X - 45| \geq 30\right) = 0.08$; **49.1** T = tempo entre duas chamadas consecutivas, em segundos; $P(T > 5) = 0.082$;
49.2 X = número de chamadas em cinco segundos;
$P(X \geq 2) = 0.713$; **50**. T = tempo de funcionamento entre avarias, em horas; **50.1** $P(T > 1) = 0.368$,
$P(T > 2) = 0.135$, $P(T > 3) = 0.050$; **50.2** X = número de máquinas, em quatro, que funcionam ao fim de duas horas; $P(X > 2) = 0.009$; **50.3** Y = número de máquinas, em três, que avariam em 15min, $P(Y \geq 1) = 0.528$; **51.1** T = duração

de um dispositivo eletrónico, em horas; $P(T > 3000) = 30.12\%$; **51.2** 20% dos dispositivos não duram mais de 557.86 horas; **51.3** Y = número de dispositivos, em 12, que funcionam após 3000 horas, $P(X > 6) = 0.04$;
52. T = durabilidade das resinas, em dias, $T \sim Exp(\beta = 21.7)$; **52.1** $E(T) = 21.7$ dias; **52.2** $P(T > 30) = 25.1\%$;
52.3 Y = valor de venda, por bidão, $E(Y) = 38.4$€;
53. T = atraso de um comboio, em minutos;
53.1 $P(T < 8) = 48.66\%$; **53.2** $P(T < 20 \,|\, T > 10) = 0.57$; **54**. T = tempo de vida de um produto congelado em condições aceitáveis, em dias; **54.1** 17.3 dias;
54.2 X = número de embalagens, em nove, estragadas em 17 dias; $P(X > 3) = 0.17$; **55**. T = duração de certo tipo de lâmpadas, em horas; **55.1** $E(T) = \text{var}(T) = 999.4$ horas;
55.2 $P(X > 223) = 0.2$; **56.1** $T \sim Exp(\beta = 5)$;
56.2 $P(T > 10) = 0.135$; **56.3** Y = número de intervalos de dez segundos, em seis, em que relampeja; $P(Y \geq 5) = 0.810$;
57.1 Y = número de veículos que cheam ao posto de abastecimento, em cinco minutos; $P(Y > 4) = 0.3712$; **57.2** T = tempo entre a chegada de veículos, em minutos; $P(T \geq 10) = 0.0003$;
57.3 X = número de períodos de cinco minutos, em 12, que não chega nenhum veículo; **57.3.i** $X \sim Bin(n = 12, p = 0.0183)$;
57.3.ii $E(X) = 0.2198$; **58.1** $P(X > 150) = 0.0668$;
58.2.i 147.8 km/hora; **58.2.ii** 118.6 km/hora;
59.1 $P(X \leq 85) = 0.0668$; **59.2** 87.184 unidades;
59.3 Y = número de doentes, em dez, que não sobrevivem quando expostos a uma radiação de 85 unidades;
$P(Y < 2) = 0.859$; **60.1** 64.22 minutos; **60.2** $P(T < 20) = 0.05$;
60.3 X = número de doentes, em cinco, que esperam mais de 20 minutos; $P(X < 4) = 0.02$; **61.1** $\mu = 1.904$; **61.2** Y = número de garrafas, em seis, que transbordaram; $P(Y = 0) = 0.859$;
62.1 X = peso da caixa cheia (em gramas),
$X \sim N(\mu = 1900, \sigma^2 = 40.3^2)$; $P(X < 2000) = 0.9934$;

62.2 X_1 = peso de um pires, em gramas, Y_1 = peso de uma chávena, em gramas; $P(Y_1 > X_1) = 0.1336$; **63.1** Y = número de estudantes, em 120, que vão à oral, $E(Y) = 31$;
63.2 10% dos estudantes tiveram nota inferior a 7 valores;
64.1 $P(11 < X < 14) = 0.533$; **64.2** $P(|X - 12| > 2) = 0.317$;
65.1 $\mu = 0.25$, $\sigma = 0.20$; **65.2** $P(|X - 0.25| \leq 0.20) = 0.6827$;
66.1 X = peso de um doce, em gramas,
$X \sim N(\mu = 252, \sigma^2 = 6.862^2)$, $P(X > 240) = 0.981$;
66.2 X_2 = peso de uma clara, em gramas;
$P(X_2 > 15 \,|\, X_2 > 14) = 60\%$; **67.1** X_1 = consumo efetivo de gás e eletricidade de um cliente, por mês, em kWh, 420kWh;
67.2 X = consumo efetivo de gás e eletricidade de um cliente, em três meses, em kWh; $X \sim N(\mu = 1200, \sigma^2 = 69.3^2)$;
67.3 $P(X < 1160) = 0.2819$; **67.4** Cinco meses;
68.1 X = quantidade de café brasileiro, em quatro doses, em gramas; $P(2300 < X < 2600) = 81.86\%$; **68.2** Y = número de sacos, em 10, com proporção conveniente dos dois tipos de café; $P(Y = 5) = 0.0182$; **69.** X = quantidade de areia transportada por uma pá, em kg, $X \sim N(\mu = 3, \sigma^2 = 1)$;
69.1 $P(X < 3) = 50\%$; **69.2** Y_b = quantidade de areia que ficou na batoneira, em Kg; $P(Y_b > 62) = 0.3575$; **70.** X = duração da viagem para a escola, em minutos; **70.1** $P(X > 25) = 0.106$;
70.2 $P(X > 15) = 0.894$; **70.3** 23.366 minutos;
70.4 Y = número de viagens, em três, que demoraram mais de 25 minutos; $P(Y = 2) = 0.030$.