Licenciatura em Engenharia Biomédica

MATEMÁTICA 1 (2023/2024)

ÉPOCA ESPECIAL: 2ª PROVA DE AVALIAÇÃO

04 de setembro de 2024

Aluno nº:	**Nome:**

- Não é permitida a consulta de dispositivos eletrónicos (máquina de calcular, telemóvel, etc.).
- Só poderá consultar os formulários validados no início da prova.
- Todos os cálculos que efetuar e todas as conclusões que obtiver deverão ser devidamente justificados.
- Boa sorte!

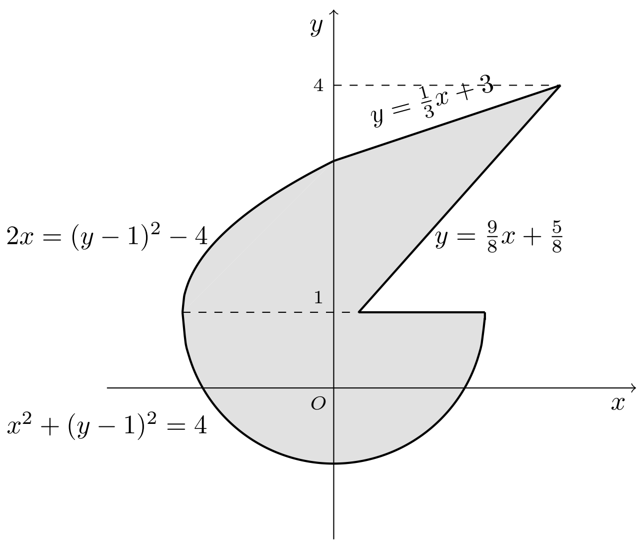
Duração: 1h15m

Cotações:

1. (30)	2. (35)	3.1 (20)	3.2 (15)	3.3 (10)	3.4 (5)	4. (20)	5. (20)	6.1 (25)	6.2 (10)	6.3 (10)	Total) (200)

1. Calcule o integral da função real de variável real, $f(x) = x\,\text{arctg}(x)$, definido em $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$.

2. Considere a região abaixo limitada por ramos das curvas indicadas. Escreva a expressão integral que permite calcular a área da região assinalada.



3. Seja $a_n = f(n)\dfrac{2^{2n+1}}{4^{3n+1}}$, sendo $f(n)$ uma função real de variável natural.

   3.1 Seja $f(n) = 1$ e calcule, se possível, a soma da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

   3.2 Seja $f(n) = (-1)^n \dfrac{2^{4n+1}}{n}$, estude a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ quanto à sua convergência.

4. Estude a natureza da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^4+1}}{n^3+n^2}$.

5. Considere a série de potências, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n-1)!}{n^2}(x-5)^n$, representaiva de uma dada função f. Indique o centro de convergência e calcule o intervalo e o raio de convergência da série.

6. Seja dada a função $f(x) = -\ln(1+2x)$, representável por um desenvolvimento em série de MacLaurin. Sabendo que o intervalo de convergência é $\left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, determine:

   6.1 A expressão da referida série.

   6.2 A expressão do polinómio de MacLaurin de ordem $n = 3$, da função $y = f(x)$.

   6.3 Um valor aproximado de $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$, com base na expressão do polinómio obtida na alínea anterior.