

Aluno nº _____ Nome _____

- A duração da prova é de **1 hora e 45 minutos** + 15 minutos de tolerância.
- É permitida a consulta do formulário da U.C.. Não é permitida a consulta de quaisquer dispositivos eletrónicos (máquina de calcular, telemóvel, etc.).
- Todos os cálculos que efetuar e todas as conclusões que obtiver terão de ser devidamente **justificados**.
- Faça a resolução da prova em **5 folhas separadas**, como é indicado ao longo do enunciado.

1. (1.5 val.) O projeto final de curso de uma licenciatura é uma aplicação informática formada por três partes distintas A , B e C , que devem ser submetidas numa plataforma separadamente. Constatou-se que 121 estudantes entregaram a Parte A , 99 entregaram a Parte B e 150 entregaram a Parte C . Verificou-se ainda que apenas 28 entregaram as três partes. Além disso, 58 entregaram A e B , 40 entregaram B e C e 220 entregaram A ou C . Determine quantos estudantes entregaram:

- a) As Partes A e C .
- b) A Parte C mas não a Parte A .
- c) Pelo menos uma das Partes.

2. (2 val.) Use unicamente as propriedades das operações lógicas para verificar se a proposição

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow q$$

é uma tautologia, uma contradição, ou nenhuma das duas. Justifique a sua resposta e indique as propriedades usadas na simplificação da proposição.

***** **Folha 2** *****

3. Considere a relação binária R sobre o conjunto $A = \{6, 8, 10, 12\}$ definida em extensão por

$$R = \{(6, 8), (6, 10), (6, 12), (8, 10), (8, 12), (10, 12)\}.$$

- a) (1.5 val.) Classifique-a quanto à reflexividade, simetria, anti-simetria e transitividade, justificando a sua resposta.
- b) (1 val.) Desenhe o digrafo do fecho transitivo da relação R .

4. (2 val.) Usando as regras de inferência, e sabendo que:

Se alguém é culpado, deve ser punido. Se alguém roubou, então é culpado. Se alguém não roubar nem maltratar, então não vai ser julgado. João Bernardo não maltratou. João Bernardo foi julgado.

é possível concluir que *João Bernardo vai ser punido*? Justifique a sua resposta construindo uma prova simbólica.

***** **Folha 3** *****

5. (2 val.) Usando o Princípio de Indução Matemática, mostre que

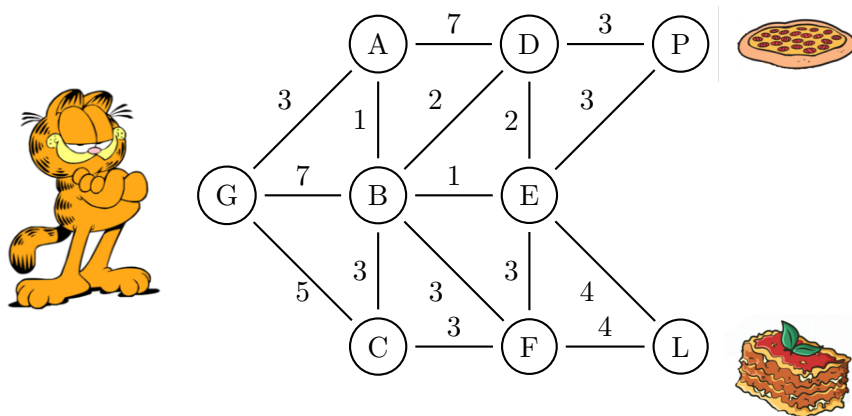
$$\sum_{k=1}^n (3k - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

6. Indique, justificando, se são verdadeiras, ou falsas, as seguintes afirmações:

- a) (1 val.) Existe um grafo não orientado conexo semi-Euleriano (e não Euleriano) $G = (V, E)$ com $|V| = 17$ e $|E| = 17$.
- b) (1 val.) Existe um grafo não orientado $G = (V, E)$ com doze vértices de grau 1, um vértice de grau 3 e os restantes vértices de grau 2.

***** Folha 4 - Folha com tabelas dos Algoritmos *****

7. O grafo abaixo é um esquema representativo da mansão do Garfield, onde os vértices representam os compartimentos e as arestas um corredor entre dois compartimentos, etiquetadas com o tempo, em segundos, que ele demora a ir de um dado compartimento para outro.



- a) (2.5 val.) É chegada a hora do almoço e Garfield inspira o aroma de uma pizza e de uma lasanha, em diferentes compartimentos da mansão. Guloso como é, desloca-se, de imediato, para deliciar-se com o repasto que lhe é mais rapidamente acessível. Qual dos alimentos vai o Garfield comer, quanto tempo demora a chegar até ele e qual o caminho que percorre?
Responda à questão simulando o procedimento de um algoritmo estudado em MDISC, dizendo qual o nome do algoritmo e usando a folha com as tabelas disponibilizada no Moodle para esta prova.
- b) (2.5 val.) Jon Arbuckle, dono de Garfield, vai deixá-lo em casa sozinho. Pretende fechar o máximo de corredores, mas de forma a que Garfield consiga aceder a todos os compartimentos e a que o comprimento total dos corredores disponíveis seja minimal. Considere agora que as etiquetas nas arestas representam o comprimento de cada corredor, numa dada unidade de medida (u.m.).
Apresente uma solução para o problema e indique o custo total dessa solução. Responda à questão simulando o procedimento de um algoritmo estudado em MDISC, dizendo qual o nome do algoritmo e usando a folha com as tabelas disponibilizada no Moodle para esta prova.

***** Folha 5 *****

8. Considere o algoritmo que se segue.

```

procedure Print( $n$ : positive integer)
  for  $i := n^2$  to 1 by step -1:
    for  $j := 0$  to  $n$ :
      print "smile"
    for  $k := 0$  to  $n^2$ :
      print "happy"
    for  $l := 1$  to 5000:
      print "crazy"
  return

```

- a) (1 val.) Escreva uma fórmula para o número de vezes que será escrita cada uma das palavras *smile*, *happy* e *crazy*, em função do valor do input, n . Justifique a sua resposta.
- b) (2 val.) Apresente uma tabela com a estimativa O para o tempo de execução de cada linha do algoritmo em função do valor do input, n , e conclua acerca da complexidade temporal no pior caso do algoritmo.