FORMULÁRIO MATEMÁTICA

PASUSISEP segue este caminho

Instituto Superior de **Engenharia** do Porto

Na produção deste documento foi utilizado papel proveniente de florestas de gestão sustentável. O tamanho selecionado foi optimizado para evitar desperdícios de corte. Na impressão foram utilizadas tintas de baixo teor de solvente.

Sejam $a, c \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$ e $u = u(x)$, $v = v(x)$ funções deriváveis e integráveis no seu domínio

DERIVADAS	INTEGRAIS
$a' = 0$	
$(au)' = au'$	$\int au'\,dx = au + c$
$(uv)' = u'v + uv'$	$\int u'v\,dx = uv - \int uv'\,dx$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, $v \neq 0$	
$(u^a)' = au^{a-1}u'$	$\int u^a u'\,dx = \frac{u^{a+1}}{a+1} + c$, $a \neq -1$
$(b^u)' = u'b^u \ln b$	$\int u'b^u\,dx = \frac{b^u}{\ln b} + c$
$(e^u)' = u'e^u$	$\int u'e^u\,dx = e^u + c$
$(u^v)' = vu^{v-1}u' + v'u^v \ln u$	
$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$	$\int \frac{u'}{u}\,dx = \ln\lvert u\rvert + c$
$(\log_b u)' = \frac{u'}{u \ln b}$	
$(\text{sen } u)' = u' \cos u$	$\int u' \cos u\,dx = \text{sen } u + c$
$(\cos u)' = -u' \text{sen } u$	$\int u' \text{sen } u\,dx = -\cos u + c$
$(\text{tg } u)' = u' \sec^2 u$	$\int u' \sec^2 u\,dx = \text{tg } u + c$
$(\text{cotg } u)' = -u' \text{cosec}^2 u$	$\int u' \text{cosec}^2 u\,dx = -\text{cotg } u + c$
$(\sec u)' = u' \sec u \text{ tg } u$	$\int u' \sec u \text{ tg } u\,dx = \sec u + c$
	$\int u' \sec u\,dx = \ln\lvert \sec u + \text{tg } u\rvert + c$
$(\text{cosec } u)' = -u' \text{cosec } u \text{ cotg } u$	$\int u' \text{cosec } u \text{ cotg } u\,dx = -\text{cosec } u + c$
	$\int u' \text{cosec } u\,dx = \ln\lvert \text{cosec } u - \text{cotg } u\rvert + c$
$(\text{arcsen } u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$\int \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}\,dx = \text{arcsen } u + c$
$(\text{arccos } u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	
$(\text{arctg } u)' = \frac{u'}{1+u^2}$	$\int \frac{u'}{1+u^2}\,dx = \text{arctg } u + c$
$(\text{arccotg } u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$	

SUBSTITUIÇÕES TRIGONOMÉTRICAS PARA INTEGRAIS

Se a função integranda envolve $\sqrt{a^2 - u^2}$ então $u = a \text{ sen} t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Se a função integranda envolve $\sqrt{a^2 + u^2}$ então $u = a \text{ tg} t$, $t \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

Se a função integranda envolve $\sqrt{u^2 - a^2}$ então $u = a \sec t$, $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

Fórmulas fundamentais

$\text{sen}^2 u + \cos^2 u = 1$	$1 + \text{tg}^2 u = \sec^2 u$	$1 + \text{cotg}^2 u = \text{cosec}^2 u$

Fórmulas de bissecção

$\text{sen}^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{2}$	$\cos^2 u = \frac{1 + \cos(2u)}{2}$

Fórmulas de duplicação

$\text{sen}(2u) = 2 \text{ sen} u \cos u$	$\cos(2u) = \cos^2 u - \text{sen}^2 u$

Fórmulas de transformação

$\text{sen} u \text{ sen} v = \frac{1}{2}[\cos(u-v) - \cos(u+v)]$	$\cos u \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u+v) + \cos(u-v)]$
$\text{sen} u \cos v = \frac{1}{2}[\text{sen}(u+v) + \text{sen}(u-v)]$	

ALGUMAS FUNÇÕES HIPERBÓLICAS

$\text{senh } u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}$	$\cosh u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$

LOGARITMOS

Sejam $p = p(x)$, $q = q(x)$ funções positivas no seu domínio

$\log_b p = a \Leftrightarrow p = b^a$	$\log_b p^u = u \log_b p$
$\log_b(pq) = \log_b p + \log_b q$	$\log_b\left(\frac{p}{q}\right) = \log_b p - \log_b q$

Sejam $s \in \mathbb{C}$, $f(t)$ uma função derivável e integrável no seu domínio e com transformada de Laplace unidirecional $L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}\,dt$, $u(t)$ a função de Heaviside e $\delta(t)$ a função delta de Dirac

TRANSFORMADAS DE LAPLACE	PROPRIEDADES DAS TRANSFORMADAS DE LAPLACE
$L\{\delta(t)\} = 1$, $\text{Re}(s)>0$	$L\{af_1(t) + bf_2(t)\} = aF_1(s) + bF_2(s)$
$L\{u(t)\} = L\{1\} = \frac{1}{s}$, $\text{Re}(s)>0$	$L\{f(at)\} = \frac{1}{s}F\left(\frac{s}{a}\right)$
$L\{u(t-a)\} = \frac{e^{-as}}{s}$, $\text{Re}(s)>0$	$L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$
$L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$, $\text{Re}(s)>0$, $n \in \mathbb{N}$	$L\{u(t-a)f(t-a)\} = e^{-as}F(s)$
$L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$, $\text{Re}(s)>a$	$L\{f^{(n)}(t)\} = s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0)$ Contudo, $L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0) - e^{-as}[f'(a^+) - f(a^-)]$ se $f(t)$ é descontínua em $t = a$
$L\{\text{sen}(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}$, $\text{Re}(s)>0$	$L\{t^nf(t)\} = (-1)^nF^{(n)}(s)$
$L\{\cos(at)\} = \frac{s}{s^2+a^2}$, $\text{Re}(s)>0$	$L\left\{\int_0^t f(u)\,du\right\} = \frac{F(s)}{s}$
$L\{\text{senh}(at)\} = \frac{a}{s^2-a^2}$, $\text{Re}(t)>\lvert a\rvert$	$L\left\{\int_0^t f(u)\,g(t-u)\,du\right\} = F(s)\,G(s)$
$L\{\cosh(at)\} = \frac{s}{s^2-a^2}$, $\text{Re}(s)>\lvert a\rvert$	$L\left\{\frac{1}{t}f(t)\right\} = \int_s^{+\infty} F(u)\,du$

FORMULÁRIO MATEMÁTICA

PASUSISEP segue este caminho

Instituto Superior de **Engenharia** do Porto

Rua Dr. António Bernardino de Almeida, nº 431

4200-072 Porto

tel. 228 340 500
fax 228 321 159

mail@isep.ipp.pt
www.isep.ipp.pt