

1222 • 2022
800
ANNI



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE
CURRICULUM SPAZIALE

EXECUTIVE SUMMARY

**ESPERIENZE DI LABORATORIO DEL CORSO DI
SATELLITE NAVIGATION**

Redatto dal Gruppo 3:

Andres Maria Majorana
Francesco Griguol
Francesco Finotti

Anno Accademico 2023/2024

Elenco delle figure

1.1	<i>Schematizzazione del metodo dei minimi quadrati implementato.</i>	2
1.2	<i>Rappresentazioni grafiche della minimizzazione delle funzioni di costo $\chi^2(\underline{x}^{(k)})$ e $\Sigma^2(\Delta \underline{x})$.</i>	4
1.3	<i>Confronto tra l'allineamento o meno delle ground stations.</i>	5
1.4	<i>Confronto tra posizione finale stimata e posizione reale tra scenario 2 e scenario 4.</i>	6
1.5	<i>Confronto tra posizione finale stimata e posizione reale tra scenario 2 e scenario 4.</i>	8
2.1	<i>Lista di valori che caratterizzano le effemeridi di un satellite di una costellazione GPS (ma anche Galileo e BeiDou) trasmessi dal Broadcast Navigation Message</i>	12
2.2	<i>Lista di valori che caratterizzano le effemeridi di un satellite di una costellazione GLONASS (ma anche Galileo e BeiDou) trasmessi dal Broadcast Navigation Message</i>	13
2.3	<i>Visualizzazione tridimensionali delle orbite dei satelliti SAT1, SAT15 e SAT30 della costellazione GPS.</i>	14
2.4	<i>Visualizzazione tridimensionali delle orbite dei satelliti SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLONASS.</i>	15
2.5	<i>Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT15 e SAT30 della costellazione GPS.</i>	15
2.6	<i>Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLONASS.</i>	16
2.7	<i>Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLONASS.</i>	16
2.8	<i>Differenza nel computo delle coordinate cartesiane della posizione orbitale del SAT4 della costellazione GPS nel tempo di interpolazione scelto e relativo particolare.</i>	17
2.9	<i>Skyplot dei satelliti in vista della costellazione GPS</i>	18
2.10	<i>Numero dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite computate con Navigation Broadcast Message.</i>	19
2.11	<i>Skyplot dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite computate con Precise Products.</i>	19
2.12	<i>Numero dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite computate con Precise Products.</i>	20
3.1	<i>Differenza tra UT, TAI e UTC e visualizzazione dei leap seconds.</i>	22
3.2	<i>Elenco dei vari contributi che competono alla misura di pseudorange.</i>	23
3.3	<i>Giustificazione grafica del considerare le coordinate del satellite al tempo di acquisizione, piuttosto che a quello di trasmissione del segnale di navigazione.</i>	24
3.4	<i>Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie di partenza (gialle).</i>	26
3.5	<i>Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso statico di partenza.</i>	27
3.6	<i>Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di partenza.</i>	27
3.7	<i>Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie dinamiche (gialle).</i>	27
3.8	<i>Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso dinamico.</i>	28
3.9	<i>Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione dinamica.</i>	28
3.10	<i>Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie di arrivo (gialle).</i>	28
3.11	<i>Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso statico di arrivo.</i>	29
3.12	<i>Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di arrivo.</i>	29
3.13		29
4.1	<i>Visualizzazione dell'accesso al ricevitore per i satelliti della costellazione GPS in vista.</i>	37
4.2	<i>Variazione del valore di Doppler shift subito dal segnale al momento della ricezione.</i>	38

4.3	<i>Distanze dei singoli satelliti della costellazione GPS e il ricevitore.</i>	38
4.4	<i>Stringa di bit che caratterizza il C/A Code per il satellite con identificativo 5 della costellazione GPS.</i>	38
4.5	<i>Visualizzazione della variazione in fase tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.</i>	39
4.6	<i>Visualizzazione della variazione in frequenza tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.</i>	39
4.7	<i>Visualizzazione della discrepanza nel dominio del tempo tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.</i>	39
4.8	<i>Visualizzazione del risultato della correlazione tra il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 5 e il segnale generato dal ricevitore, nel dominio delle frequenze e del tempo.</i>	40
5.1	<i>Visualizzazione della traiettoria di riferimento fiduciaria e quella ottenuta implementando un EKF a bassa dinamica per la stima della posizione del ricevitore.</i>	43
5.2	<i>Profilo nel tempo di acquisizione della media dei residui sulla stima delle posizioni successive.</i>	44
5.3	<i>Profilo nel tempo di acquisizione della media del guadagno di Kalman su tutte le stime di posizione.</i>	44
5.4	<i>Profilo nel tempo di acquisizione degli autovalori della matrice di covarianza sulle posizioni stimate.</i>	44
6.1	<i>Confronto delle varie traiettorie ottenute usando diverse tecniche per il tracciamento della posizione.</i>	48
6.2	<i>Angoli di rollio, beccheggio e imbardata grezzi.</i>	49
6.3	<i>Angoli di rollio, beccheggio e imbardata, filtrati dal EKF dentro la IMU.</i>	49
6.4	<i>Accelerazioni registrate dalla IMU.</i>	49
7.1	<i>Visualizzazione tridimensionale dell'orbita del satellite ICESat.</i>	53
8.1	<i>Vista satellitare del Parco d'Europa, Padova.</i>	59
8.2	<i>Particolare sulle posizioni fiduciarie (blu) e stimate (gialle).</i>	59
8.3	<i>Particolare sulle posizioni fiduciarie (blu) e stimate (gialle).</i>	60
8.4	<i>Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di partenza.</i>	60
8.5	<i>Ellisse di incertezza sulle misurazioni dell'acquisizione statica.</i>	60
8.6	<i>Variazione delle incertezze sulle misure lungo gli assi principali della terna ENU per l'acquisizione statica.</i>	61
8.7	<i>Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie dinamiche (gialle).</i>	61
8.8	<i>Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso dinamico.</i>	61
8.9	<i>Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione dinamica.</i>	62
9.1	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando il clock offset degli orologi a bordo dei satelliti della costellazione GPS.</i>	65
9.2	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'esistenza dei leap seconds.</i>	65
9.3	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio considerando la posizione dei satelliti al momento di ricezione del segnale, e non al momento di emissione del segnale stesso.</i>	66
9.4	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto Segnac, ovvero non tenendo in considerazione la rotazione della Terra.</i>	66
9.5	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto relativistico nella cadenza del tempo a bordo degli orologi dei satelliti.</i>	66
9.6	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della ionosfera.</i>	67
9.7	<i>Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della troposfera.</i>	67
9.8	<i>Schema logico per la generazione del segnale in acquisizione in quadratura complessa.</i>	68

9.9	<i>Schema logico del funzionamento del canale di propagazione, con relativi processi di tracciamento del segnale in ricezione.</i>	69
9.10	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando il clock offset degli orologi a bordo dei satelliti della costellazione GPS.</i>	70
9.11	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'esistenza dei leap seconds.</i>	70
9.12	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio considerando la posizione dei satelliti al momento di ricezione del segnale, e non al momento di emissione del segnale stesso.</i>	70
9.13	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto Segnac, ovvero non tenendo in considerazione la rotazione della Terra.</i>	71
9.14	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto relativistico nella cadenza del tempo a bordo degli orologi dei satelliti.</i>	71
9.15	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della ionosfera.</i>	71
9.16	<i>Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della troposfera.</i>	72

Elenco delle tabelle

1.1	<i>Proprietà degli scenari in analisi.</i>	1
1.2	<i>Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 2.</i>	6
1.3	<i>Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 4.</i>	7
1.4	<i>Confronto numero di iterazioni compiute dal metodo dei minimi quadrati se pesato o meno.</i>	7
1.5	<i>Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 2 pesato.</i>	7
1.6	<i>Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 4 pesato.</i>	7
3.1	<i>Contributo dei singoli errori nel computo dello pseudorange per la posizioni iniziale di partenza.</i>	30
8.1	<i>Contributo dei singoli errori nel computo dello pseudorange per la stima della posizione finale del ricevitore nel caso dell'acquisizione dinamica.</i>	62

Indice

1	Prima Esperienza di Laboratorio	1
1.1	Abstract	1
1.2	Introduzione	1
1.3	Metodo di Analisi	1
1.4	Risultati ottenuti	5
1.4.1	Risultati ottenuti senza implementare una matrice di peso nel metodo dei minimi quadrati	5
1.4.2	Risultati ottenuti implementando una matrice di peso nel metodo dei minimi quadrati	7
1.5	Conclusioni	8
1.6	Bibliografia	9
2	Seconda Esperienza di Laboratorio	11
2.1	Abstract	11
2.2	Introduzione	11
2.3	Metodo di Analisi	11
2.3.1	Broadcast Orbits	11
2.3.2	Precise Orbits	15
2.4	Risultati	17
2.5	Conclusioni	18
2.6	Bibliografia	20
3	Terza Esperienza di Laboratorio	21
3.1	Abstract	21
3.2	Introduzione	21
3.3	Metodo di Analisi	21
3.3.1	Correzioni alla misura di pseudorange tramite la <code>function GNSS_fix_tlm</code>	23
3.4	Allestimento Sperimentale	26
3.5	Risultati	26
3.5.1	Acquisizione statica di partenza	26
3.5.2	Acquisizione dinamica	27
3.5.3	Acquisizione statica di arrivo	28
3.6	Conclusioni	30
3.7	Bibliografia	31
4	Quarta Esperienza di Laboratorio	33
4.1	Abstract	33
4.2	Introduzione	33
4.3	Metodo di Analisi	33
4.3.1	Generazione del segnale in acquisizione	33
4.3.2	Canale di Propagazione	34
4.3.3	Tracciamento del del segnale ricevuto	35
4.3.4	Analisi dello spettro del segnale ricevuto	36
4.3.5	Analisi del tempo di trasmissione	37
4.4	Risultati Ottenuti	37
4.5	Conclusioni	40

4.6	Bibliografia	40
5	Quinta Esperienza di Laboratorio	41
5.1	Abstract	41
5.2	Introduzione	41
5.3	Metodo di Analisi	41
5.3.1	Equazioni generali per un EKF	41
5.3.2	Equazioni del EKF per un sistema a bassa dinamica	42
5.4	Allestimento Sperimentale	43
5.5	Risultati Ottenuti	43
5.6	Conclusioni	44
5.7	Bibliografia	46
6	Sesta Esperienza di Laboratorio	47
6.1	Abstract	47
6.2	Introduzione	47
6.3	Metodo di Analisi	47
6.4	Allestimento sperimentale	48
6.5	Risultati Ottenuti	48
6.6	Conclusioni	50
6.7	Bibliografia	50
7	Settima Esperienza di Laboratorio	51
7.1	Abstract	51
7.2	Introduzione	51
7.3	Metodologia di Analisi	51
7.4	Allestimento Sperimentale	52
7.5	Risultati ottenuti	52
7.6	Conclusioni	53
8	Ottava Esperienza di Laboratorio	55
8.1	Abstract	55
8.2	Introduzione	55
8.3	Metodo di Analisi	55
8.3.1	Correzioni alla misura di <i>pseudorange</i> tramite la <code>function GNSS_fix_ti.m</code>	56
8.4	Allestimento Sperimentale	58
8.5	Risultati	59
8.5.1	Acquisizione statica	59
8.5.2	Acquisizione dinamica	61
8.6	Conclusioni	62
8.7	Bibliografia	63
9	APPENDICE	65
9.1	Appendice della Terza Esperienza di Laboratorio	65
9.2	Appendice della Quarta Esperienza di Laboratorio	68
9.3	Appendice dell'Ottava Esperienza di Laboratorio	70

Prima Esperienza di Laboratorio

1.1 Abstract

Con questa esperienza si vuole valutare l'effetto che la disposizione di più *ground stations* emittenti un segnale GPS hanno sulla determinazione della posizione finale del ricevitore, detta *fix*. In particolare, si vuole mostrare, utilizzando il metodo dei minimi quadrati, come una configurazione allineata delle *ground station* abbia un effetto positivo sulla nuvola d'errore associata alla determinazione della posizione finale del suddetto *fix*, garantendo un miglior risultato finale.

1.2 Introduzione

I GNSSs (*Global Navigation Satellite Systems*) utilizzano delle tecniche di trilaterazione per determinare le posizioni, in una configurazione bidimensionale. In particolare, un ricevitore necessita di conoscere le coordinate del satellite (che in questo esempio sono paragonati a delle semplici *ground stations*), gli errori di sincronizzazione degli orologi di bordo del satellite (noti come *clock*) e di misurare la distanza tra il satellite e il ricevitore stesso, per poter trovare la sua posizione di quest'ultimo, nota come *fix*.

L'analisi è stata svolta considerando un problema bidimensionale diviso in 4 diversi scenari [tab. 1.1]:

	Errore di sincronizzazione dei <i>clock</i>	Allineamento delle <i>ground stations</i>
<i>Scenario 1</i>	No	No
<i>Scenario 2</i>	Si	No
<i>Scenario 3</i>	No	Si
<i>Scenario 4</i>	Si	Si

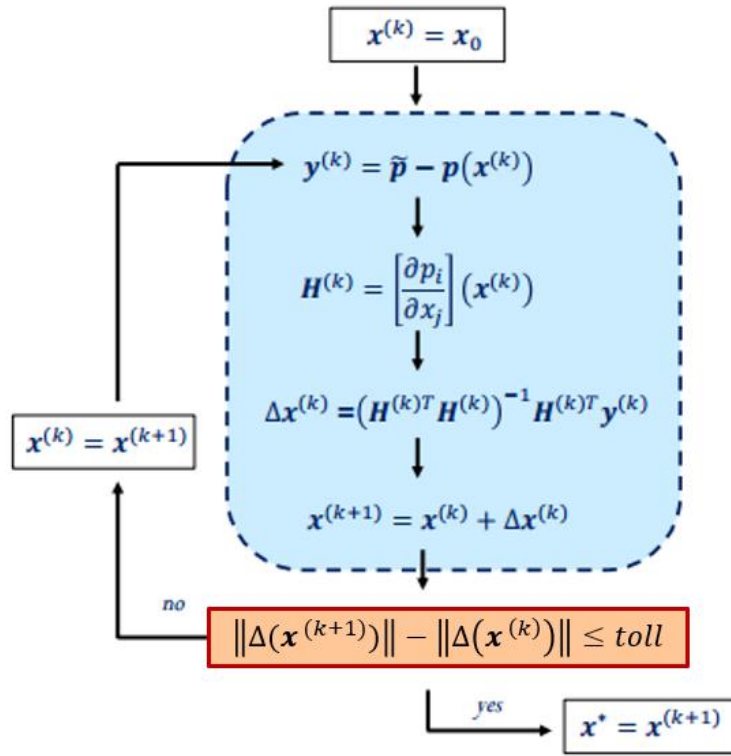
Tabella 1.1: *Proprietà degli scenari in analisi.*

Per ciascuno di questi scenari è stato applicato il metodo dei minimi quadrati, che consente, partendo da dei dati di posizione iniziali, di ottenere una migliore soluzione andando a minimizzare una opportuna funzione interpolatrice. Per tenere conto del non allineamento delle *ground stations* è stata inoltre implementata una metodologia che ricorre a un'analisi di covarianza, quindi a una funzione di costo. Così facendo si riesce a pesare il contributo che ciascuna *ground station* porta all'errore complessivo.

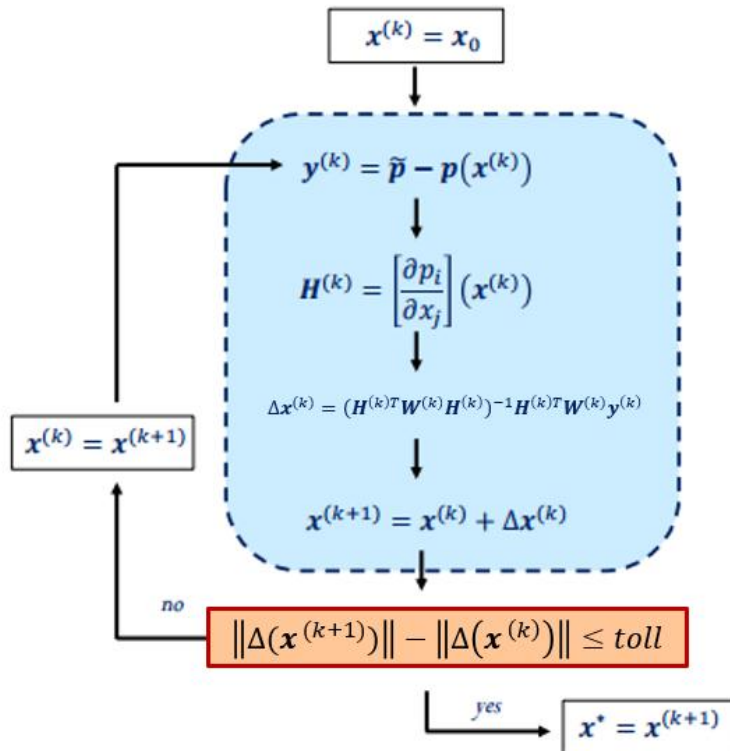
Verrà quindi valutato se l'introduzione di queste funzioni di costo comporti una diminuzione dell'errore finale.

1.3 Metodo di Analisi

In questa sezione sono presentati i codici MATLAB utilizzati per il calcolo del *fix* di posizione e l'analisi di covarianza. In particolare l'esperienza prevede l'implementazione del metodo dei minimi quadrati sia con una opportuna matrice di peso che senza. Ciò è implementato nel codice principale `Fix_GPS_2D_weighted.m`, che implementa l'algoritmo per la stima di posizione utilizzando il metodo dei minimi quadrati ricorsivo, con l'ausilio di codici secondari, nel modo seguente:



(a) Metodo dei minimi quadrati non pesato.



(b) Metodo dei minimi quadrati pesato.

Figura 1.1: Schematizzazione del metodo dei minimi quadrati implementato.

- Viene selezionato uno dei quattro scenari richiamando il codice secondario `scenario_data.m`.

Con questo codice si sono organizzati i dati sperimentali: questi consistono in misure di *pseudorange* ottenute da due configurazioni diverse per quanto riguarda il numero e la posizione delle *ground stations*. Per ognuna delle configurazioni è stato inizializzato uno scenario in cui è stato trascurato il termine $c\Delta\tau$ legato alla non sincronizzazione degli orologi e uno in cui invece è presente come variabile aggiuntiva. Si differenziano così le misure di *pseudorange* dei quattro scenari in analisi [cfr. 1.2]. In questa istanza, viene anche definita la posizione "reale" o di "prima stima" del ricevitore \underline{x}_0 .

2. Segue il ciclo principale: dopo aver inizializzato le variabili, viene avviato un ciclo **while** che itera l'algoritmo dei minimi quadrati fintantoché non viene soddisfatta la condizione di arresto sulla norma del vettore degli incrementi $\Delta \underline{x}^{(k)}$ o viene raggiunto il numero massimo di iterazioni k_{max} .

All'interno del ciclo vengono calcolate le misure di *pseudorange* stimando la distanza tra il ricevitore e le *ground stations*: da queste stime di distanza, si determina il vettore dei residui $\underline{y}^{(k)}$ tra le misure di *pseudorange* effettive \tilde{p} e quelle calcolate $p(\underline{x}^{(k)})$:

$$\underline{y}^{(k)} = \tilde{p} - p(\underline{x}^{(k)}) \quad (1.1)$$

Un'altra alternativa come condizione di arresto, complementare al raggiungimento massimo del numero di iterazioni, è di considerare un valore minimo di tolleranza $\chi^2(\underline{x})$, definito come: $\chi^2(\underline{x}) = \underline{y}^T \underline{y}$. Man mano che la norma del vettore degli incrementi $\Delta \underline{x}^{(k)}$ si riduce ad ogni passo di iterazione k , data la convergenza del metodo dei minimi quadrati, anche la norma del vettore degli scarti $\underline{y}^{(k)}$ si riduce e dunque anche il valore di $\chi^2(\underline{x}^{(k)})$. Infine, porre come condizione di arresto del ciclo **while** o una condizione sulla norma minima di tolleranza del vettore degli incrementi o sul valore minimo di tolleranza di $\chi^2(\underline{x})$ è ininfluente: entrambi i metodi di arresto sono testimoni della convergenza dell'algoritmo del metodo dei minimi quadrati implementato.

Si costruisce poi della matrice dei coefficienti $[H]$, così definita:

$$[H]^k = \left[\frac{\partial p_i}{\partial x_j}(\underline{x}^{(k)}) \right] \quad (1.2)$$

dove il pedice i indica l' i -esima misura di *pseudorange* rispetto alla i -esima *ground station*, mentre il pedice j indica il numero di variabili per il computo della stima della posizione finale del ricevitore.

Si risolve quindi il sistema di equazioni lineari che come incognite ha gli incrementi $\Delta(\underline{x}^{(k)})$ da applicare alla posizione del ricevitore [fig. 1.1], tenendo in considerazione la matrice di peso $[W]$, nel caso in cui si implementi la versione pesata dell'algoritmo dei minimi quadrati.

Nella prima parte del codice secondario `covariance_analysis_weighted.m` è computata la matrice di peso $[W]$: con questo codice si esegue prima l'analisi di covarianza sull'incertezza della misura di posizione e in seguito sull'errore commesso durante la stima della posizione aggiornata. Ovvero, in primis, si analizza l'analisi di covarianza sugli scarti $\underline{y}^{(k)}$. Si differiscono i casi in cui si implementi o meno una matrice di peso $[W]$, che tenga conto di eventuali correlazioni nell'incertezza dei parametri previamente citati. La matrice di peso è così definita:

$$\begin{cases} [W] = [C_{pp}]^{-1} \\ [C_{pp}] = \underline{y} \underline{y}^T \end{cases} \quad (1.3)$$

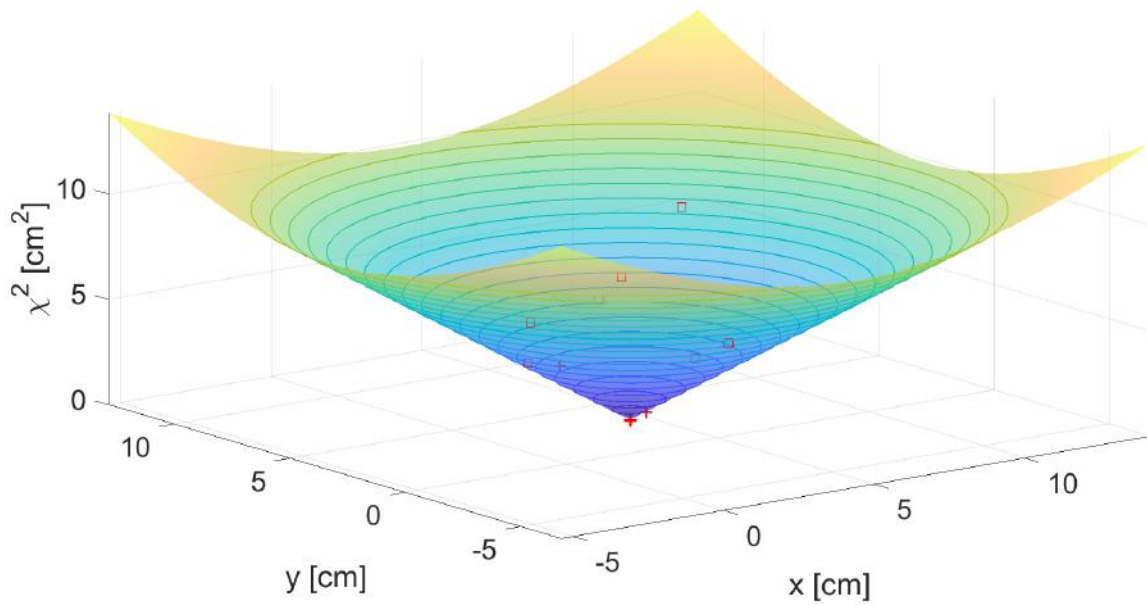
Nel caso in cui si trascurino eventuali correlazioni tra le misure di *pseudorange*, è sufficiente porre la matrice di peso $[W]$ pari a quella di identità.

Infine, è verificata la condizione di arresto in base alla norma degli incrementi calcolati. La posizione del ricevitore viene aggiornata e vengono memorizzate le sue coordinate, se è rispettata la condizione di arresto.

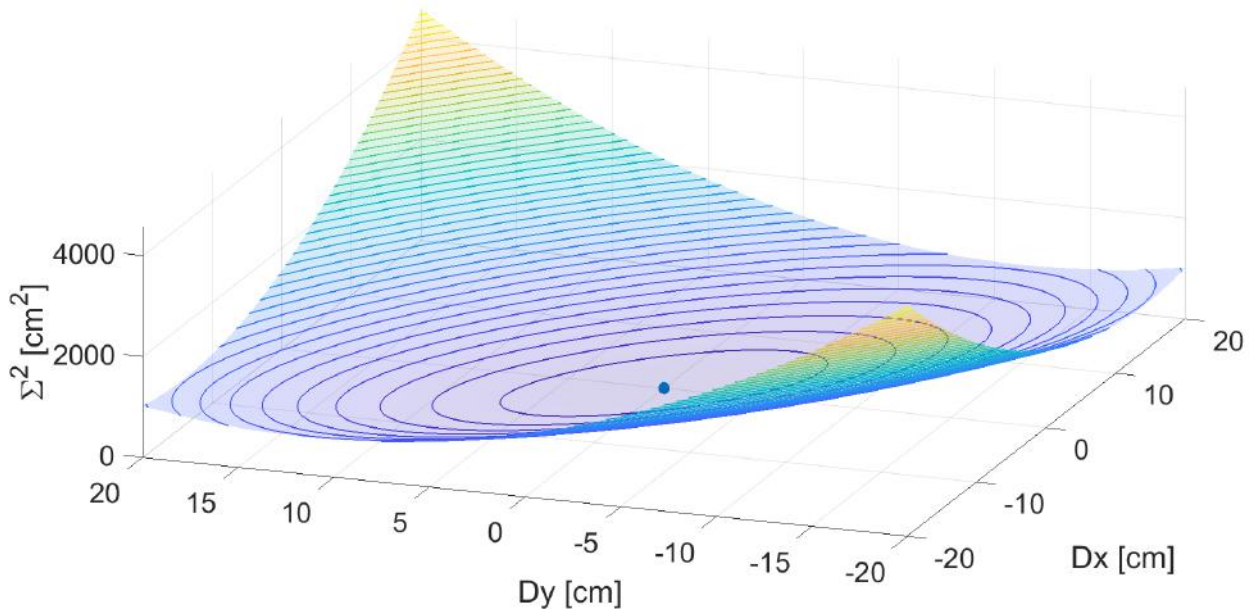
3. Il codice poi richiama il codice ausiliario `quadratic_function.m`. Questo codice implementa le funzioni quadratiche $\chi^2(\underline{x}^{(k)})$ [cfr. pp.2] e $\Sigma^2(\Delta \underline{x}^{(k)})$ che rappresentano rispettivamente le funzioni di costo sugli scarti di *pseudorange* e sugli incrementi di posizione. La funzione di costo sul valore dell'incremento di posizione è definita come:

$$\Sigma^2(\Delta \underline{x}^{(k)}) = (\underline{y}^{(k)} - [H]\Delta \underline{x})^T (\underline{y}^{(k)} - [H]\Delta \underline{x})$$

L'obiettivo è che vengano minimizzate, in modo che il vettore degli incrementi $\Delta \underline{x}$ sia minimo e che quindi la soluzione stimata finale di posizione del ricevitore sia il più fedele alla soluzione vera. Il codice genererà quindi un grafico di una funzione quadratica in modo da avere un riscontro visivo per quanto riguarda la minimizzazione del vettore degli incrementi [fig. 1.2].



(a) Migrazione del valore di $\chi^2(\underline{x}^{(k)})$ verso il punto di minimo.



(b) Posizione del valore di $\Sigma^2(\Delta \underline{x})$ all'ultima iterazione dell'algoritmo nel punto di minimo.

Figura 1.2: Rappresentazioni grafiche della minimizzazione delle funzioni di costo $\chi^2(\underline{x}^{(k)})$ e $\Sigma^2(\Delta \underline{x})$.

4. Infine, vengono visualizzati graficamente i risultati del processo di localizzazione su un piano cartesiano [cfr. 1.4.1, fig. 1.3]. Con la seconda parte del codice ausiliario `covariance_analysis_weighted.m`, si computano i parametri dell'ellisse di incertezza (con un livello di confidenza del 99.7%) sull'ultima stima di posizione a partire dai valori della matrice di covarianza $[C_{xy}]$ sugli incrementi di posizione stimati dall'algoritmo definita come:

$$[C_{xy}] = \Delta \underline{x} \Delta \underline{x}^T = ([H][W][H])^{-1} \quad (1.4)$$

Altrimenti, nel caso in cui si implementa il metodo dei minimi quadrati non pesati, i parametri dell'ellisse di incertezza si computano a partire sempre dai valori della matrice di covarianza $[C_{xy}]$, ma definita come:

$$[C_{xy}] = \sigma \cdot ([H]^T[H])^{-1} \quad (1.5)$$

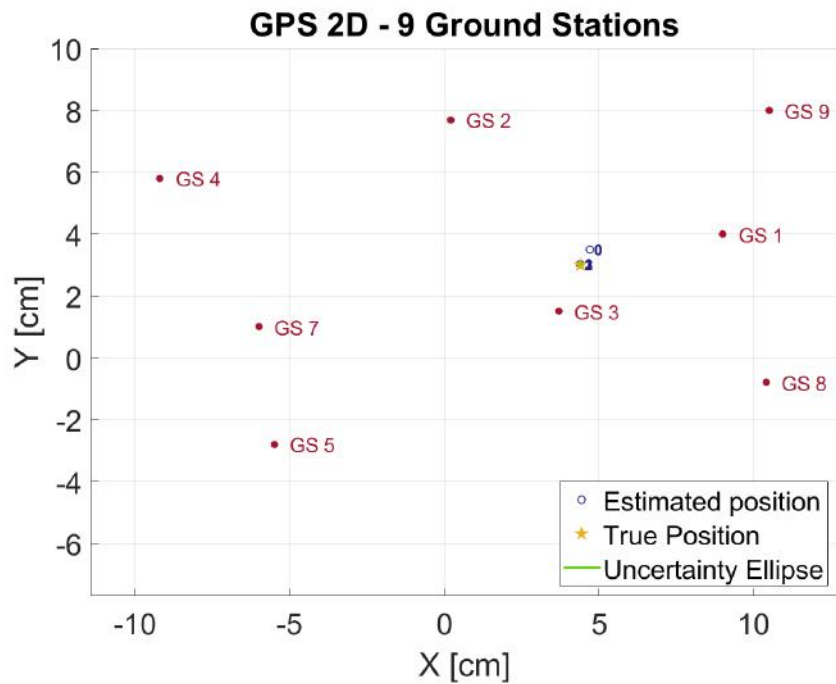
dove σ è lo scarto quadratico medio sugli scarti $\underline{y}^{(k)}$.

1.4 Risultati ottenuti

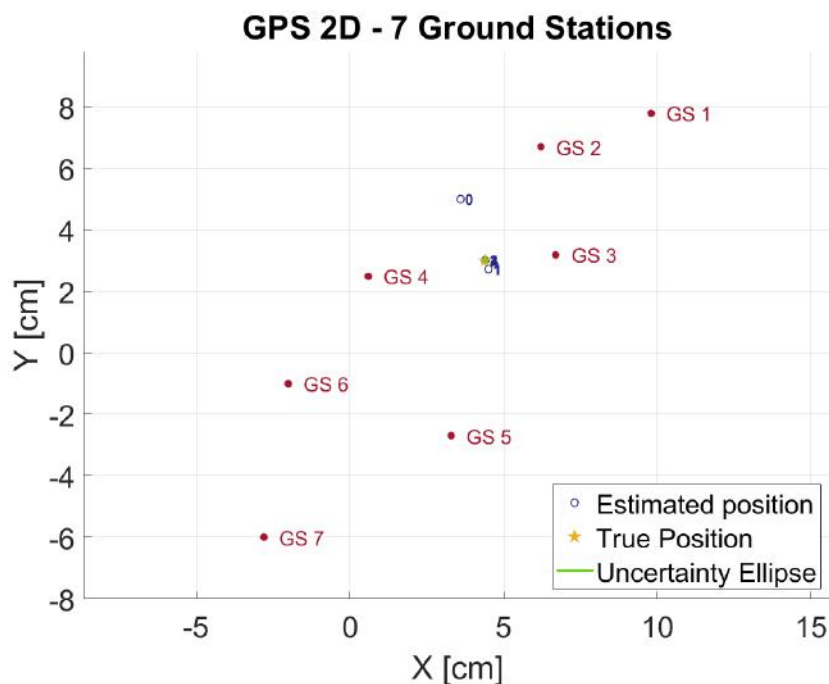
Si decide di analizzare separatamente i risultati ottenuti implementando il metodo dei minimi quadrati. Tuttavia, è necessario anche differenziare i risultati ottenuti in funzione dell'allineamento o meno delle stazioni di terra emittenti.

1.4.1 Risultati ottenuti senza implementare una matrice di peso nel metodo dei minimi quadrati

Si confrontano i risultati ottenuti senza implementare una matrice di peso nel metodo dei minimi quadrati nel caso in cui si abbiano o meno le stazioni di terra disposte lungo una direzione principale. Dunque, si confrontano, a titolo di esempio, lo *scenario 2* e lo *scenario 4*: quest'ultimo ha le *ground stations* disposte lungo una direzione preferenziale [fig. 1.3, cfr. Tab. 1.1].



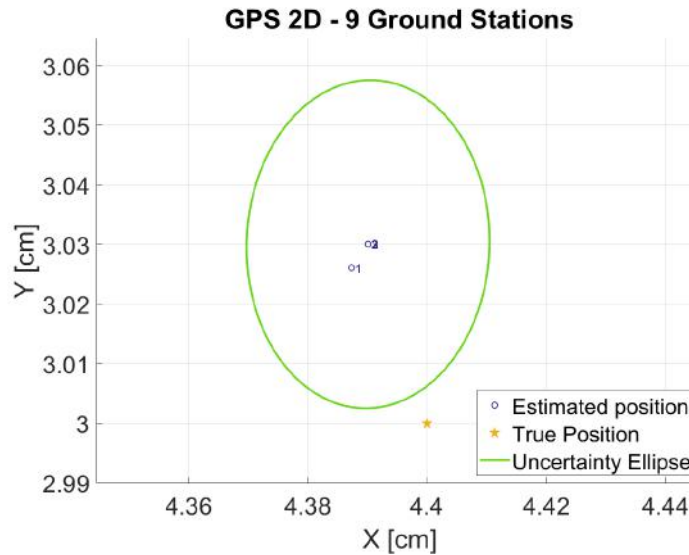
(a) Disposizione delle ground stations non allineate dello scenario 2



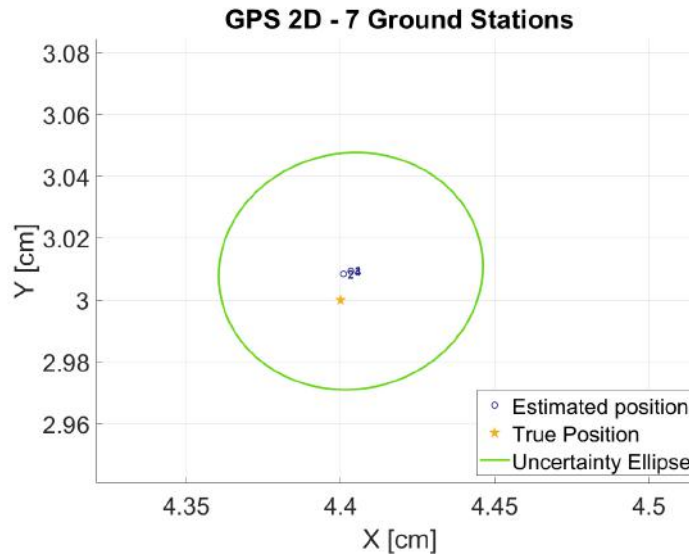
(b) Disposizione delle ground stations non allineate dello scenario 4

Figura 1.3: Confronto tra l'allineamento o meno delle ground stations.

Entrambi gli scenari tengono in considerazione la variabile di *time delay* $c\Delta\tau$. Rispettivamente, *scenario 1* e *scenario 3* sono i corrispettivi scenari dove non è computato il valore della variabile $c\Delta\tau$ [tab. 1.1]: ciò presuppone un alleggerimento del costo computazione nell'implementazione del metodo dei minimi quadrati, ma implica una minore accuratezza nella stima del valore dello *pseudorange*. Inoltre, le osservazioni che seguono per *scenario 2* e *scenario 4* sono analoghe rispettivamente per *scenario 1* e *scenario 3*. Tuttavia, è molto più rilevante osservare le differenze dei risultati ottenuti se le *ground stations* siano disposte lungo una direzione preferenziale o meno. Si confrontano quindi quanto la stima finale della posizione, computata con il metodo dei minimi quadrati, si scosti dalla posizione reale, ovvero la *true position* [fig. 1.4, ingrandimento fig. 1.3].



(a) Ellissoide di incertezza e posizioni stimate dello scenario 2 rispetto alla posizione reale



(b) Ellissoide di incertezza e posizioni stimate dello scenario 4 rispetto alla posizione reale

Figura 1.4: Confronto tra posizione finale stimata e posizione reale tra scenario 2 e scenario 4.

Si nota subito una maggior precisione nella stima di posizione utilizzando il metodo dei minimi quadrati per il caso di *scenario 4* [fig. 1.4.b], in cui le *ground stations* siano allineate lungo una direzione preferenziale. Infatti, l'ultima stima di posizione è visivamente più vicina alla posizione reale e addirittura quest'ultima rientra nei confini dell'ellissoide di incertezza. Si ha anche un riscontro numerico [tab. 1.2] e [tab. 1.3].

Scenario 2	x [cm]	y [cm]
Posizione reale del ricevitore	4.400	3.000
Posizione stimata del ricevitore	4.390	3.030
Errore stimato	-0.010	0.030

Tabella 1.2: Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 2.

Scenario 4	x [cm]	y [cm]
Posizione reale del ricevitore	4.400	3.000
Posizione stimata del ricevitore	4.403	3.009
Errore stimato	0.0014	0.0019

Tabella 1.3: Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 4.

In ultima battuta, si nota lievemente come l'ellisse di incertezza per *scenario 2* abbia più eccentricità rispetto a quello di *scenario 4*.

1.4.2 Risultati ottenuti implementando una matrice di peso nel metodo dei minimi quadrati

In modo analogo a quanto esposto precedentemente [cfr. 1.4.1], si analizzano solamente gli *scenario 2* e *scenario 4*. La disposizione delle *ground stations* è medesima a [fig. 1.3].

Nel computo della stima della posizione del ricevitore, viene implementata una matrice di peso $[W]$, affinché si tengano conto delle incertezze nelle osservazioni compiute e di qualsiasi correlazione che possa sussistere tra queste. Dunque, la matrice di peso $[W]$ è definita come l'inversa della matrice di covarianza dei residui $[C_{pp}]$: $[W] = [C_{pp}]^{-1}$. Dunque, si confronta quanto la stima finale della posizione, computata con il metodo dei minimi quadrati pesato, si scosti dalla posizione reale, ovvero la *true position* [fig. 1.5].

Anzitutto, si nota come il numero di iterazioni compiute dal metodo dei minimi quadrati per il computo della posizione finale stimata sia molto maggiore del caso in cui si implementi una matrice di peso [tab. 1.4].

	Iterazioni Scenario 2	Iterazioni Scenario 4
Algoritmo non pesato	3	4
Algoritmo pesato	12	24

Tabella 1.4: Confronto numero di iterazioni compiute dal metodo dei minimi quadrati se pesato o meno.

Ciò si spiega perchè l'incremento di posizione stimata rispetto al passo precedente è molto minore nel caso in cui si implementi una matrice di peso nell'algoritmo dei minimi quadrati: tanto che tale incremento risulti inferiore alla tolleranza di arresto imposta nell'algoritmo stesso. Significa che l'algoritmo computa posizioni stimate passo dopo passo lavorando sempre più di fino. Dunque, non sorprende se si nota una maggiore accuratezza nella stima della posizione finale [tab. 1.5,1.6].

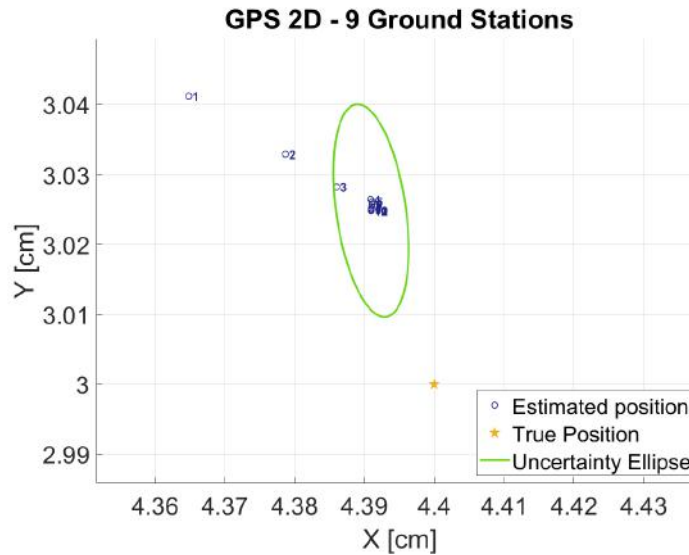
Scenario 2	x [cm]	y [cm]
Posizione reale del ricevitore	4.400	3.000
Posizione stimata del ricevitore	4.391	3.025
Errore stimato	-0.009	0.025

Tabella 1.5: Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 2 pesato.

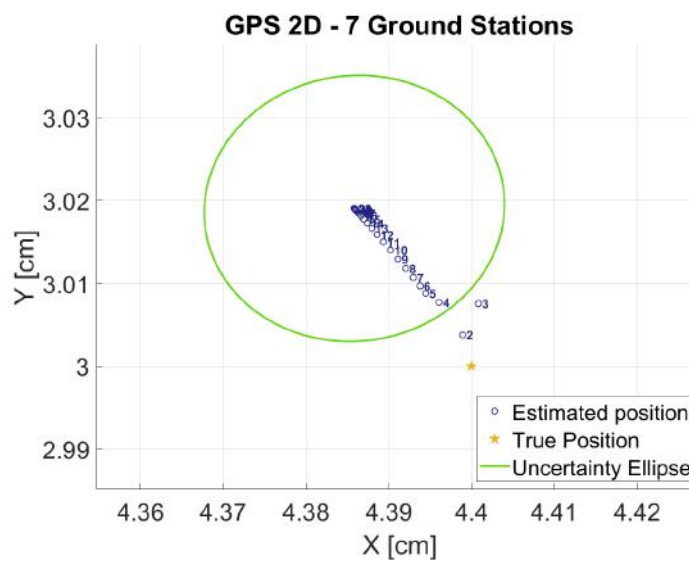
Scenario 4	x [cm]	y [cm]
Posizione reale del ricevitore	4.400	3.000
Posizione stimata del ricevitore	4.386	3.019
Errore stimato	-0.003	0.009

Tabella 1.6: Confronto tra posizione stimata e posizione reale de ricevitore in scenario 4 pesato.

Si nota come la maggiore eccentricità dell'ellisse di incertezza del caso di *scenario 2* venga maggiormente intensificata rispetto al caso non pesato [fig. 1.4]. L'eccentricità dell'ellisse di incertezza per il caso *scenario 4* rimane pressochè invariata in confronto al corrispettivo non pesato [fig. 1.4].



(a) Ellissoide di incertezza e posizioni stimate dello scenario 2 rispetto alla posizione reale



(b) Ellissoide di incertezza e posizioni stimate dello scenario 4 rispetto alla posizione reale

Figura 1.5: Confronto tra posizione finale stimata e posizione reale tra scenario 2 e scenario 4.

1.5 Conclusioni

Anzitutto, si conferma quanto fosse previsto: il metodo dei minimi quadrati pesato offre un computo iterativo della posizione stimata del ricevitore molto più accurata se non fosse pesato. La conferma è nello scostamento del *fix* finale dalla *true position* del ricevitore [Tab. 1.5, 1.6].

Si riscontra un incremento nell'eccentricità dell'ellisse di incertezza nel caso si passi dalla versione non pesata a quella pesata, soprattutto nel caso di *scenario 2* [fig. 1.5]: questo riconferma che l'accuratezza della posizione finale del *fix* è migliore nel caso in cui si implementi un metodo dei minimi quadrati pesato. Tuttavia, considerando le implementazioni del metodo dei minimi quadrati pesati, l'eccentricità dell'ellisse di incertezza in *scenario 2* è maggiore del caso di *scenario 4*: questo suggerisce che una disposizione con una direzione preferenziale delle *ground stations* implichi una miglior accuratezza nella stima della posizione finale del *fix*. Ciò è dovuto al fatto che gli errori commessi nella misura dei *pseudorange* hanno una scala perfettamente commensurabile e confrontabile con la sensibilità dello strumento con cui sono state stimate le misure citate. Dunque, nel computo della matrice di peso, possono crearsi delle situazioni particolari di singolarità, in cui l'eccentricità dell'ellisse di incertezza incrementi, alludendo ad una minor varianza lungo una direzione preferenziale, nel computo della posizione finale del *fix*. Ciò nonostante, è risaputo che, nella realtà, una miglior accuratezza della posizione finale del *fix* di posizione si ha per una disposizione causale delle *ground stations*.

1.6 Bibliografia

[1] - Andrea Valmorbida, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

Seconda Esperienza di Laboratorio

2.1 Abstract

Con questa esperienza si vuole valutare la precisione e l'affidabilità nel tempo della stima delle posizioni dei satelliti in orbita, appartenenti a determinate costellazioni GNSS, in particolare GPS e GLONASS.

2.2 Introduzione

Per stimare le posizioni orbitali dei satelliti, è necessario analizzare i dati provenienti da:

1. *Navigation Broadcast Message*;
2. *Precise Products*.

Una volta ricavate le informazioni necessarie, le orbite dei satelliti GNSS sono poi visualizzate con una rappresentazione tridimensionale. Successivamente si esegue un confronto tra le orbite ottenute con i due tipi di dati, al fine di valutarne l'accuratezza.

Viene anche generato lo *skyplot* relativo alla posizione di un dato utente, per verificare se l'accuratezza delle posizioni dei satelliti persistono per più satelliti in vista contemporaneamente.

2.3 Metodo di Analisi

L'esercitazione ha l'obiettivo di computare le posizioni dei satelliti e gli errori sui loro *clock* usando due diverse tipologie di dati:

1. Dati trasmessi dal *Broadcast Navigation Message*;
2. *Precise Product* elaborati e scaricati dal *International GNSS Service* (IGS);

Le posizioni ottenute sono quindi usate per visualizzare gli archi di orbita percorsi durante il tempo di simulazione in uno scenario 3D. Il focus dell'esercitazione si sposta poi sulla comparazione dei risultati delle due diverse tipologie di dati elaborati, in modo da riscontrare una divergenza dei dati dopo un tempo di interpolazione dell'ordine dell'ora. In conclusione si evidenziano gli *skyplot* dei satelliti e relativa visualizzazione tridimensionale delle orbite osculatrici.

I tre script principali al loro interno richiamano alcune funzioni già presenti in MATLAB per operazioni di manipolazione dei dati che sono di scarso interesse al fine di questa esercitazione e pertanto la trattazione della metodologia di analisi si concentra principalmente sui codici principali. Lo svolgimento di ogni punto prevede l'uso esclusivo di MATLAB per la generazione di script e relative **function** che leggano i dati dai file RINEX e SP3.

2.3.1 Broadcast Orbits

Per l'analisi delle *Broadcast Orbits* si è stilato il codice **Broadcast_orbits.m**. Le prime righe del codice hanno l'importante compito di configurare le impostazioni iniziali dello script, in particolare si specificano:

- il file RINEX dal quale ottenere i dati;

- la costellazione di satelliti da analizzare, che in questo studio è o quella GPS o quella GLONASS;
- gli identificativi, in codice "ID", dei satelliti che si vogliono studiare;
- il tempo di interpolazione.

Si estraggono i dati delle effemeridi per la costellazione selezionata e, più nel dettaglio, si estraggono anche le effemeridi per un numero selezionato di satelliti specifici alla costellazione precedentemente scelta. Questo si esegue estraendo le informazioni necessarie dal file RINEX dato a disposizione (BRDC00IGS_R_2024031000_0.01D_MN.rnx), tramite l'implementazione di MATLAB **function** caratteristiche del *Navigation Toolbox*: **rinexread** e **rinexinfo**. Successivamente si inizializza un doppio ciclo **for** per il calcolo delle coordinate $[X, Y, Z]$ delle posizioni orbitali in un sistema di riferimento CTS (anche noto come ECEF, ovvero *Earth Centered, Earth Fixed*), per ciascuno dei satelliti in interesse e per ogni intervallo in cui è stato discretizzato il tempo di interpolazione. Tutto ciò si esegue a partire dai dati delle effemeridi precedentemente ottenute.

Questa operazione viene fatta dopo aver discriminato la costellazione in esame, se GPS o GLONASS, in modo che il computo delle coordinate avvenga tramite il richiamo della rispettiva MATLAB **function** **GPS_coordinates.m** o **GLONASS_coordinates**. Nel dettaglio:

- La MATLAB **function** **GPS_coordinates.m** implementa il seguente algoritmo per ottenere le coordinate cartesiane in un sistema di riferimento CTS, che ha come base il sistema geodetico di riferimento WGS-84, di un satellite al tempo voluto t_k :

1. Dal file RINEX si estraggono i seguenti dati di effemeridi [fig. 2.1]:

Parameter	Explanation
t_{oe}	Ephemerides reference epoch in seconds within the week
\sqrt{a}	Square root of semi-major axis
e	Eccentricity
M_o	Mean anomaly at reference epoch
ω	Argument of perigee
i_o	Inclination at reference epoch
Ω_0	Longitude of ascending node at the beginning of the week
Δn	Mean motion difference
\dot{i}	Rate of inclination angle
$\dot{\Omega}$	Rate of node's right ascension
c_{uc}, c_{us}	Latitude argument correction
c_{rc}, c_{rs}	Orbital radius correction
c_{ic}, c_{is}	Inclination correction
a_0	Satellite clock offset
a_1	Satellite clock drift
a_2	Satellite clock drift rate

Figura 2.1: Lista di valori che caratterizzano le effemeridi di un satellite di una costellazione GPS (ma anche Galileo e BeiDou) trasmessi dal Broadcast Navigation Message

2. Calcolo del tempo t_k passato dall'epoca di riferimento delle effemeridi t_{oe} :

$$t_k = t - t_{oe} \quad (2.1)$$

3. Calcolo dell'anomalia media al tempo t_k :

$$M_k = m_0 + \left(\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \Delta n \right) t_k \quad (2.2)$$

4. Calcolo dell'anomalia eccentrica al tempo t_k risolvendo iterativamente l'equazione di Keplero:

$$M_k = E_k - e \sin E_k \quad (2.3)$$

5. Calcolo dell'anomalia vera al tempo t_k :

$$\nu_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{\cos E_k - e} \right) \quad (2.4)$$

6. Calcolo dell'argomento di latitudine u_k al tempo t_k a partire dalla conoscenza dell'argomento di perigeo ω , dell'anomalia vera ν_k . Tuttavia, a causa della non perfetta sfericit  del campo gravitazionale terrestre, delle perturbazioni Luni-Solari e delle perturbazioni dovute all'effetto della pressione di radiazione solare, i valori di argomento di perigeo ω e di anomalia vera ν variano nel tempo e queste variazioni sono incorporate nei fattori correttivi c_{uc} e c_{us} . Segue quindi:

$$u_k = \omega + \nu_k + c_{uc} \cos 2(\omega + \nu_k) + c_{us} \sin 2(\omega + \nu_k) \quad (2.5)$$

7. Calcolo della distanza radiale r_k al tempo t_k , tenendo conto delle rispettive correzioni dovute alle perturbazioni orbitali, ovvero c_{rc} e c_{rs} :

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + c_{rc} \cos 2(\omega + \nu_k) + c_{rs} \sin 2(\omega + \nu_k) \quad (2.6)$$

8. Calcolo dell'inclinazione del piano orbitale i_k al tempo t_k , a partire dall'inclinazione i_0 di riferimento all'inizio dell'epoca di riferimento t_{oe} e successiva variazione nel tempo \dot{i} , corretta dalle perturbazioni orbitali con i rispettivi parametri c_{ic} e c_{is} :

$$i_k = i_0 + \dot{i}t_k + c_{ic} \cos 2(\omega + \nu_k) + c_{is} \sin 2(\omega + \nu_k) \quad (2.7)$$

9. Calcolo della longitudine del nodo ascendente λ_k al tempo t_k , facendo riferimento al meridiano di Greenwich. Si calcola a partire dal valore di RAAN (*Right Ascension of Ascending Node*) Ω_0 iniziale all'inizio della settimana di riferimento dell'epoca considerata t_{oe} , corretta dalla precessione del nodo ascendente $\dot{\Omega}$ decurtata della rotazione terrestre ω_E e dall'arco di longitudine percorso dalla Terra nel tempo t_{oe} :

$$\lambda_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_E)t_k - \omega_E t_{oe} \quad (2.8)$$

10. Infine, calcolo delle coordinate cartesiane nel sistema di riferimento CTS, applicando tre rotazioni successive al vettore di posizione radiale:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = [R_3(-\lambda_k)][R_1(-i_k)][R_3(-u_k)] \begin{bmatrix} r_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

- La MATLAB function `GLONASS_coordinates.m` serve a ricavare la posizione del satellite GLONASS scelto al tempo t_k desiderato seguendo la seguente metodologia:

1. Dal file RINEX si estraggono i seguenti dati di effemeridi [fig. 2.2]

Parameter	Explanation
t_e	Ephemerides reference epoch
$x(t_e)$	Coordinate at t_e in PZ-90
$y(t_e)$	Coordinate at t_e in PZ-90
$z(t_e)$	Coordinate at t_e in PZ-90
$v_x(t_e)$	Velocity component at t_e in PZ-90
$v_y(t_e)$	Velocity component at t_e in PZ-90
$v_z(t_e)$	Velocity component at t_e in PZ-90
$X''(t_e)$	Moon and Sun acceleration at t_e
$Y''(t_e)$	Moon and Sun acceleration at t_e
$Z''(t_e)$	Moon and Sun acceleration at t_e
$\tau_n(t_e)$	Satellite clock offset
$\gamma_n(t_e)$	Satellite relative frequency offset

Figura 2.2: Lista di valori che caratterizzano le effemeridi di un satellite di una costellazione GLONASS (ma anche Galileo e BeiDou) trasmessi dal Broadcast Navigation Message

Si osserva come le effemeridi trasmesse dai satelliti GLONASS non contengono i parametri orbitali kepleriani e le loro relative correzioni, bensì contengono le posizioni e le velocità iniziali dei satelliti al tempo di riferimento di epoca t_e , caratterizzando così il vettore di stato iniziale del satellite stesso, espresso nel sistema geodetico di riferimento PZ-90. Inoltre, le perturbazioni orbitali dovute principalmente all'interazione Luni-Solare sono espresse in termini di accelerazioni.

2. Si esegue l'integrazione numerica delle equazioni differenziali del moto dei satelliti direttamente in un sistema di riferimento ECEF. L'integrazione numerica delle equazioni del moto è compiuto tramite la MATLAB function `ode45` e va eseguita per intervalli discreti di tempo inferiori a 15 minuti. Siccome il sistema di riferimento ECEF non è inerziale, le accelerazioni dovute alla forza di Coriolis e centrifuga devono essere prese in considerazione.

Si esplicitano le formulazioni del vettore di stato $\underline{y}(t)$ di un satellite GLONASS e della sua derivata prima $\dot{\underline{y}}(t)$, necessarie per l'integrazione numerica tramite la MATLAB function `ode45`:

$$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ y(t) \\ \dot{y}(t) \\ z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{\underline{y}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\mu y_1}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu r_E^2}{r^5} y_1 \left(1 - \frac{5y_2^2}{r^2}\right) + \omega_E^2 y_1 + 2\omega_E y_4 + \ddot{y}_{1LS} \\ -\frac{\mu y_3}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu r_E^2}{r^5} y_3 \left(1 - \frac{5y_5^2}{r^2}\right) + \omega_E^2 y_3 - 2\omega_E y_2 + \ddot{y}_{3LS} \\ -\frac{\mu y_5}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu r_E^2}{r^5} y_5 \left(3 - \frac{5y_5^2}{r^2}\right) + \ddot{y}_{5LS} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

In particolare, le formulazioni per il vettore $\dot{\underline{y}}(t)$ sono state esplicitate in una MATLAB function apposita: `GLONASS_eq.m`, che poi è richiamata negli input di `ode45` per procedere all'integrazione numerica.

3. Infine, si esegue una trasformazione dal sistema geodetico di riferimento PZ-90 a quello WGS-84 e si estrapolano solo gli elementi non derivati nel tempo del vettore di stato al fine di ricavare le coordinate cartesiane del satellite GLONASS di interesse nel sistema di riferimento CTS.

Successivamente, le posizioni ottenute sono memorizzate e immesse nel *viewer* di `satelliteScenario`, al fine di visualizzare l'evoluzione temporale tridimensionale delle orbite dei satelliti considerati rispettivamente delle costellazioni GPS [fig. 2.3] e GLONASS [fig. 2.4] nel tempo di interpolazione.



Figura 2.3: Visualizzazione tridimensionale delle orbite dei satelliti SAT1, SAT15 e SAT30 della costellazione GPS.

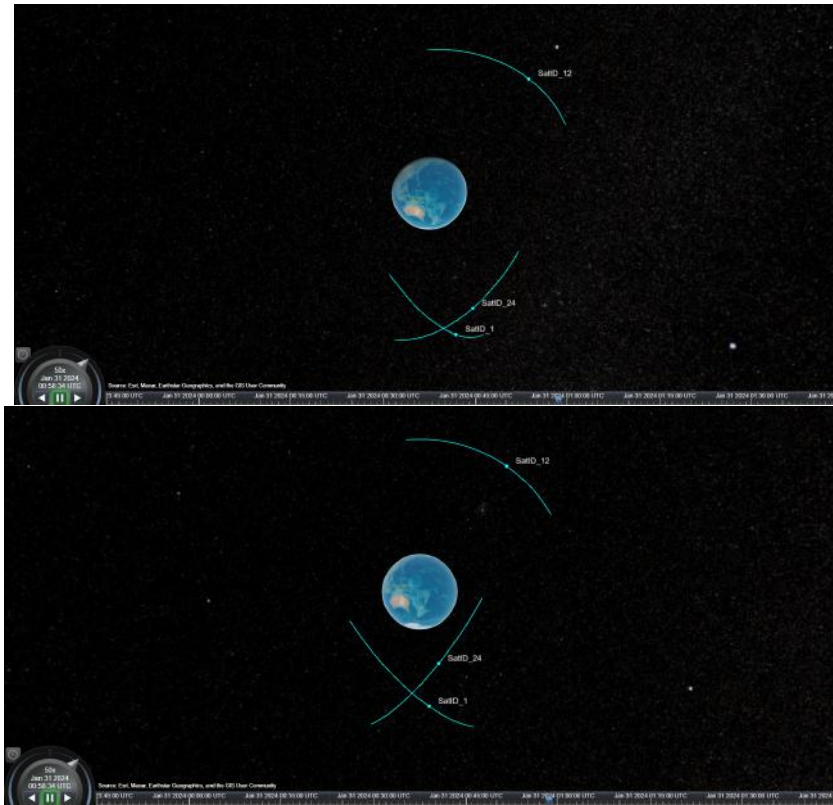


Figura 2.4: Visualizzazione tridimensionale delle orbite dei satelliti SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLO-NASS.

2.3.2 Precise Orbits

Per l'analisi delle *Precise Orbits* si è stilato il codice `Precise_orbits.m`. Le prime righe del codice hanno il compito di configurare le impostazioni iniziali dello script, in particolare si specificano:

- il file SP3 dal quale ottenere i dati;
- la costellazione di satelliti da analizzare, che in questo studio o è quella GPS o è quella GLONASS;
- gli identificativi, in codice "ID", dei satelliti che si vogliono studiare;
- il tempo di interpolazione.

Si estraggono le informazioni delle coordinate cartesiane delle posizioni dei satelliti direttamente dal file SP3 dato (ESA0MGNFIN_20240310000_01D_05M_ORB.SP3), tramite la MATLAB function `read_sp3_multiconstellation.m`. Le coordinate cartesiane sono raccolte ad intervalli di 15 minuti.

Si possono quindi memorizzare e immettere le posizioni cartesiane dei satelliti di interesse nel *viewer* di `satelliteScenario` [fig. 2.5, 2.6].

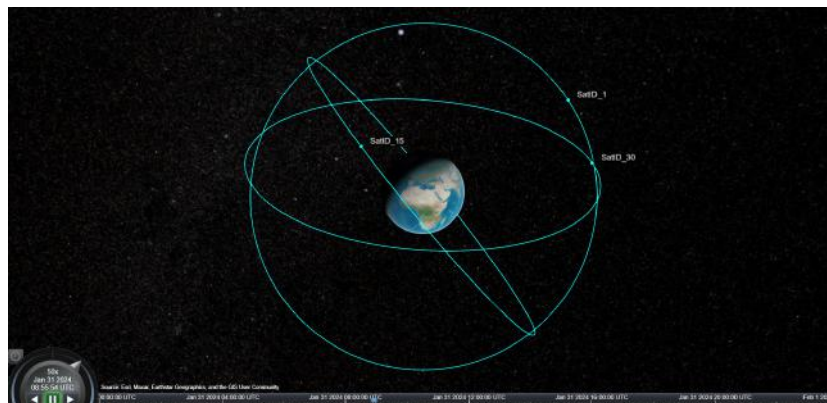


Figura 2.5: Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT15 e SAT30 della costellazione GPS.

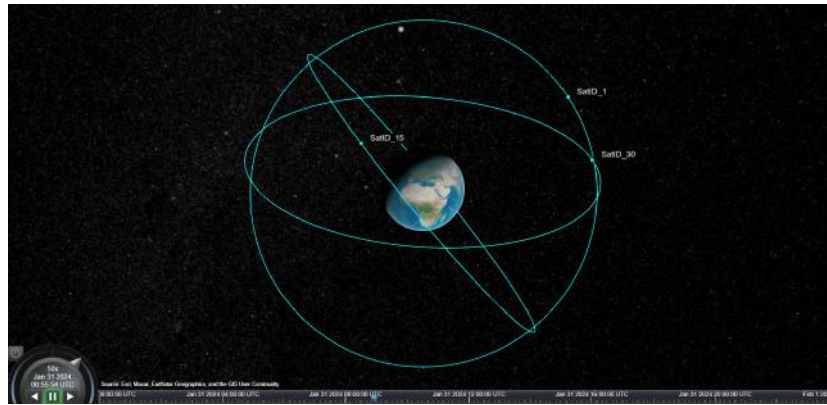


Figura 2.6: Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLONASS.

L'operazione interessante che si può svolgere con i dati di *Precise Products* ricavati dal file SP3 di interesse è la seguente: è possibile ricavare le posizioni dei satelliti per epoche temporali successive, anche a partire con solo i dati di posizioni ricavati all'inizio e alla fine dell'intervallo di acquisizione di 15 minuti. Queste posizioni di epoche temporali successive si ricavano implementando un'interpolazione lagrangiana polinomiale di ottavo o di decimo grado, affinché si abbiano precisioni sulla posizione dell'ordine del centimetro. Tale operazione è svolta dalla specifica MATLAB function `interp_precise_orbits.m`.

Si confrontano quindi le posizioni previste nel futuro del polinomio interpolante con le posizioni effettivamente ricavate dall'analisi dei *Precise Products*, precedentemente ottenute dalla lettura del file SP3 dato.

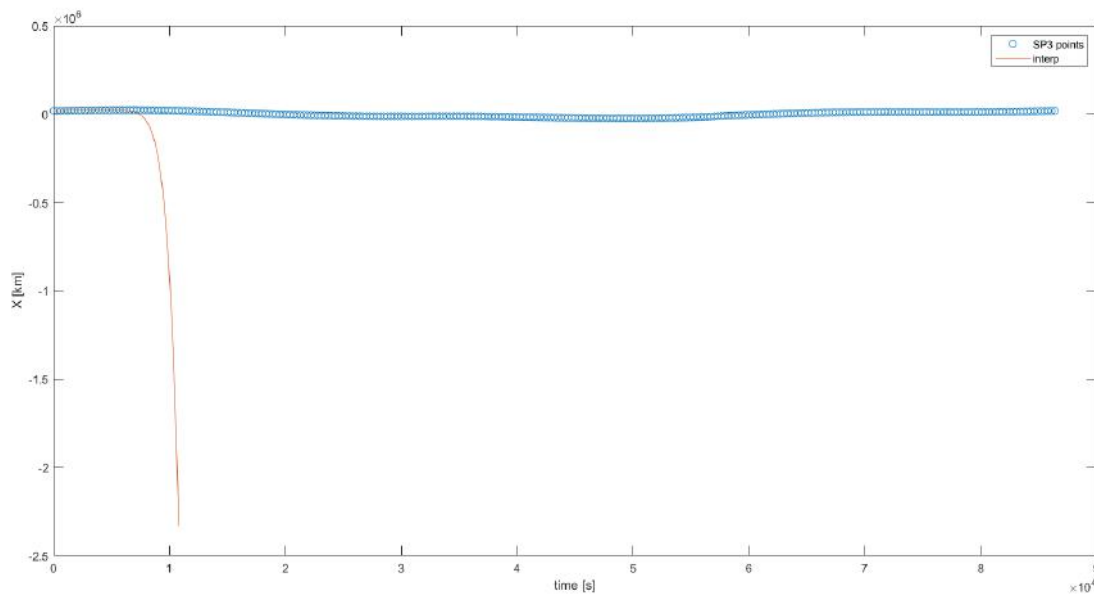


Figura 2.7: Visualizzazione delle orbite dei SAT1, SAT12 e SAT24 della costellazione GLONASS.

Si nota come la bontà della predizione delle posizioni date dal polinomio interpolante è valido fino a qualche ora, e dopo quel margine di tempo, si osserva una divergenza sostanziale dalle posizioni effettive ottenute da nuovi campioni di dati di *Precise Orbits*.

Inoltre, si osserva come la coordinata cartesiana computata è la prima si osserva come abbia un valore pressoché nullo: questo indica che il satellite considerato per cui si è svolta l'operazione di interpolazione per stimare le sue posizioni orbitali successive si muove lungo un piano orbitale su cui giace l'asse x del sistema di riferimento considerato, ovvero quello ECEF.

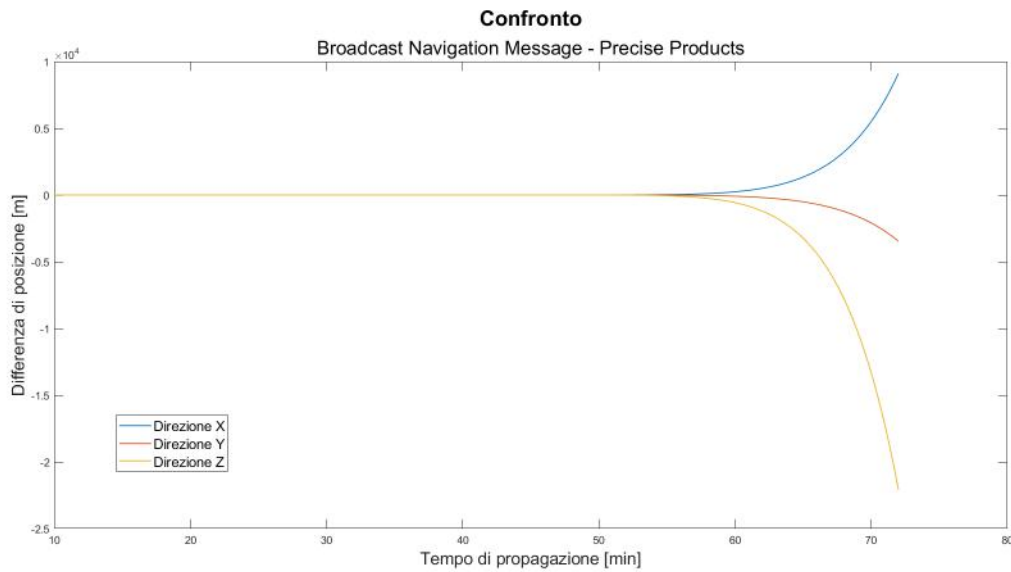
2.4 Risultati

Per analizzare i risultati ottenuti, è utile confrontare lo scostamento delle posizioni dei satelliti in orbita ottenute con il *Broadcast Navigation Message* e con i *Precise Products*, con il numero minimo di informazioni necessarie.

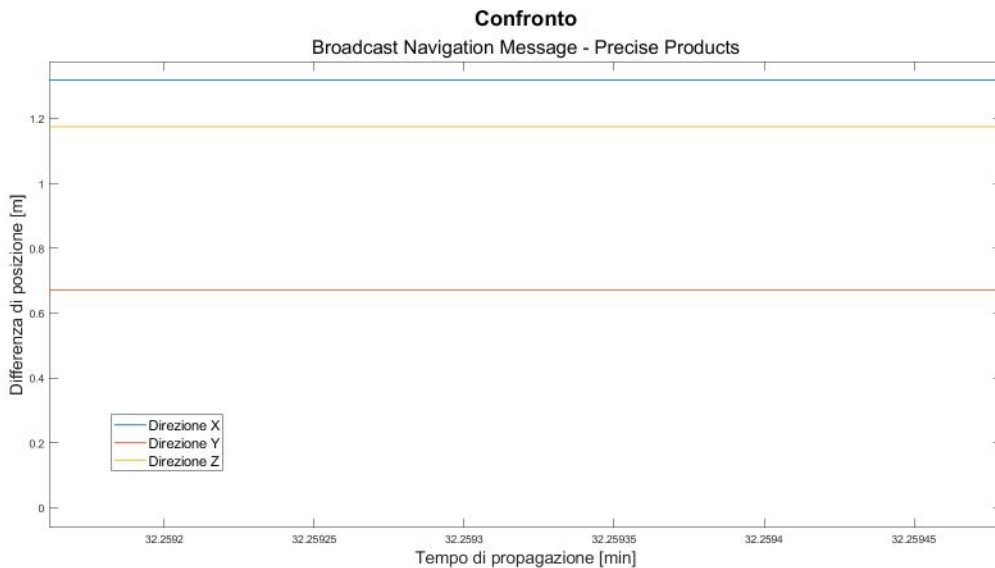
Il *Navigation Broadcasted Message* è trasmesso in forma continua e quindi si ha un rinnovo delle informazioni delle posizioni dei satelliti in modo continuo, mentre è possibile conoscere le posizioni dei satelliti anche fino a qualche ora nel futuro con solo le informazioni presenti in un intervallo di campionamento di 15 minuti dei *Precise Products*.

Dunque, si confrontano le posizioni orbitali dei satelliti stimati con le *broadcasted ephemeris* e il polinomio interpolatore ricavato da una sola acquisizione di *Precise Products*.

Nello specifico, si è stilato il codice `Compare_Broadcast_Precise_orbits.m`, in cui si esegue il confronto sopracitato in maniera specifica per il SAT4 della costellazione GPS [fig. 2.8].



(a) Differenza nel computo delle coordinate cartesiane della posizione orbitale del SAT4 della costellazione GPS nel tempo di interpolazione scelto.



(b) Particolare della differenza nel computo delle coordinate cartesiane della posizione orbitale del SAT4 della costellazione GPS

Figura 2.8: Differenza nel computo delle coordinate cartesiane della posizione orbitale del SAT4 della costellazione GPS nel tempo di interpolazione scelto e relativo particolare.

Si osserva come la differenza è dell'ordine dell'unità del metro e di suoi sottomultipli fintanto quando ha validità l'interpolazione delle posizioni orbitali dei satelliti con in *Precise Products*: infatti, la differenza tra

i due computi delle posizioni diverge in corrispondenza della divergenza del polinomio interpolatore stesso.

2.5 Conclusioni

Si nota come entrambe le metodologie per stimare le posizioni orbitali dei satelliti di una costellazione GNSS abbiano dei vantaggi e dei svantaggi:

1. Effemeridi trasmesse dal *Broadcast Navigation Message*

- Vantaggi:

- (a) Il *Broadcast Navigation Message* trasmesso da un satellite veicola informazioni solo sulle proprie effemeridi e non su quelle di tutti gli altri satelliti della costellazione: questo permette un messaggio di navigazione più corto, che garantisce una ripetibilità di trasmissione altrettanto alta.
- (b) Il *Broadcast Navigation Message* è trasmesso in forma continua nel segnale trasmesso dal satellite di interesse, con i parametri aggiornati continuamente.

- Svantaggi:

- (a) Le effemeridi trasmesse dal *Broadcast Navigation Message* hanno un'accuratezza nella stima della posizione orbitale del satellite dell'unità del metro.
- (b) Si ha una certa complessità nel computo delle coordinate cartesiane delle posizioni orbitali dei satelliti in orbita, in quanto si devono eseguire algoritmi specifici (come per le costellazioni quali GPS, Galileo e BeiDou) per passare da valori di parametri orbitali alle coordinate cartesiane sopracitate in un sistema di riferimento CTS (anche noto come ECEF); oppure si devono eseguire delle integrazioni numeriche per ottenere i valori finali delle posizioni (come avviene nell'analisi della costellazione GLONASS).
- (c) Si possono computare le posizioni solo dei satelliti in vista. Il numero di satelliti in vista è messo in evidenza in un grafico di tipo *skyplot*: tale grafico è la proiezione bidimensionale di un sistema di riferimento ENU, centrato su un punto di interesse sul geoide di riferimento. Questo grafico traccia la traiettoria del satellite passante nella volta celeste visibile all'osservatore, che determina il centro del grafico stesso. A titolo di esempio, si evidenzia lo *skyplot* per i satelliti in vista della costellazione GPS [fig. 2.9].

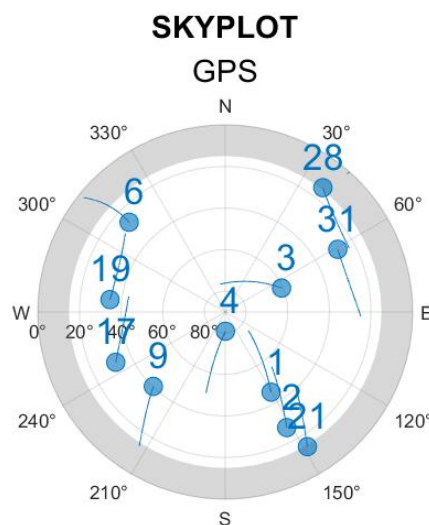


Figura 2.9: *Skyplot dei satelliti in vista della costellazione GPS*

Da notare come le elevazioni più basse sono oscurate da un opportuno *mask angle*: ciò è dovuto al fatto che si ha una buona acquisizione del segnale a partire da un'elevazione minima di $15^\circ \div 18^\circ$.

Se si vuole visualizzare solo il numero di satelliti in vista nel periodo temporale di analisi, si può esplicitare il seguente grafico [fig. 2.10]:

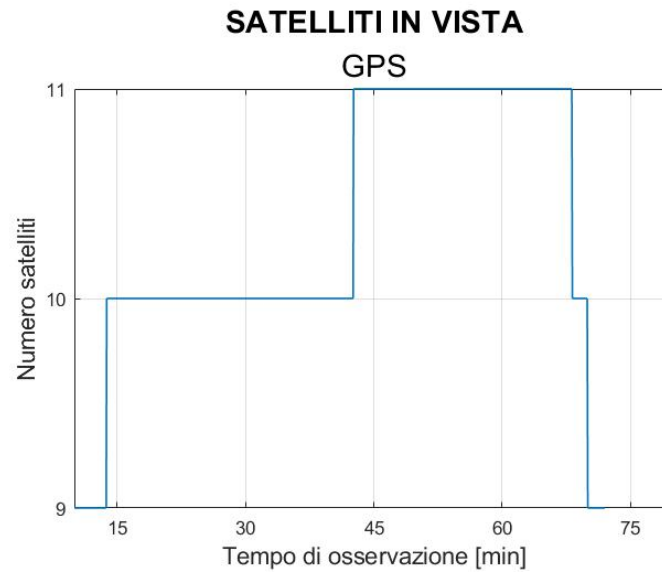


Figura 2.10: *Numero dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite computeate con Navigation Broadcast Message.*

Da notare come si hanno sempre almeno più di quattro satelliti in vista: questo garantisce il processo di quadrilaterazione affinché si possa determinare la posizione dell'osservatore.

2. Posizioni ricavate dai *Precise Products*

- Vantaggi:

- Le posizioni orbitali calcolate a partire dai *Precise Products* hanno un'accuratezza dell'ordine del centimetro.
 - Non sono necessari algoritmi o integrazioni numeriche per avere le coordinate cartesiane delle posizioni orbitali dei satelliti: i *Precise Products* già esplicitano tali valori.
 - Si possono calcolare la posizioni di tutti i satelliti della costellazione di interesse e non solo quelli in vista, in quanto i *Precise Products* sono dati pre-elaborati.
- Tuttavia, si presenta lo *skyplot* anche per le traiettorie dei satelliti computati con i *Precise Products* [fig. 2.11]:

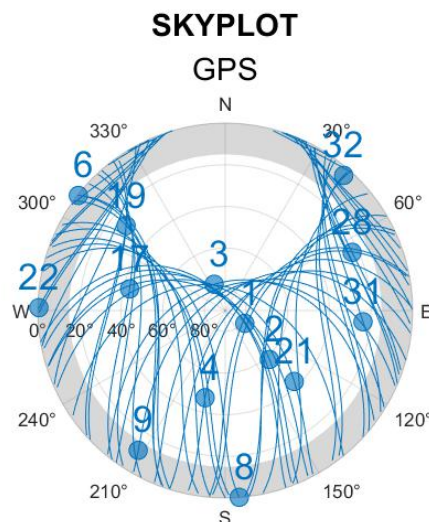


Figura 2.11: *Skyplot dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite computeate con Precise Products.*

In modo analogo, si hanno il numero di satelliti in vista nel tempo di validità del file SP3 considerato per la costellazione GPS

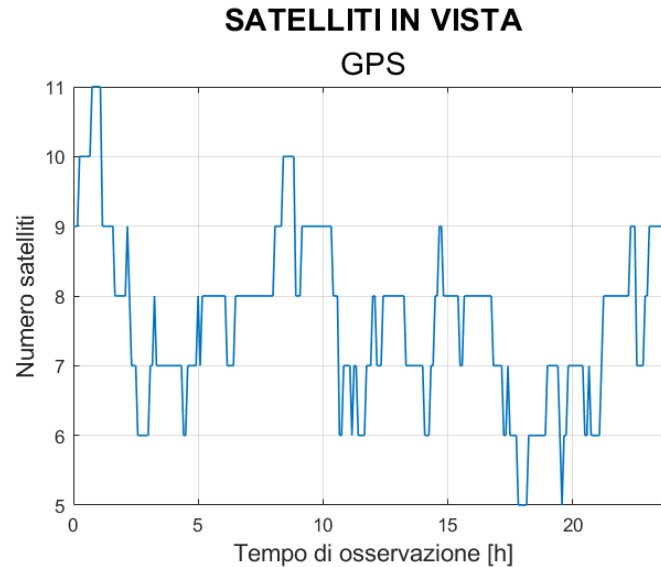


Figura 2.12: Numero dei satelliti in vista della costellazione GPS, con orbite compute con *Precise Products*.

- Svantaggi:

- (a) I *Precise Products* non forniscono le coordinate cartesiane delle posizioni orbitali dei satelliti in maniera discreta, ad intervalli di 15 minuti.
- (b) La trasmissione dei *Precise Products* non è continua e in tempo reale, ma sono pubblicati con un ritardo rispetto all'osservazione fatta, con intervalli di aggiornamento che spaziano da qualche ora fino a cadenza settimanale, a seconda della precisione con cui si vogliono avere.
- (c) È possibile stimare la posizione orbitale del satellite di interesse solo con i *Precise Products* di una acquisizione nominale di 15 minuti, tramite un opportuno polinomio interpolatore. Tuttavia, la validità temporale nel futuro delle posizioni stimate dal polinomio interpolatore è dell'ordine dell'ora.

Inoltre, la differenza nel computo delle coordinate cartesiane delle posizioni orbitali con le due metodologie [cfr. 2.4, fig. 2.8] è principalmente governata dall'accuratezza peggiore registrata da ogni singola metodologia: infatti, finché si è nell'intervallo temporale in cui il polinomio interpolatore ha validità, la differenza nel computo delle posizioni con i due metodi è dello stesso ordine di grandezza del metodo con peggior accuratezza tra i due, ovvero quello che fa uso del *Broadcast Navigation Message*; successivamente, quando si esce dall'intervallo temporale di validità del polinomio interpolatore, si osserva come la differenza ha lo stesso ordine di grandezza della divergenza registrata nel computo delle posizioni orbitali del polinomio interpolatore stesso.

2.6 Bibliografia

[1] - Andrea Valmorbida, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

Terza Esperienza di Laboratorio

3.1 Abstract

L'obiettivo di questa esperienza è di ottenere la posizione del ricevitore usando misure di *pseudorange*, adoperando le informazioni ottenute dal *Navigation Broadcast Message* dei satelliti.

3.2 Introduzione

Le sole informazioni contenute nel *Navigation Broadcast Message* non sono sufficienti per determinare accuratamente lo *pseudorange* del ricevitore. Infatti, non contengono informazioni riguardanti le variazioni (soprattutto temporali) che il messaggio trasmesso subisce nell'attraversare l'atmosfera, ma non solo: mancano anche correzioni necessarie per tenere conto di eventuali effetti relativistici e di rotazione della Terra.

Si cerca quindi di descrivere al meglio tutte le interferenze a cui il segnale trasmesso va incontro e di modellarle, al fine di correggerle ed ottenere valori di *pseudorange* il più accurati possibili.

3.3 Metodo di Analisi

Il codice usato per ottenere la posizione finale del ricevitore è `GNSS_SPP_main.m`, nel quale è possibile analizzare solo una costellazione GNSS alla volta, specificando il suo nome all'inizio.

Segue poi la definizioni delle costanti fisiche principali come:

- la velocità della luce, pari a $c = 299792458 m/s$;
- la costante di gravitazione per la Terra, facente riferimento al modello geodetico di riferimento WGS-84, pari a $\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} m^3/s^2$;
- il raggio terrestre medio, pari a $R_E = 6'378'137 m$;
- la velocità angolare di rotazione terrestre media, pari a $\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} rad/s$, secondo i modelli usati dalle costellazioni GPS e Galileo;
- la costante di accelerazione gravitazionale terrestre, pari a $g = 9.80665 m/s^2$;
- i *leap seconds* pari a 18 secondi. Prima di esplicitare l'origine di questi, è bene ricordare che esiste una discrepanza registrata tra il tempo scandito dal moto della Terra rispetto al Sole, noto come *Universal Time* (UT), e quello scandito da un sistema di orologi atomici, gestiti da il *Bureau International de l'Heure* (BIH) e noto come *International Atomic Time* (TAI). Siccome la rotazione della Terra non è costante, il tempo scandito dal sistema UT non è uniforme e accumula un *drift* rispetto al tempo registrato dal sistema TAI. Tuttavia, si definisce lo *Coordinated Universal Time* (UTC), che è un compromesso tra il tempo registrato dal sistema TAI e dal sistema UT. Lo UTC segue il tempo scandito dal sistema TAI, a cui viene "sottratto" periodicamente un certo numero di secondi, detti appunto *leap seconds*, in modo che il tempo registrato abbia una discrepanza al massimo di 0,9 secondi rispetto a quello segnato dal sistema UT [fig. 3.1].

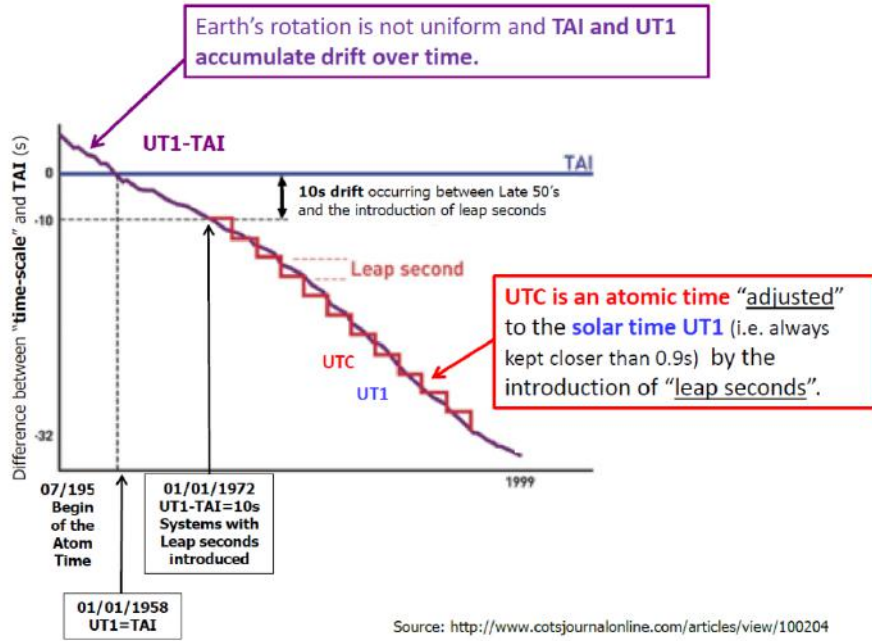


Figura 3.1: Differenza tra UT, TAI e UTC e visualizzazione dei leap seconds.

I sistemi GNSS adoperano un sistema di orologi atomici per scandire il tempo, sia a bordo dei satelliti ma anche nel segmento di terra, definendo il tempo di missione noto rispettivamente per la costellazione statunitense e per quella europea come *GPS Time* (GPST) e *Galileo Standard Time* (GST). Il punto di inizio di questi sistemi di tempo è rispettivamente il 6 Gennaio 1980 a 00:00UTC e il 22 Agosto 1999 a 00:00UTC, ma essendo il tempo scandito da orologi atomici, è necessario periodicamente "aggiustare" il tempo registrato dal GPST o dal GST con degli opportuni *leap seconds*. Nel caso in esame, 18 secondi di *leap seconds* erano stati registrati nel 2017. Infine, i satelliti delle costellazioni GNSS trasmettono nel messaggio di navigazione le informazioni necessarie per computare il tempo UTC corrente al momento dell'acquisizione del segnale.

Successivamente, si procede alla lettura dei documenti RINEX ottenuti durante le acquisizioni, tramite la MATLAB function `rinexread.m` del *Navigation Toolbox*.

Più osservazioni sono state eseguite per determinare la posizione di interesse e per ogni osservazione c'erano più satelliti in vista di più costellazioni. La costellazione con cui si esegue la misurazione delle posizioni è stata discriminata a inizio codice e rimane quindi computare lo *pseudorange* di ogni satellite della costellazione scelta. Si determina poi la posizione del ricevitore implementando un metodo dei minimi quadrati, che faccia riferimento ad una posizione iniziale (`RecPos0`) previamente consegnata (il documento di riferimento dipende dalla acquisizione fatta e ha estensione `.sbp.obs`), espressa nel sistema di riferimento ECEF. Nel caso in esame avrà forma:

$$\text{RecPos0} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} \quad [m] \quad (3.1)$$

Si procede quindi nel caricare le soluzioni fiduciarie di posizione, acquisite il 6 Dicembre 2022, elaborando i dati dal documento relativo documento con estensione `.mat`. Queste posizioni fiduciarie sono poi riportate in sovra-impressione su un immagine satellitare del luogo di interesse e non più espresse in coordinate ECEF, ma in coordinate geografiche: questo è possibile tramite l'uso del codice RTKLIB. Per passare da un sistema di coordinate all'altro, si usa la MATLAB function `ecef2lla`.

Si procede quindi ad analizzare i *Navigation Broadcast Messages* per ogni satellite in vista della costellazione considerata e successivamente si implementa un metodo dei minimi quadrati per la determinazione della posizione del ricevitore, a partire dalle misure di *pseudorange* ottenute dalle acquisizioni dei messaggi di navigazione trasmessi, racchiuse nei relativi documenti con estensione `.sbp.nav`. Quest'ultima parte è implementata nella specifica MATLAB function `GNSS_fix_ti.m`, che presenta anche tutti gli accorgimenti necessari per modellare la misurazione di pseudo-range p_r^S , affinché sia il meno affetta da errori.

Le posizioni così ottenute dall'acquisizione dei messaggi trasmessi di navigazione vengono poste in sovrapposizione sulla mappa geografica del luogo dove è stata compiuta la misurazione e confrontate con le posizioni fiduciarie.

3.3.1 Correzioni alla misura di pseudorange tramite la function `GNSS_fix_ti.m`

La misurazione di pseudo-range accorpa una serie di fattori, dove [fig. 3.2]:

$$p_r^S = \rho_r^S + c(dt_r - dt^S) + T_r^S + I_r^S + K_r - K^S + e_r^S \quad (3.2)$$

- $\rho_r^S = \|\underline{r}^S - \underline{r}_r\|_2$ è la norma euclidea, ovvero la distanza, tra il satellite e il ricevitore;
- $c(dt_r - dt^S)$ è l'errore di sincronizzazione tra gli orologi del satellite e del ricevitore;
- T_r^S è il contributo di errore dato dall'attraversamento della troposfera;
- I_r^S è il contributo di errore dato dall'attraversamento della ionosfera;
- K^S e K_r sono gli errori strumentali commessi rispettivamente dal satellite e dal ricevitore;
- e_r^S è il contributo di errori di natura stocastica.

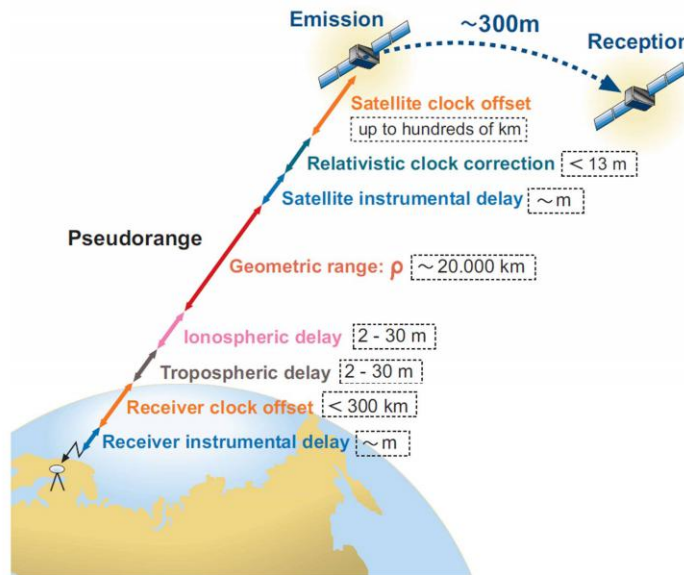


Figura 3.2: Elenco dei vari contributi che competono alla misura di pseudorange.

Nella function `GNSS_fix_ti.m` si modellano e si correggono solo i contributi dovuti alla presenza della ionosfera, ad errori di sincronizzazione degli orologi, alla precisione delle coordinate dei satelliti e alla presenza della troposfera.

Nel dettaglio:

- Modello correttivo dello *pseudorange* a causa dell'interazione con la ionosfera:

La ionosfera è un mezzo dispersivo per segnali modulati con portanti a radiofrequenze tipiche dei segnali GNSS come L1 e L2. Per compensare gli errori dovuti ai ritardi ionosferici nella propagazione del segnale, si possono combinare le misure di *pseudorange* nel caso in cui si disponga di ricevitori a doppi-frequenza, come quello in analisi. Lo *pseudorange* al netto dei ritardi ionosferici $p_{iono-free}$ si computa come combinazione lineare dei *pseudorange* misurati con il segnale di ciascuna singola portante (p_{L1} e p_{L2}):

$$p_{iono-free} = a_1 \cdot p_{L1} + a_2 \cdot p_{L2} \quad (3.3)$$

dove gli p_{L1} e p_{L2} sono ottenuti dalla lettura dei documenti di osservazione (estensione *.sbp.obs*) e i coefficienti lineari sono funzioni delle frequenze delle portanti stesse (che sono parametri caratteristici di ogni costellazione):

$$a_1 = \frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \quad , \quad a_2 = 1 - a_1 \quad (3.4)$$

- Modello correttivo del tempo registrato a causa dell'errore di sincronizzazione degli orologi:

L'errore di sincronizzazione che si commette nella scala di tempo nel sistema satellite-ricevitore è composto da due contributi:

1. Errore di sincronizzazione dell'orologio del ricevitore dt_r , che viene stimato nel computo delle coordinate del ricevitore stesso;
2. Errore di sincronizzazione dell'orologio di bordo del satellite dt^S , che subisce delle modifiche a causa di:
 - (a) drift e bias commessi nella misurazione del tempo dagli orologi atomici di bordo, accorpati nel termine (\tilde{dt}^S) . Questo termine è computabile tramite un polinomio di secondo grado, i cui coefficienti a_i ($i = 0, 1, 2$) sono trasmessi nel messaggio di navigazione:

$$\tilde{dt}^S = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 \quad (3.5)$$

dove Δt è la differenza di tempo tra il momento di acquisizione del messaggio di navigazione e di trasmissione del messaggio stesso.

- (b) effetti relativistici dovuti alla variazione dell'eccentricità orbitale, accorpati nel termine dt_{rel}^S . Questo contributo è stimato come:

$$dt_{rel}^S = -2 \frac{\sqrt{\mu a}}{c^2} e \sin E \quad (3.6)$$

dove a ed e sono rispettivamente il semiasse maggiore e l'eccentricità dell'orbita al tempo di emissione del messaggio di navigazione e le informazioni relative ai due parametri sono estratti dal messaggio di navigazione stesso; E è l'anomalia eccentrica dell'orbita, sempre al momento dell'emissione del messaggio di navigazione, calcolata con l'equazione di Keplero.

- Modello correttivo per le coordinate dei satelliti a causa della rotazione terrestre:

Le *broadcast ephemeris* impiegano un certo tempo per raggiungere il ricevitore, il cosiddetto "tempo di volo" (in inglese, *time of flight*). Dunque, il tempo di emissione dal satellite e di ricezione al ricevitore del messaggio di navigazione non è lo stesso. Durante il tempo di volo del segnale, il ricevitore si è spostato poichè ruota insieme alla Terra [fig. 3.3]. Si rivela necessario quindi considerare la rotazione terrestre durante il tempo di volo e computare così le coordinate del satellite non al tempo di emissione del segnale di navigazione, bensì al tempo di acquisizione del segnale stesso al ricevitore.

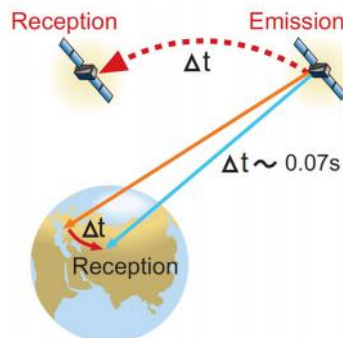


Figura 3.3: Giustificazione grafica del considerare le coordinate del satellite al tempo di acquisizione, piuttosto che a quello di trasmissione del segnale di navigazione.

Questo è possibile esprimendo le coordinate del satellite in un sistema ECEF ruotato di un angolo pari all'angolo di rotazione terrestre durante il tempo di volo del segnale, attorno all'asse Z:

$$\underline{r}^S|_{time\ of\ reception} = [R_3(\omega_E \Delta t)] \cdot \underline{\tilde{r}}^S|_{time\ of\ transmission} \quad (3.7)$$

- Modello correttivo del *pseudorange* dovuto all'interazione con la troposfera:

Essendo la troposfera un mezzo non dispersivo per i radiosegnali in frequenze tipiche dei sistemi GNSS, l'errore troposferico non può essere eliminato con un misure a doppia frequenza, come per la correzione di errori ionosferici. Si rende necessario quindi implementare modelli che stimino il meglio possibile il contributo degli errori troposferici.

In questo studio si è implementato il modello di Saastamoinen, che fa riferimento ad un modello semplificato dell'atmosfera. In questo modello in funzione della:

1. lunghezza d'onda λ del segnale GPS espresso in metri: $\lambda = 0,077m$;
2. temperatura T registrata il giorno dell'acquisizione in Kelvin: $T = 290,15K$;
3. pressione atmosferica P registrata il giorno dell'acquisizione in milliBar: $P = 1017mBar$;
4. pressione parziale e del vapore acqueo nella troposfera in millibar: $e = 6,11mBar$.
5. altezza h del ricevitore in metri.

Il contributo del errore troposferico in metri si computa quindi come:

$$Trop_{correction} = \left[\frac{2,277 \cdot P}{T} \cdot \left(1 + \frac{1'255}{T} + \frac{0,05}{h} \right) \cdot \frac{1-e}{P} \right] \cdot \lambda \quad [m] \quad (3.8)$$

Dopo aver modellato tutti gli errori commessi nella misurazione dello *pseudorange* per ogni satellite della costellazione considerata, si implementa un metodo dei minimi quadrati per la stima della posizione del ricevitore per ogni osservazione effettuata, con rispettiva analisi di covarianza. La posizione del ricevitore è espressa così in un sistema di riferimento ECEF, ma con le opportune trasformazioni di coordinate, si possono esprimere in un sistema di riferimento geodetico o ENU. In modo analogo, le matrici di covarianza devono essere moltiplicate per lo Jacobiano e il suo trasposto necessario per effettuare il cambio di sistema di riferimento.

La matrice di covarianza ottenuta è una matrice 4x4. Nel caso di una soluzione espressa in un sistema di riferimento ENU, i primi tre elementi della diagonale sono i quadrati delle varianze delle misurazioni di posizione nelle direzioni del sistema di riferimento ENU e il quarto elemento della diagonale è il quadrato della varianza della misurazione sul *clock offset*.

Le incertezze su questi quattro parametri che definiscono la posizione finale stimata del ricevitore si ottengono riscalandi i quadrati delle varianze per un opportuno fattore di copertura: essendo un caso tridimensionale, affinché si abbia un livello di confidenza del 99,5% è necessario porre un fattore di copertura di 3,7.

Ottenute le incertezze per ogni parametro, è possibile computare vari parametri di *Dilution Of Precision*, come:

- *Vertical Dilution Of Precision* = VDOP = σ_u ;
- *Horizontal Dilution Of Precision* = HDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}$;
- *Position Dilution Of Precision* = PDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_u^2}$;
- *Time Dilution Of Precision* = TDOP = σ_τ ;
- *Geometric Dilution Of Precision* = GDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_u^2 + \sigma_\tau^2}$;

3.4 Allestimento Sperimentale

L'allestimento sperimentale è composto da:

- Un ricevitore GNSS professionale della *Swift Navigation*, modello "Piksi Multi GNSS Module", che acquisisce dati in multi-frequenza, da più costellazioni GNSS;
- Una "Swift Console" per la registrazione dei dati raccolti e la loro visualizzazione;
- Un modulo per la conversione dei file da formato binario SBP (*Swift Binary Protocol*) a RINEX;
- Un computer con installato MATLAB (R2022b o versioni successive), con annesso *Navigation Toolbox*.

Si sceglie anche una località all'aperto, il più distante da sorgenti di *multipath* possibili, al fine di acquisire i dati. Nel caso di studio si è scelta la zona universitaria del Portello di Padova.

I dati possono essere acquisiti staticamente, ma anche in maniera dinamica, spostandosi a passo d'uomo. Sono state scelte due posizioni statiche: una di inizio, presso il Complesso di Ingegneria Meccanica dell'Università di Padova, e una di fine, presso il Complesso di Geoscienze dell'Università degli Studi di Padova. Le acquisizioni dinamiche sono state effettuate percorrendo il percorso pedonale che congiunge i punti di inizio e di fine, attraversando il Ponte del Portello e passando sotto l'Arco Ognissanti.

3.5 Risultati

I risultati dipendono se l'acquisizione è stata fatta in modo statico o dinamico. Si differenziano tre casi: acquisizione statica di partenza, acquisizione dinamica, acquisizione statica di arrivo. Inoltre, la costellazione scelta per le analisi è quella statunitense GPS.

3.5.1 Acquisizione statica di partenza

I risultati ottenuti dall'acquisizione statica di partenza sono esplicate al meglio dai seguenti grafici e mappature [fig. 3.4, 3.5, 3.6].

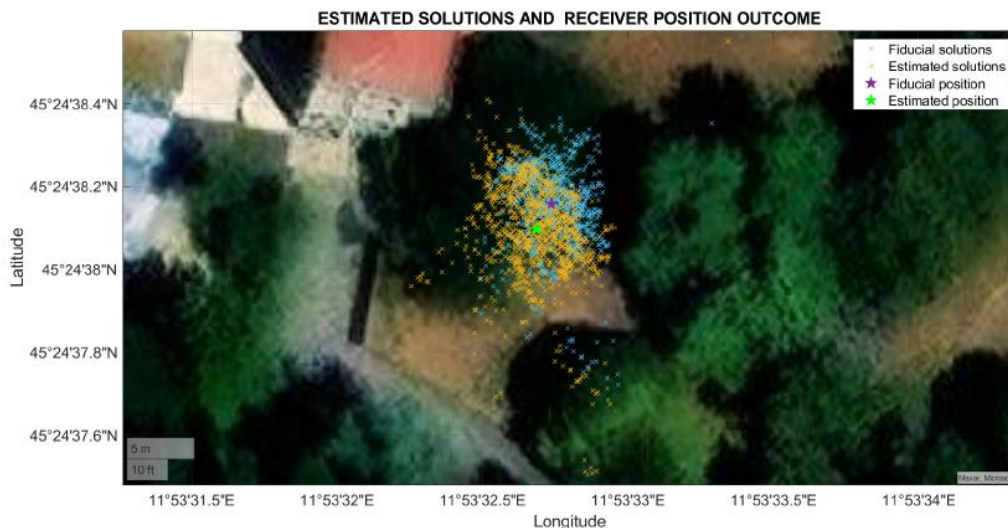


Figura 3.4: Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie di partenza (gialle).

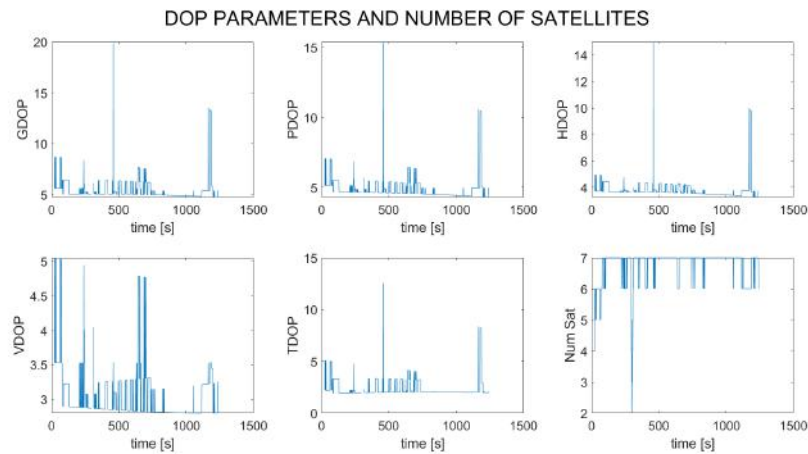


Figura 3.5: *Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso statico di partenza.*



Figura 3.6: *Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di partenza.*

3.5.2 Acquisizione dinamica

I risultati ottenuti dalla acquisizioni dinamica sono esplicate al meglio dai seguenti grafici e mappature [fig. 3.7, 3.8, 3.9].



Figura 3.7: *Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie dinamiche (gialle).*

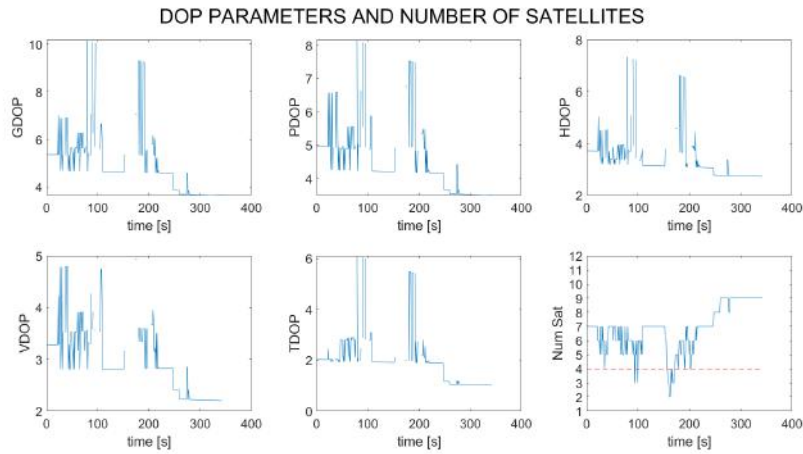


Figura 3.8: *Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso dinamico.*



Figura 3.9: *Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione dinamica.*

3.5.3 Acquisizione statica di arrivo

I risultati ottenuti dall'acquisizione statica di arrivo sono esplicate al meglio dai seguenti grafici e mappature [fig. 3.10, 3.11, 3.12].

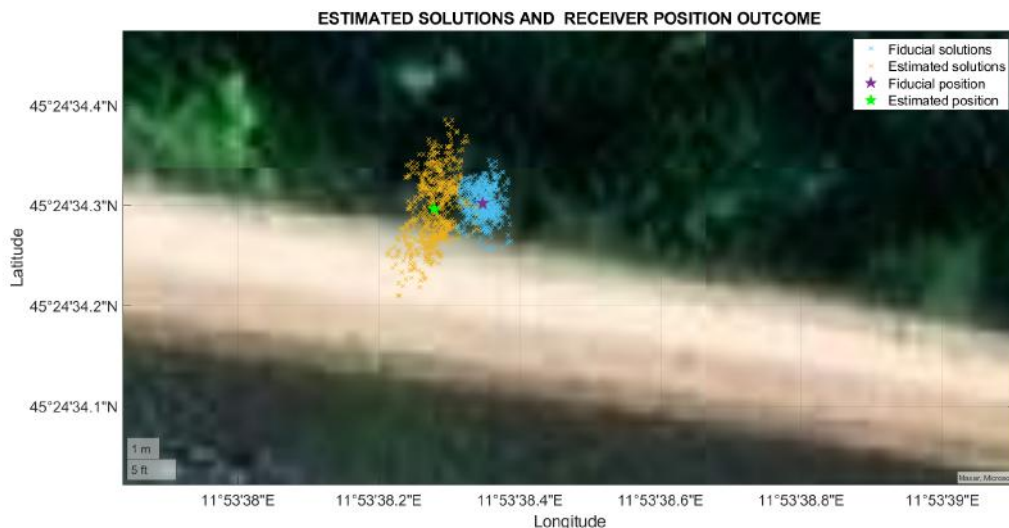


Figura 3.10: *Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie di arrivo (gialle).*

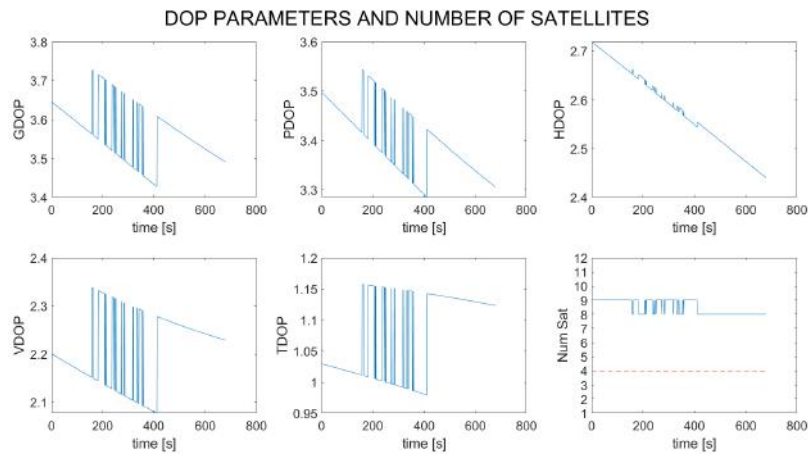


Figura 3.11: *Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso statico di arrivo.*



Figura 3.12: *Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di arrivo.*

A titolo di esempio, è stato anche tracciato l'ellisse di incertezza per le misure di acquisizione di questo caso [fig. 3.13]:

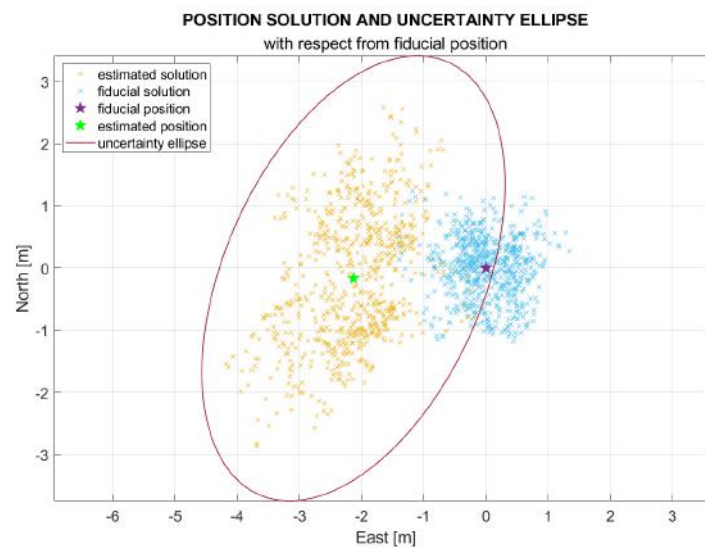


Figura 3.13

3.6 Conclusioni

Si osserva come le soluzioni di posizione ottenute dai dati acquisiti si scostano dalle soluzioni fiduciarie di posizione dell'ordine del metro e dei suoi sottomultipli, come ci si può attendere dalla bontà del ricevitore adottato e dal modello delle correzioni usate nel computo dei *pseudorange*.

Si osserva nel dettaglio [tab. 3.1] come l'assenza di una singola correzione vari l'accuratezza della posizione iniziale stimata del ricevitore:

Errore non corretto	Errore lungo la direzione Nord [m]	Errore lungo la direzione Est [m]
Errore di sincronizzazione degli orologi a bordo dei satelliti	+29'170	-66'670
Errore di mancata considerazione dei <i>leap seconds</i>	-4'180	+2'000
Errore sulla posizione dei satelliti	-19,77	+6,82
Errore di Segnac	-1,79	+5
Errore relativistico	-3,21	+2,07
Errore ionosferico	-4,70	-1,23
Errore troposferico	-1,10	1,83
ERRORE FINALE COMMESO	-1,91	-1,13

Tabella 3.1: Contributo dei singoli errori nel computo dello *pseudorange* per la posizioni iniziale di partenza.

In modo analogo si possono computare i singoli contributi degli errori nella misurazione dello *pseudorange* anche per i dati raccolti durante l'acquisizione dinamica e quella statica di arrivo.

In appendice [cfr. Appendice, par. 9.1] si trovano le immagini di come la posizione iniziale del ricevitore stimata si scosti dalla posizione fiduciaria in funzione della correzione o meno di un singolo errore nel computo dello *pseudorange* del ricevitore dal satellite della costellazione GPS.

Si pone ora particolare attenzione ai vari valori di DOP rilevati dalle acquisizioni:

- Acquisizione statica di partenza:

In prossimità del 500esimo secondo a partire dall'inizio del tempo di acquisizione dei dati, si osserva per un bravissimo istante un errore nella lettura dei satelliti in vista, che passano da 7 a 2, venendo a meno il numero di satelliti minimi necessari per la quadrilaterazione, ovvero 4 satelliti. Questa mancata acquisizione di satelliti si traduce in un picco in tutti i vari parametri di DOP. Tuttavia, nella maggior parte del tempo speso per l'acquisizione dei dati nel caso statico di partenza si hanno in vista 7 satelliti. Eventuali variazioni del numero dei satelliti, specie se diminuiscono, si traducono in peggioramenti dei valori di DOP. Infine, mediamente il valore di DOP è inferiore a 5 e avendo incertezze dell'ordine della decina di centimetro sulle direzioni lungo la terna ENU, giustifica l'errore finale complessivo sulla misura di posizione dell'ordine dell'unità del metro.

Qui si hanno i valori di DOP maggiori rispetto a quelli ottenuti negli altri casi di acquisizione (ovvero il caso dinamico e il caso statico di arrivo), poiché come si osserva nel relativo *skyplot* [fig. 3.6], i satelliti sono disposti lungo direzioni preferenziali sia lungo la direzione Nord, che quella Est.

- Acquisizione dinamica:

Le considerazioni sono analoghe a quelle menzionate per il caso precedente di acquisizione statica di partenza.

Tuttavia, è interessante notare come intorno al 150esimo secondo a partire dall'inizio dell'acquisizione dei dati si osservano delle discontinuità nel tracciamento dei valori di DOP. Ciò è dovuto all'attraversamento di una zona coperta, ovvero la Porta Ognissanti presente sul Ponte del Portello, che scherma il segnale trasmesso dai satelliti di una qualsiasi costellazione GNSS (in questo caso, GPS). Il riscontro è anche visivo in [fig. 3.7], dove mancano le posizioni fiduciarie e stimate del ricevitore.

- Acquisizione statica di arrivo:

Qui si osservano i valori più bassi di DOP: questo è dovuto al fatto che nel tempo voluto per arrivare alla posizione statica di arrivo da quella di partenza, i satelliti della costellazione GPS si sono dispersi

maggiormente. Ancora una volta, si osserva come il valore di DOP sia sensibile al numero di satelliti in vista.

In generale, l'andamento frastagliato dei valori di DOP durante il tempo di acquisizione è dovuto alla variazione del numero di satelliti in vista. Al diminuire del numero di satelliti in vista e all'aumentare della loro disposizione lungo direzioni preferenziali, i valori di DOP aumentano, decretando una diminuzione dell'accuratezza della posizione finale stimata.

Si evince da questa esperienza l'importanza di modellare correttamente gli errori che incorrono all'atto del computo del *pseudorange* e di compiere acquisizioni possibilmente in spazi aperti, lontani da palazzi o sorgenti di *multipath*, in momenti in cui si abbia il numero massimo di satelliti in vista e che la dispersione nella volta celeste sia massima.

3.7 Bibliografia

[1] - Andrea Valmorbida, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

[2] - A. Martellucci and R. Prieto Cerdeira, *Review of tropospheric, ionospheric and multipath data and models for Global Navigation Satellite Systems*, 3rd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP) in 2009, Berlin (Germany).

Quarta Esperienza di Laboratorio

4.1 Abstract

Con questa esperienza, si vuole capire le composizioni e le funzioni delle portanti del segnale tipico delle costellazioni GNSS, compreso il ruolo del messaggio di navigazione.

Inoltre, si indagano la proprietà nel dominio della frequenza ed eventuali attenuazioni a cui va incontro il segnale.

4.2 Introduzione

Il segnale trasmesso dai satelliti GNSS ha una potenza dell'ordine della decina di Watt: questo significa che è sovrastato dal rumore. Inoltre, il segnale va incontro a fenomeni di attenuazione nell'attraversare diversi mezzi e subisce delle variazioni in frequenza a causa del moto relativo tra satellite e ricevitore. Tuttavia, tramite opportune tecniche di modulazione, è possibile estrarre suddetto segnale dal rumore che lo circonda, ricostruendolo al netto di tutte le variazioni che ha subito dalla trasmissione fino all'atto della ricezione, garantendone la sua acquisizione.

Lo scopo di questa esercitazione è quella di simulare la generazione, la trasmissione e la ricezione di un segnale GPS trasmesso da un satellite di suddetta costellazione, con tutte le osservazioni del caso.

4.3 Metodo di Analisi

Il metodo di analisi consente di acquisire, tracciare, sincronizzare e decodificare i segnali dai satelliti GPS, fornendo informazioni cruciali per la navigazione e la determinazione della posizione nel sistema di navigazione GPS. Questo è un processo molto complesso ed è stato svolto in varie fasi, che si susseguono come segue.

4.3.1 Generazione del segnale in acquisizione

Anzitutto, si legge il file di navigazione relativo all'osservazione compiuta il 10 Aprile 2024, tramite ricevitore GNSS Swift [cfr. Terza Esperienza di Laboratorio]; in particolare, si usano i dati ottenuti durante l'acquisizione statica di arrivo, presso il complesso di Geoscienze. Tale messaggio di navigazione in formato RINEX viene opportunamente importato nell'ambiente MATLAB tramite l'uso della `function rinexread`. Per questa esperienza si è deciso di fare riferimento ai soli messaggi trasmessi dai satelliti della costellazione GPS.

Si genera quindi una *waveform* utilizzando codici C/A (*Coarse/Acquisition*) e P (*Precision*) insieme ai bit di navigazione per simulare il segnale ricevuto da satelliti GPS. La procedura eseguita per ottenere questo passaggio può essere riassunta come segue, evidenziando la sintassi usata nel codice MATLAB:

1. Calcolo dell'indice del bit di navigazione corrente:

`bitidx` rappresenta l'indice del bit di navigazione corrente, calcolato in base al passo di simulazione (`istep`), il numero di blocchi C/A per bit (`numCACodeBlocksPerBit`) e la posizione nel vettore `navdata`.

2. Creazione del P-code per tutti i satelliti:

`pcode` è un vettore che rappresenta il segnale di codice P (Precision) per un singolo satellite. La MATLAB function `repmat(pcode, 1, numsat)` espande questo vettore in modo che contenga il P-code per tutti i satelliti simulati `numsat`.

3. Estrazione e conversione dei bit di navigazione:

La MATLAB function `navdata(bitidx, satindices)` restituisce i bit di navigazione per i satelliti indicizzati in `satindices` al passo di simulazione corrente. Questi bit di navigazione sono rappresentati come 1 e 0, in conformità con la rappresentazione binaria.

4. Combinazione di P-code, C/A-code e bit di navigazione:

`cacodesig(:, satindices)` rappresenta il segnale C/A (*Coarse/Acquisition*) per i satelliti indicizzati in `satindices`, dove nel codice `1j` è l'unità immaginaria. Si combina quindi il P-code (su parte reale) e il C/A-code (su parte immaginaria) per tutti i satelliti nel seguente modo: `(allpcode + 1j * cacodesig(:, satindices))`. Infine, il segnale complesso ottenuto si moltiplica per `. * navbitsig`, ovvero i bit di navigazione, applicando la modulazione dei dati, con la tecnica tipica dei segnali GNSS, ovvero la BPSK (*Binary Phase Shift Keying*).

Ecco dunque che `iqsig` rappresenta il segnale modulato in frequenza per tutti i satelliti, incorporando sia il codice di precisione (P-code) che il codice C/A, modulati dai bit di navigazione corrispondenti per rappresentare il segnale complesso (I/Q) trasmesso dai satelliti GPS.

Si accompagna la spiegazione soprastante con lo schema logico [fig. 9.8] in APPENDICE [cfr. 9.3], per una miglior comprensione.

4.3.2 Canale di Propagazione

Dopo aver generato il segnale modulato per ciascuno dei satelliti considerati nel sistema GPS, il segnale passa attraverso il canale di propagazione, dove subisce diverse trasformazioni e interazioni con l'ambiente prima di essere ricevuto dal ricevitore. Si sintetizzano tutte le interazioni e modifiche che subisce il segnale trasmesso come segue:

1. Doppler shift:

Il segnale generato per ogni satellite contiene informazioni sulla sua posizione e orario, ma durante il viaggio verso il ricevitore, il movimento relativo tra il satellite e il ricevitore causa uno spostamento Doppler nella frequenza del segnale. Più generalmente, questo *Doppler shift* è dovuto al moto orbitale del satellite rispetto alla Terra e al movimento relativo del ricevitore.

2. Ritardo nel segnale:

Il segnale subisce un ritardo nel tempo dovuto alla distanza fisica che deve percorrere dalla costellazione GPS al ricevitore sulla Terra. Questo ritardo è influenzato dalla velocità di propagazione del segnale e dalla geometria relativa tra satellite e ricevitore.

3. Perdita di potenza del segnale:

Durante la propagazione, il segnale GPS si disperde e si attenua a causa dell'interazione con mezzi che causano dispersione e diffrazione del segnale: tale mezzo è proprio l'atmosfera.

4. Rumore aggiunto al segnale:

Oltre alla perdita di potenza, il segnale è soggetto a interferenze e rumore durante la trasmissione. Il rumore può essere causato da varie fonti, come il rumore termico degli amplificatori nel sistema di ricezione o altri segnali elettrici nelle vicinanze.

5. Somma dei segnali e rumore:

Tutti i segnali provenienti dai satelliti visibili sono sommati nel ricevitore. Questa somma tiene conto di tutte le modifiche a cui va incontro il segnale elencate precedentemente.

6. Risultato del canale di propagazione:

All'uscita del canale di propagazione, ciò che si ottiene è un segnale composto che rappresenta la combinazione di tutti i segnali GPS visibili, modificati dalle interazioni con l'ambiente di trasmissione. Questo segnale composto contiene informazioni sulla posizione dei satelliti, i dati di navigazione e altre informazioni utili per il calcolo della posizione e del tempo nel ricevitore GPS.

In sintesi, il canale di propagazione introduce variabili come lo *shift Doppler*, il ritardo nel tempo, la perdita di potenza e il rumore al segnale GPS trasmesso dai satelliti. Il segnale risultante all'uscita del canale di propagazione è una rappresentazione combinata di tutti i segnali dei satelliti visibili, pronto per essere elaborato dal ricevitore GPS per determinare la posizione e fornire altre informazioni di navigazione dei satelliti.

Con i passi precedenti si sono poste le basi per l'analisi dello spettro del segnale PRN e il calcolo del tempo di trasmissione dello stesso. Questi sono processi essenziali nel ricevitore GPS che consentono di valutare la qualità del segnale ricevuto, identificare eventuali interferenze e calcolare con precisione la distanza tra il ricevitore e i satelliti GPS per determinare la posizione geografica.

4.3.3 Tracciamento del del segnale ricevuto

Anzitutto, è necessario che si iniziizzi la ricezione vera e propria del segnale dopo un certo lasso di tempo. Questo è garantito dal confronto tra `istep` (passo temporale) e `rxWaitTime`, caratteristica propria del ricevitore. Se `istep` è maggiore di `rxWaitTime`, allora il ricevitore inizia il processo di ricezione perchè identifica dei segnali validi e non solo puro rumore.

Seguono quindi i passaggi per ottenere l'acquisizione e il tracciamento dei segnali GPS trasmessi dai satelliti:

1. Inizializzazione della sincronizzazione iniziale:

Se la variabile di inizializzazione `performInitSync` è pari a 1, allora il codice esegue la sincronizzazione iniziale del segnale ricevuto utilizzando la MATLAB function `initialsync`. Questa funzione trova i segnali rilevati e restituisce informazioni come gli identificativi dei satelliti ricavando la stringa di bit che caratterizzano il *Pseudo-Random-Noise* (PRN), che hanno subito nel dominio delle frequenze uno *shift Doppler* e in quello del tempo un *offset* di fase del codice.

2. Preparazione per il tracciamento:

Vengono inizializzati oggetti e parametri per il tracciamento del segnale per ciascun satellite rilevato. Questo include la configurazione del *tracker* di portante e PRN, impostando parametri come larghezza di banda del rumore per i loop di fase (PLL, FLL, DLL); nello specifico:

- PLL, ovvero *Phase-Locked Loop*:

È un circuito di retroazione utilizzato per mantenere la coerenza di fase tra un segnale di riferimento (nel caso dei GPS, il PRN del satellite) e un segnale di *feedback* (il segnale ricevuto). Più nel dettaglio, il PLL regola continuamente la fase del segnale di PRN del satellite rispetto al segnale di riferimento interno nel ricevitore. Questo processo ha l'obiettivo di mantenere la coerenza di fase tra il segnale di riferimento e quello ricevuto, consentendo al ricevitore di seguire con precisione il segnale del satellite. Dunque, nel contesto GPS, il PLL è cruciale per sincronizzare e tracciare la fase del segnale PRN del satellite.

- FLL, ovvero *Frequency-Locked Loop*:

È un altro tipo di circuito di retroazione che traccia e corregge gli errori nella frequenza del segnale. Contrariamente al PLL che si concentra sulla fase, il FLL si occupa principalmente degli errori di frequenza. Più precisamente, il FLL monitora e corregge gli errori di frequenza nel segnale dovuti al *Doppler shift*. Poiché il satellite e il ricevitore si muovono relativamente l'uno rispetto all'altro, la frequenza del segnale ricevuto varia. Il FLL si assicura che questa variazione sia correttamente compensata per mantenere la sincronizzazione temporale e di frequenza. Nel contesto dunque GPS, il FLL è utilizzato per compensare appunto il cambiamento nella frequenza del segnale dovuto al movimento relativo tra il satellite e il ricevitore, ovvero lo *Doppler shift* che subisce il segnale al momento della ricezione.

- DLL, ovvero *Delay-Locked Loop*:

È un circuito di retroazione che traccia e compensa i ritardi temporali o di fase nel segnale ricevuto. Questi ritardi possono essere causati da effetti come il ritardo di propagazione del segnale attraverso l'atmosfera o altre variazioni ambientali. Nel ricevitore GPS, il DLL è cruciale per correggere tali ritardi e mantenere la precisione nella misurazione del tempo, permettendo al ricevitore di determinare con precisione il tempo di arrivo del segnale e quindi la distanza dal satellite.

Durante il processo di tracciamento, il ricevitore accumula dati relativi alle correzioni apportate dai circuiti PLL, FLL e DLL per ciascun satellite. Tali correzioni vengono codificate nel codice MATLAB in funzione di residui e scarti in termini di fase e di frequenza, con la seguente sintassi e metodologia:

- errori residui di fase e frequenza dopo il tracciamento, come `fqyerr` e `pherr`;
- variazioni di frequenza e fase corretti, come `fqyoffset` e `phoffset`, che rappresentano le correzioni apportate per mantenere l'allineamento corretto del segnale;
- Altri dati eventuali che apportano indicazioni sulla qualità del segnale e sulle misure di errore che possono essere utilizzati per valutare la precisione della determinazione della posizione e dell'indicazione dell'ora locale.

Riassumendo, il tracciamento nei ricevitori GPS utilizza i PLL, FLL e DLL per correggere e mantenere la coerenza del segnale PRN ricevuto dai satelliti, consentendo al ricevitore di determinare con precisione la posizione e il tempo.

3. Tracciamento del segnale per ogni satellite:

Si implementa un ciclo `for` che esegua il tracciamento del segnale PRN per ciascun satellite rilevato. Questo processo monitora e corregge gli errori nel segnale ricevuto come errore di frequenza, errore di fase e ritardo.

4. Sincronizzazione dei bit:

Dopo un numero sufficiente di passi di ricezione (indicati con la variabile `numWaitingStepsForBitSync`), il codice esegue la sincronizzazione dei bit per ogni satellite rilevato. Questo processo assicura che i dati ricevuti siano decodificati correttamente per ottenere informazioni come la posizione del satellite e altri dati di navigazione.

5. Visualizzazione del progresso:

Ogni 1000 campioni, il codice visualizza il progresso della ricezione, mostrando la costellazione dei satelliti GPS rilevati fino a quel momento.

6. Aggiornamento del contatore di ricezione:

Il contatore `rxcnt` viene incrementato ad ogni passo di ricezione per tenere traccia dell'avanzamento temporale della simulazione.

4.3.4 Analisi dello spettro del segnale ricevuto

Ora, il codice MATLAB utilizza l'object `spectrumAnalyzer` per analizzare lo spettro del segnale ricevuto e con:

- `ifscope`: permette la visualizzazione lo spettro del segnale IF (*Intermediate Frequency*) comparato con lo spettro del rumore termico;
- `rxscope`: permette la visualizzazione dello spettro del segnale ricevuto, dopo aver eseguito una opportuna normalizzazione.

Dall'analisi dello spettro, si evidenzia:

1. lo spettro del segnale in frequenza IF (*Intermediate Frequency*):

Viene valutata la distribuzione di potenza del segnale IF, che è il risultato del *mixing* (mescolamento) del segnale ricevuto con un oscillatore locale nel ricevitore. Questo spettro mostra la densità spettrale di potenza del segnale ricevuto a frequenze relative all'oscillatore locale.

2. lo spettro del rumore termico:

Il rumore termico è un tipo di rumore bianco gaussiano che viene aggiunto al segnale ricevuto per simulare le condizioni reali di ricezione. Il suo spettro mostra la densità spettrale di potenza del rumore presente nel segnale complessivo

L'oggetto `spectrumAnalyzer` analizza questi spettri, presenti nel PRN ricevuto, per valutare la qualità del segnale stesso ricevuto e la presenza di rumore. La visualizzazione in $[dBW]$ permette di confrontare le potenze relative del segnale e del rumore.

4.3.5 Analisi del tempo di trasmissione

Il codice MATLAB calcola anche il tempo di trasmissione (indicato con variabile `tt1`) utilizzando parametri come la variazione di fase del codice PRN e i parametri di tracciamento, ovvero quelli che garantiscono la sincronizzazione dei bit. I parametri utilizzati sono la variazione di fase del codice PRN, le variazioni nel dominio del tempo e della frequenza registrate durante il tracciamento del codice PRN, il tempo di sincronizzazione dei bit. Questi parametri vengono convertiti in unità temporali utilizzando il *chip rate* del segnale C/A (*Coarse/Acquisition*), pari a 1.023 MHz .

Si ricorda che il tempo di trasmissione calcolato rappresenta il tempo che il segnale impiega per viaggiare dal satellite al ricevitore, tenendo conto di tutti i ritardi e le correzioni applicate durante il processo di tracciamento. È una misura critica per determinare la distanza tra il ricevitore e il satellite utilizzando un metodo dei minimi quadrati.

Infine, sia nel dominio delle frequenze che dei ritardi temporali, si esegue la correlazione del segnale ricevuto con quello generato dal ricevitore, al fine di osservare un picco, appunto, di correlazione, per una determinata combinazione di valori di frequenza e di ritardo temporale [fig. ??].

4.4 Risultati Ottenuti

I risultati ottenuti dalla metodologia di analisi sono meglio rappresentati dalle seguenti immagini:

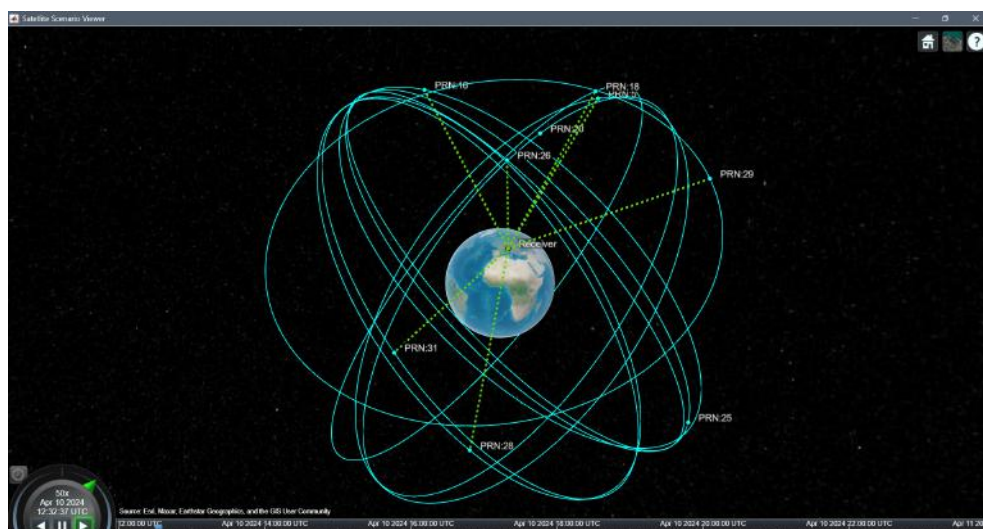


Figura 4.1: Visualizzazione dell'accesso al ricevitore per i satelliti della costellazione GPS in vista.

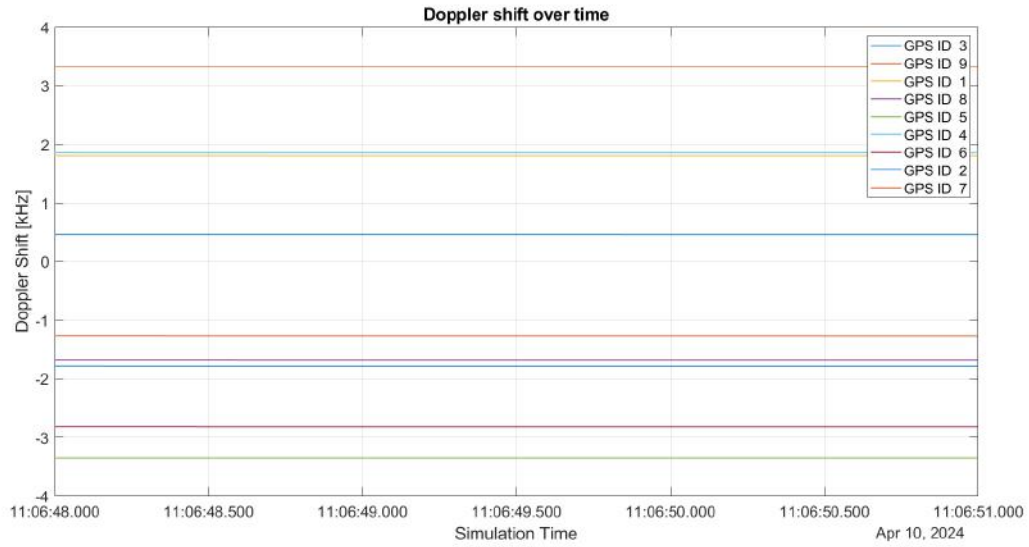


Figura 4.2: Variazione del valore di Doppler shift subito dal segnale al momento della ricezione.

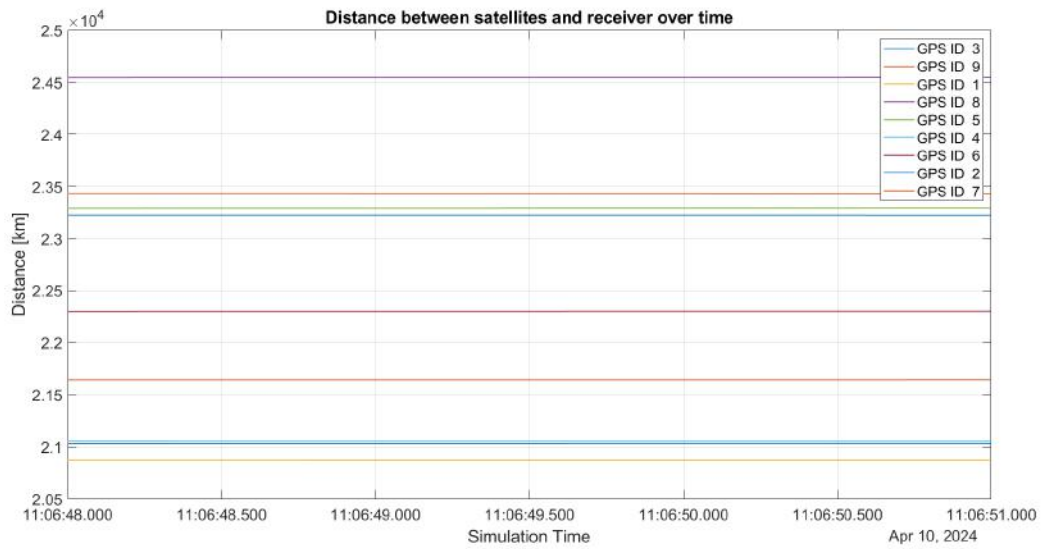


Figura 4.3: Distanze dei singoli satelliti della costellazione GPS e il ricevitore.

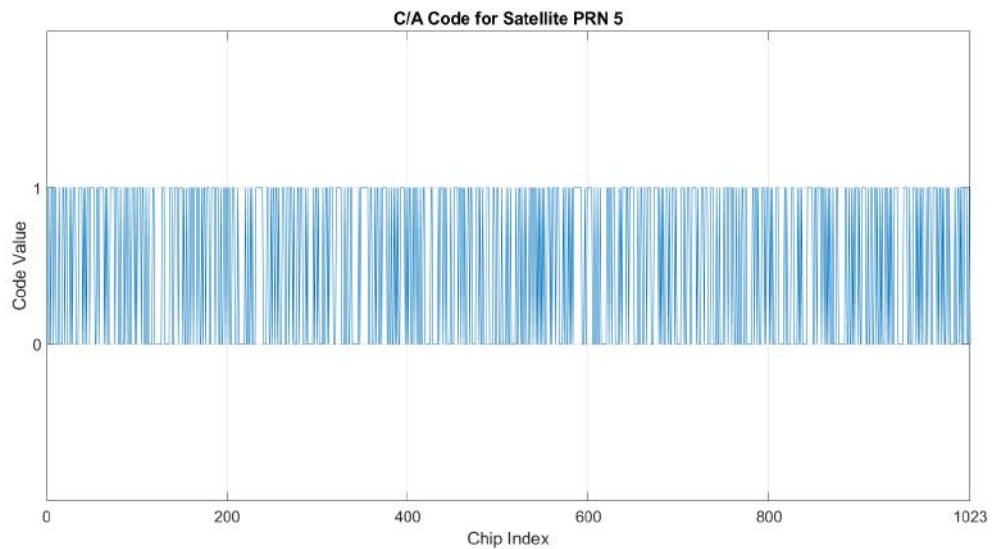


Figura 4.4: Stringa di bit che caratterizza il C/A Code per il satellite con identificativo 5 della costellazione GPS.

PLL TRACKING LOOP RESULTS FOR SATELLITE PRN ID: 6

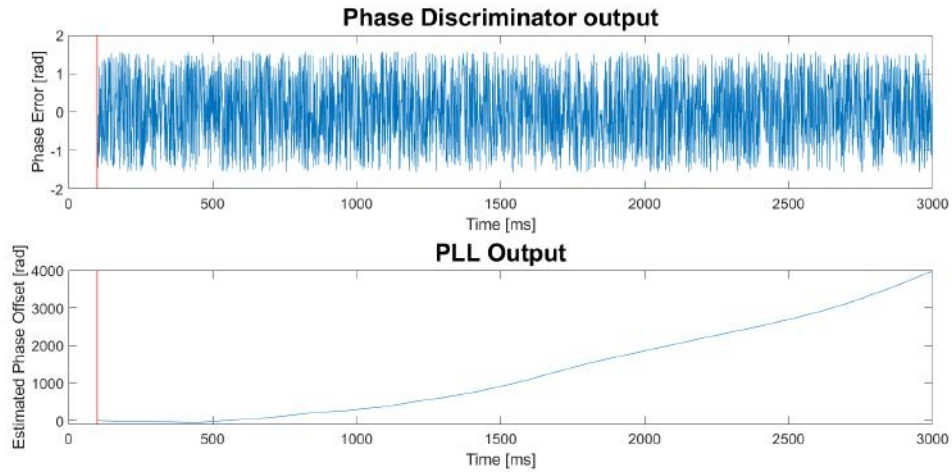


Figura 4.5: Visualizzazione della variazione in fase tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.

FLL TRACKING LOOP RESULTS FOR SATELLITE PRN ID: 6

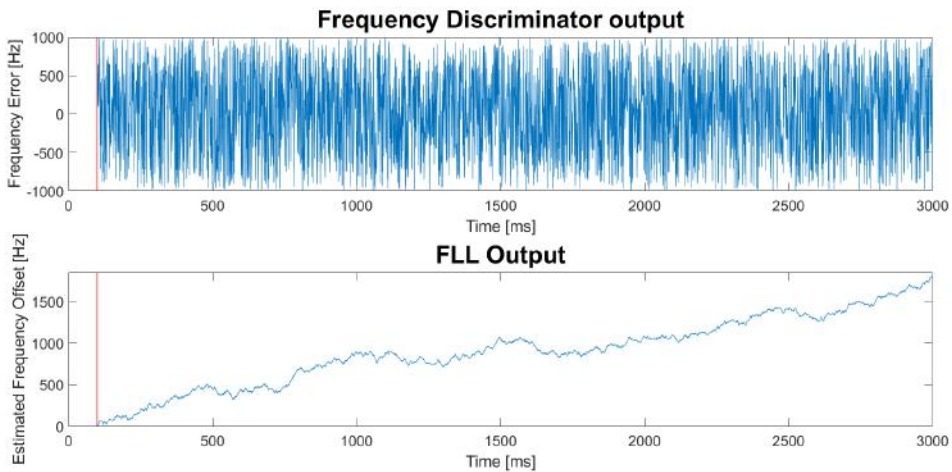


Figura 4.6: Visualizzazione della variazione in frequenza tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.

DLL TRACKING LOOP RESULTS FOR SATELLITE PRN ID: 6

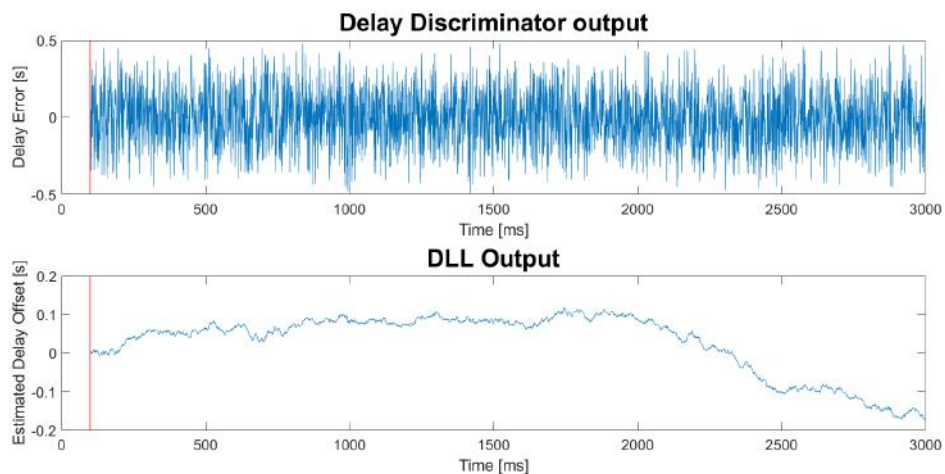


Figura 4.7: Visualizzazione della discrepanza nel dominio del tempo tra il segnale generato dal ricevitore e il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 6 della costellazione GPS.

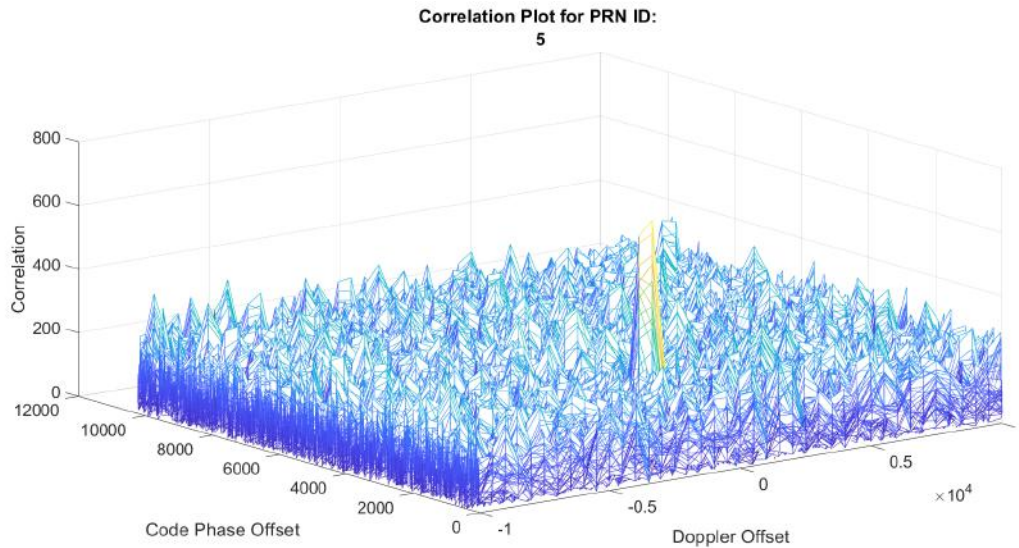


Figura 4.8: Visualizzazione del risultato della correlazione tra il segnale ricevuto dal satellite con identificativo 5 e il segnale generato dal ricevitore, nel dominio delle frequenze e del tempo.

4.5 Conclusioni

Si può concludere l'esperienza affermando che lo script MATLAB implementato svolge il compito di acquisire e tracciare correttamente i segnali GPS utilizzando il codice C/A, ciò si evince anche dal fatto che la simulazione della costellazione è analoga a quella ottenuta durante le altre esercitazioni. Le figure relative alle distanze tra satellite e ricevitore sono ovviamente costanti, così come anche i valori di *Doppler shift*, ciò dovuto all'esiguo tempo di simulazione pari a 3 secondi.

Il codice C/A è stato poi visualizzato per un singolo satellite e per lo stesso è stato possibile osservare come sia effettivamente distinguibile il picco di correlazione.

Infine osservando i dati relativi ai *tracking loop* è stato soddisfacente notare come ogni errore sia visibilmente a media tendente a zero. Questo risultato è ancora più soddisfacente se si osservano i dati di offset e la loro variabilità. Da queste figure infatti si può notare come, nonostante gli offset siano variabili e aumentino nel tempo, la retroazione dei *tracking loop* porti ad avere un errore medio nullo.

4.6 Bibliografia

[1] - Sebastiano Chiodini, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

Quinta Esperienza di Laboratorio

5.1 Abstract

Con questa esperienza si vuole dimostrare l'efficacia dell'implementazione di un filtro di Kalman esteso nella determinazione di posizioni e velocità di un ricevitore GNSS, in una situazione di bassa dinamica.

5.2 Introduzione

Si vogliono così esplorare i principi basi del metodo ricorsivo del filtro di Kalman, in particolare in una situazione reale a bassa dinamica. Allo stesso tempo, si vogliono vedere come rumori ed eventuali *bias* possano influenzare le misure compiute da un sistema GNSS e come il filtro di Kalman li gestisca nella predizione delle nuove posizioni.

5.3 Metodo di Analisi

L'analisi prevede l'implementazione di un filtro di Kalman esteso per bassa dinamica. Di seguito si riassume l'algoritmo ricorsivo del codice MATLAB sviluppato, con il quale è stato possibile generare gli output richiesti. Prima di trattare il caso specifico di un sistema a bassa dinamica, saranno presentate le equazioni generali di un filtro di Kalman esteso (EKF, *Extended Kalman Filter*).

5.3.1 Equazioni generali per un EKF

Per la stima dello stato del sistema x si comincia con una stima iniziale $\hat{x}(k|k)$ al tempo t_k , si hanno:

- Predizione dello stato:

$$\hat{x}(k+1|k) = f[k, \hat{x}(k|k), u(k)] \quad (5.1)$$

- Predizione della misura:

$$\hat{z}(k+1|k) = h[k+1, \hat{x}(k+1|k)] \quad (5.2)$$

- Residui della misura (*innovation*):

$$\nu(k+1) = z(k+1) - \hat{z}(k+1|k) \quad (5.3)$$

- Stima dello stato aggiornata:

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + W(k+1)\nu(k+1) \quad (5.4)$$

Per quanto riguarda la matrice di covarianza si inizializza con la covarianza dello stato $P(k|k)$ al tempo t_k , si devono valutare le seguenti matrici Jacobiane:

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k|k)} \quad (5.5)$$

$$H(k+1) = \left. \frac{\partial h(k+1)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k+1|k)} \quad (5.6)$$

Segue la predizione della covarianza dello stato:

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + Q(k) \quad (5.7)$$

Dunque si calcola la covarianza del residuo come:

$$S(k+1) = H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)^T + R(k+1) \quad (5.8)$$

Si può allora calcolare il guadagno del filtro:

$$W(k+1) = P(k+1|k)H(k+1)^T S(k+1)^{-1} \quad (5.9)$$

$$W(k+1) = \frac{P(k+1|k)H(k+1)^T}{H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)^T + R(k+1)} \quad (5.10)$$

Infine, si computa la covarianza dello stato aggiornata:

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - W(k+1)S(k+1)W(k+1)^T \quad (5.11)$$

5.3.2 Equazioni del EKF per un sistema a bassa dinamica

Nel caso specifico in esame, lo stato iniziale è stato inizializzato assumendo come posizione del ricevitore la posizione approssimata ottenuta dalla lettura del file di osservazione. La stima iniziale delle altre variabili è stata scelta di porla nulla.

Quindi, è stata inizializzata anche la matrice di covarianza relativa allo stato iniziale, nota la matrice di covarianza del rumore R , assumendo ogni misura di *pseudorange* con la stessa varianza sul rumore e la matrice Jacobiana J sulle misure di *pseudorange*.

Dopodiché, per la predizione dello stato, iniziando con la stima $\hat{x}(k|k)$ al tempo t_k , si ha:

$$\hat{x}(k+1|k) = F(k)\hat{x}(k|k) \quad (5.12)$$

Successivamente con questa predizione, si è calcolata la predizione sulla misura di *pseudorange*, in modo da confrontarla con la misura di *pseudorange* ottenuta dalle osservazioni acquisite e opportunamente corrette. In questo modo, si è potuto costruire il vettore dei residui sulle misure, che sarà fondamentale per l'aggiornamento dello stato.

$$\hat{\rho}_i(k+1|k) = \sqrt{(X_i(k+1) - \hat{x}(k+1|k))^2 + (Y_i(k+1) - \hat{y}(k+1|k))^2 + (Z_i(k+1) - \hat{z}(k+1|k))^2} + \hat{r}_{t_r}(k+1|k) \quad , \quad i = N, \dots, N_s \quad (5.13)$$

Quindi ottenendo:

$$\nu(k+1) = \rho(k+1) - \hat{\rho}(k+1|k) \quad (5.14)$$

Nel caso di un sistema a bassa dinamica, la matrice del rumore sulle misure ha la seguente forma:

$$H(k+1) = \left[\begin{array}{ccccccccc} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \rho_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \rho_z}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \rho_1}{\partial r_{t_r}} & 0 \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \rho_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \rho_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \rho_2}{\partial r_{t_r}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{N_s}}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \rho_{N_s}}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \rho_{N_s}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \rho_{N_s}}{\partial r_{t_r}} & 0 \end{array} \right] \bigg|_{x=\hat{x}(k+1|k)} \quad (5.15)$$

Ora, si può eseguire la predizione sulla covarianza dello stato nel seguente modo:

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + Q(k) \quad (5.16)$$

dove F è la matrice transizione di stato.

Quindi con i passaggi e le formulazioni espresse nella sezione precedente, si può determinare la varianza sui residui e il filtro di Kalman.

Finalmente è possibile aggiornare lo stato e la sua associata covarianza:

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1|k+1) &= \hat{x}(k+1|k) + W(k+1)\nu(k+1) \\ P(k+1|k+1) &= P(k+1|k) - W(k+1)S(k+1)W(k+1)^T\end{aligned}\quad (5.17)$$

5.4 Allestimento Sperimentale

L'allestimento sperimentale è composto da:

- Un ricevitore GNSS professionale della *Swift Navigation*, modello "Piksi Multi GNSS Module", che acquisisce dati in multi-frequenza, da più costellazioni GNSS;
- Una "Swift Console" per la registrazione dei dati raccolti e la loro visualizzazione;
- Un modulo per la conversione dei file da formato binario SBP (*Swift Binary Protocol*) a RINEX;
- Un computer con installato MATLAB (R2022b o versioni successive), con annesso *Navigation Toolbox*.

Si sceglie anche una località all'aperto, il più distante da sorgenti di *multipath* possibili, al fine di acquisire i dati. Nel caso di studio si è scelta la zona universitaria del Portello di Padova.

I dati possono essere acquisiti staticamente, ma anche in maniera dinamica, spostandosi a passo d'uomo, avendo così una evento fisico a bassa dinamica. Le acquisizioni a bassa dinamica sono state effettuate camminando lungo il percorso pedonale che congiunge l'entrata del Polo di Ingegneria Meccanica e il cancello di ingresso del Dipartimento di Geoscienze dell'Università degli Studi di Padova, attraversando il Ponte del Portello e passando sotto l'Arco Ognissanti.

5.5 Risultati Ottenuti

I risultati ottenuti sono riassunti nelle seguenti immagini:



Figura 5.1: Visualizzazione della traiettoria di riferimento fiduciaria e quella ottenuta implementando un EKF a bassa dinamica per la stima della posizione del ricevitore.

Come richiesto, è stato anche calcolato l'andamento nel tempo di acquisizione dell'innovazione sugli scarti degli *pseudorange* [fig. 5.2], del guadagno del filtro di Kalman [fig. 5.3] e degli autovalori della matrice di covarianza [fig. 5.4], associata alla posizione stimata con un EKF.

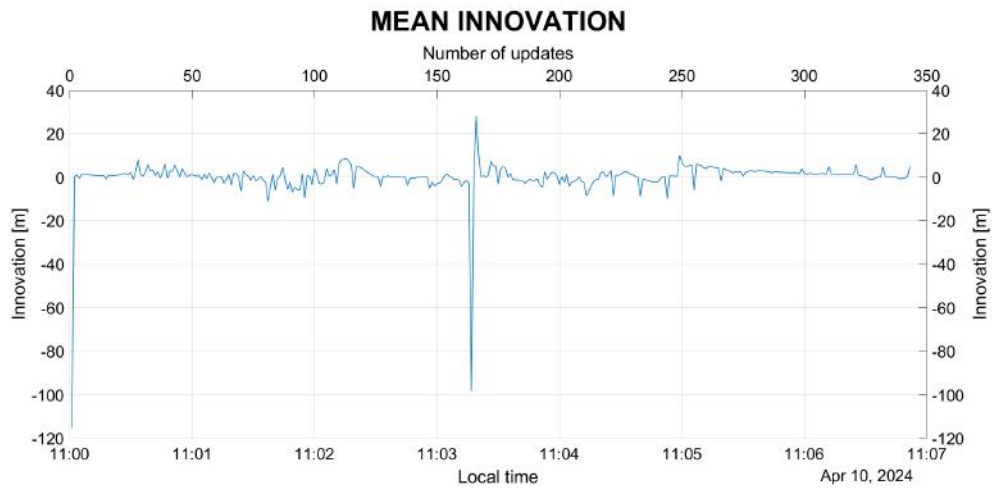


Figura 5.2: Profilo nel tempo di acquisizione della media dei residui sulla stima delle posizioni successive.

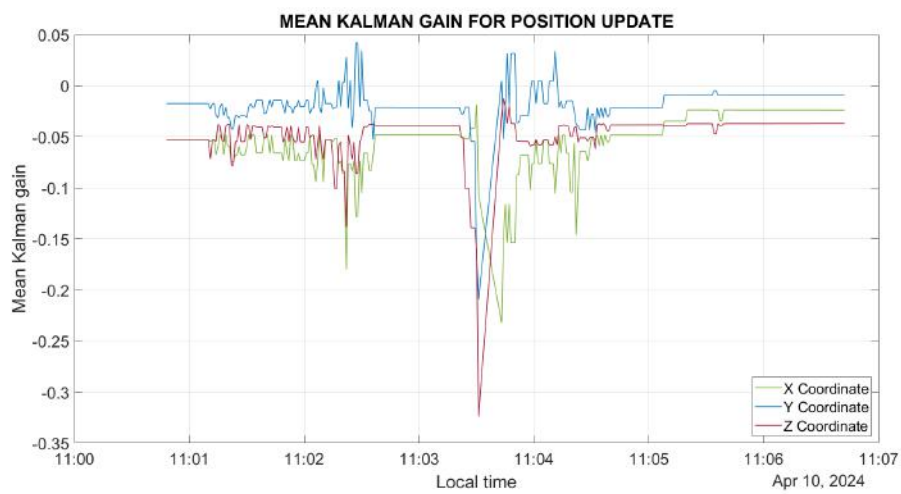


Figura 5.3: Profilo nel tempo di acquisizione della media del guadagno di Kalman su tutte le stime di posizione.

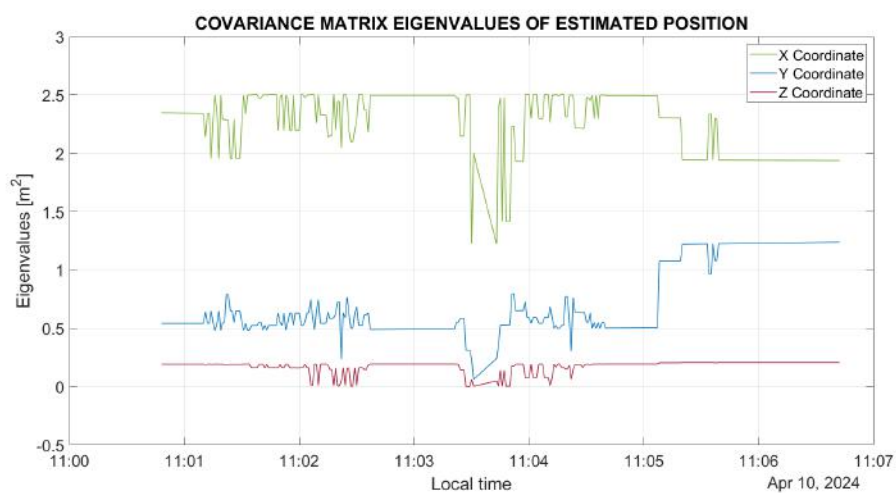


Figura 5.4: Profilo nel tempo di acquisizione degli autovalori della matrice di covarianza sulle posizioni stimate.

5.6 Conclusioni

Se si osservano come variano le innovazioni o i residui delle misurazioni nel tempo nel contesto di un filtro di Kalman esteso [fig. 5.2], possiamo dedurre diverse informazioni significative:

1. Indicazioni sulla precisione delle misure:

Le innovazioni rappresentano la differenza tra la misura reale e la predizione del modello di misura. Monitorare le innovazioni nel tempo permette di valutare la qualità e la precisione delle misurazioni rispetto al modello previsto dal filtro di Kalman esteso. Innovazioni con valori ridotti indicano misure coerenti e consistenti con il modello, mentre innovazioni con valori elevati possono indicare misure inconsistenti o con errori significativi. Quest'ultima casistica accade proprio nel lasso di tempo in cui si passa al di sotto della Porta Ognissanti sul Ponte del Portello: in quella situazione, la ricezione dei segnali GPS sono schermati dalla porta stessa, causando errori significativi nella stima di posizione.

2. Stima della qualità del modello:

Le innovazioni riflettono anche l'efficacia del modello di misura utilizzato nel filtro di Kalman esteso. Se le innovazioni rimangono piccole e consistenti nel tempo, ciò suggerisce che il modello di misura è accurato e rappresenta adeguatamente il comportamento del sistema reale. Al contrario, se le innovazioni variano ampiamente nel tempo, potrebbe essere necessario rivedere o migliorare il modello di misura per ottenere stime più precise dello stato del sistema.

Nominalmente, le innovazioni sembrano essere a media nulla, implicando una grande efficacia del modello di misura utilizzato. Tuttavia, negli istanti di tempo in cui si attraversa la Porta Ognissanti, questo viene a mancare.

3. Valutazione della convergenza e della stabilità:

Le innovazioni che convergono a valori bassi nel tempo indicano che il filtro di Kalman esteso sta convergendo a stime accurate e stabili dello stato del sistema. Questo è un indicatore della buona performance del filtro nel migliorare la precisione delle stime nel corso del tempo.

4. Sensibilità alle fluttuazioni e agli errori:

Le innovazioni che mostrano fluttuazioni significative nel tempo possono indicare la presenza di disturbi o errori nel sistema di misura. Un filtro di Kalman esteso efficace dovrebbe essere in grado di gestire queste fluttuazioni mantenendo comunque una buona precisione nelle stime dello stato del sistema.

In sintesi, il plot delle innovazioni nel tempo fornisce una visualizzazione dinamica della qualità delle misure, della validità del modello di misura e della performance complessiva del filtro di Kalman esteso nel fornire stime precise e stabili dello stato del sistema nel contesto specifico delle misure effettuate.

Dall'osservazione dell'andamento del guadagno del filtro di Kalman in funzione del tempo [fig. 5.3], si possono dedurre le seguenti considerazioni, che mettono in risalto la bontà delle stime computate dall'algoritmo del EKF a bassa dinamica, in funzione dei seguenti parametri:

1. Convergenza del filtro:

L'andamento del guadagno del filtro può mostrare come il filtro di Kalman si adatta e converge nel tempo. Inizialmente, il guadagno potrebbe essere instabile o variabile, riflettendo l'adattamento iniziale del filtro alle misure e alle stime dello stato. Questo giustifica una maggior dispersione delle posizioni del ricevitore al punto di inizio del tragitto [fig. 5.1].

2. Precisione delle stime:

Un guadagno del filtro stabile e convergente indica che il filtro sta utilizzando in modo efficace le informazioni disponibili dalle misure e dal modello del sistema per migliorare le stime dello stato. Un guadagno elevato può indicare una fase iniziale di aggiornamenti significativi delle stime, mentre un guadagno basso può indicare un periodo di aggiornamenti minimi. Infatti, il lasso temporale in cui si osserva un crollo del modulo del guadagno del filtro di Kalman avviene contemporaneamente al passaggio sotto la Porta Ognissanti del ponte del Portello: in quell'istante, i segnali dei satelliti GPS erano schermati dalla struttura della Porta stessa, determinando un periodo di aggiornamenti minimi, in quanto le stime di posizione che si effettuavano in quel momento non erano affidabili.

3. Stabilità e robustezza:

Variazioni improvvise o oscillazioni nel guadagno del filtro possono indicare situazioni in cui il modello del sistema o le misure sono ambigue o non ben predittive (caso del passaggio sotto la Porta Ognissanti

sul Ponte del Portello). Questo potrebbe richiedere una revisione delle ipotesi del modello o, come nel caso qui esposto, un miglioramento delle caratteristiche delle misure.

4. Adattabilità:

Il comportamento del guadagno del filtro nel tempo può indicare quanto il filtro di Kalman è in grado di adattarsi a cambiamenti nelle condizioni del sistema o nelle caratteristiche delle misure. Un guadagno del filtro che si adatta rapidamente a cambiamenti può suggerire una buona capacità di adattamento e robustezza del filtro.

In sintesi, il grafico del guadagno del filtro nel tempo [fig. 5.3] fornisce una visualizzazione dinamica di come il filtro di Kalman opera e si comporta nel contesto specifico del sistema e delle misure considerate., in un contesto a bassa dinamica.

Altrettanto degne di nota sono le delucidazioni che si possono ottenere dall'osservazione dell'andamento degli autovalori della matrice di covarianza nel tempo [fig. 5.4]:

1. Convergenza e stabilità delle stime:

Gli autovalori della matrice di covarianza rappresentano la variazione della stima dello stato nel tempo. Autovalori che convergono a valori bassi indicano che il filtro di Kalman sta ottenendo stime sempre più precise e stabili dello stato del sistema.

2. Robustezza del filtro:

Variazioni significative negli autovalori possono indicare cambiamenti nelle condizioni del sistema o nelle caratteristiche delle misure. Autovalori che rimangono stabili indicano che il filtro è in grado di mantenere la precisione delle stime nonostante variazioni nelle condizioni del sistema o nelle misure.

3. Adattabilità e sensibilità alle variazioni:

L'andamento degli autovalori può fornire indicazioni sulla capacità del filtro di Kalman di adattarsi a cambiamenti improvvisi o gradualmente cambianti nel sistema o nelle misure. Autovalori che si adattano rapidamente alle variazioni possono indicare una buona capacità di adattamento del filtro.

4. Performance del filtro nel tempo:

L'andamento degli autovalori permette di valutare la performance del filtro nel lungo periodo. Autovalori che diminuiscono nel tempo indicano una crescente precisione delle stime, mentre autovalori che aumentano potrebbero indicare problemi di stabilità o una minore precisione delle stime nel lungo termine.

In conclusione, il grafico degli autovalori della matrice di covarianza nel tempo [fig. 5.4] fornisce una visualizzazione dinamica di come il filtro di Kalman gestisce e migliora la precisione delle stime nel contesto specifico del sistema monitorato.

5.7 Bibliografia

[1] - Sebastiano Chiodini, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

[2] - Sarunic, P. W., *Development of GPS receiver Kalman Filter algorithms for stationary, low-dynamics, and high-dynamics applications*, Defence Science and Technology Group Edinburgh, Australia, 2016.

Sesta Esperienza di Laboratorio

6.1 Abstract

Con questa esperienza si implementa una fusione di sensori IMU e GNSS per la stima della traiettoria di un ricevitore a bassa dinamica.

6.2 Introduzione

L'integrazione dei dati GNSS e di una piattaforma inerziale tramite un filtro di Kalman rappresenta un metodo avanzato per migliorare la precisione della navigazione. Questo algoritmo di *sensor fusion* combina le letture dei sensori inerziali (IMU) con le misure di posizione del GNSS, fornendo una soluzione di posizionamento robusta anche in ambienti difficili. Si descrive in dettaglio lo script utilizzato, i dati elaborati, il filtro di Kalman applicato e i risultati ottenuti.

6.3 Metodo di Analisi

Tramite la stesura di un apposito codice MATLAB, si implementa un filtro di Kalman esteso (EKF) per fondere i dati da un'unità di misura inerziale (IMU) e un ricevitore GPS. Il filtro di Kalman esteso è uno strumento potente per la stima di stati in sistemi dinamici non lineari, molto usato in applicazioni di navigazione. Per eseguire questo, il codice svolge i seguenti passaggi:

1. Pre-elaborazione dei Dati:

I dati ottenuti dalla costellazione GPS e dalla IMU sono allineati temporalmente, facendo riferimento ad un unico lasso temporale comune e scandito in secondi. Questo si ottiene grazie ad un'interpolazione che garantisca che tutti i dati siano disponibili agli stessi istanti temporali per una sincronia ottimale.

2. Implementazione del Filtro di Kalman Esteso:

Anziutto, deve essere inizializzata la matrice di rotazione del sistema *body*, tenendo conto dei valori iniziali di rollio, beccheggio e imbardata.

Inoltre, sempre all'istante di inizializzazione, vengono supposte posizione e velocità nulle.

Contemporaneamente, si inizializza la matrice di covarianza delle stime di stato.

Segue quindi il ciclo di predizione e correzione, che utilizza le misure del giroscopio e dell'accelerometro dell'IMU per prevedere l'evoluzione dello stato del sistema, aggiornando continuamente le stime di posizione, velocità e orientamento.

La fase di aggiornamento avviene ad intervalli regolari, dove i dati del GPS correggono le stime di stato. L'EKF confronta le misure previste con quelle osservate, calcolando una correzione basata sulla differenza tra le due (calcolando così un residuo). Le matrici di osservazione e di covarianza delle misure sono cruciali in questa fase. Il guadagno di Kalman K bilancia le informazioni dei sensori inerziali e del GPS, ottenendo una stima di stato ottimale che incorpora le migliori caratteristiche di entrambi i sensori.

3. Stima dell'orientamento:

Inoltre, durante ogni passo, vengono calcolati e memorizzati rollio, beccheggio e imbardata. Le accelerazioni nel sistema NED vengono aggiornate usando l'EKF per migliorare la stima della traiettoria del

sistema. L'EKF mantiene una rappresentazione accurata delle incertezze delle stime di stato tramite le matrici di covarianza, aggiornate continuamente durante le fasi di predizione e aggiornamento.

In sintesi, lo script esegue la fusione dei dati di navigazione GPS e INS utilizzando un filtro di Kalman esteso per migliorare la precisione della stima della posizione e dell'orientamento di un veicolo o di un oggetto in movimento. Le figure generate forniscono una valutazione visiva delle prestazioni del sistema di navigazione.

6.4 Allestimento sperimentale

Si è deciso di confrontare le varie traiettorie ottenute usando solo i dati di posizione forniti da satelliti GPS, da una IMU e dalla fusione dei due sensori. Questo è possibile grazie all'uso dello strumento Pixhawk.

Un Pixhawk è un tipo di autopilota molto utilizzato in applicazioni di droni e veicoli autonomi. Utilizza tecniche di , appunto, fusione di sensori per combinare dati provenienti da vari sensori e fornire informazioni precise e affidabili sullo stato del veicolo. I principali dati che un Pixhawk può fornire tramite la fusione di sensori:

1. Posizione:

Utilizzando GPS e IMU (Unità di Misura Inerziale), il Pixhawk può determinare la posizione precisa del veicolo in coordinate globali (latitudine, longitudine e altitudine).

2. Velocità:

Il Pixhawk può calcolare la velocità del veicolo in tutte e tre le direzioni (x, y, z) utilizzando dati GPS, accelerometri e giroscopi.

3. Orientamento:

Fornisce dati di assetto, ovvero rollio (roll), beccheggio (pitch) e imbardata (yaw), combinando informazioni da giroscopi, accelerometri e magnetometri.

4. Accelerazioni:

Misura le accelerazioni in tutte e tre le direzioni utilizzando accelerometri, che possono essere utili per il controllo del veicolo e per l'analisi delle dinamiche di volo.

5. Tassi di Rotazione:

Determina i tassi di rotazione attorno agli assi del veicolo (rappresentati come p, q, r) utilizzando i giroscopi.

6.5 Risultati Ottenuti

I risultati ottenuti sono visualizzabili osservando le figure ottenute con le relative descrizioni.



Figura 6.1: Confronto delle varie traiettorie ottenute usando diverse tecniche per il tracciamento della posizione.

Le traiettorie stimate dall'algoritmo di sensor fusion mostrano un miglioramento significativo rispetto a quelle ottenute usando solo i dati GPS o IMU [fig. 6.1]. La traiettoria risultante dalla fusione dei dati è più liscia e segue più accuratamente il percorso reale, dimostrando la capacità dell'EKF di ridurre gli errori di stima e migliorare la robustezza del sistema.

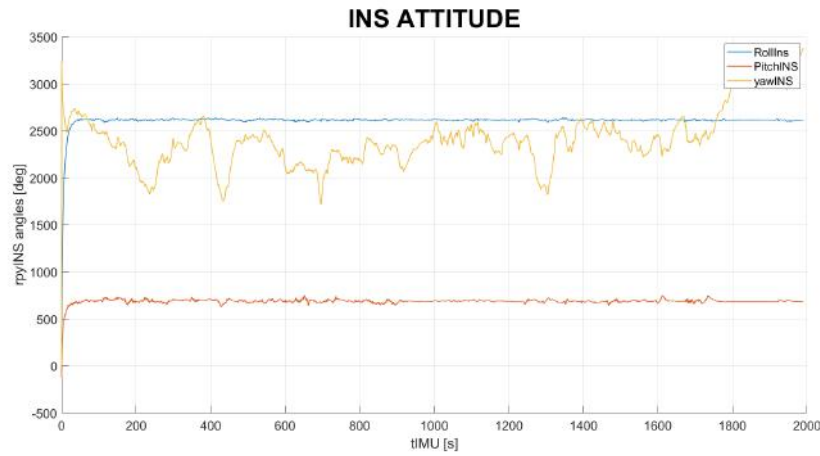


Figura 6.2: Angoli di rollio, beccheggio e imbardata grezzi.

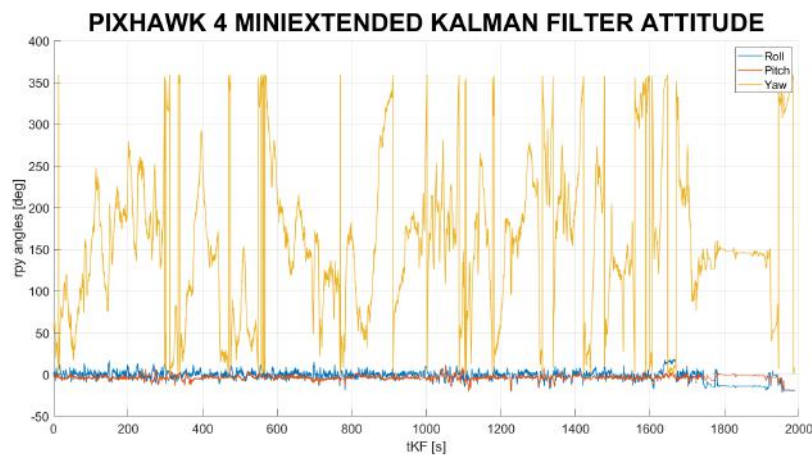


Figura 6.3: Angoli di rollio, beccheggio e imbardata, filtrati dal EKF dentro la IMU.

I grafici degli angoli di rollio, beccheggio e imbardata mostrano come le stime dell'EKF mantengano stabilità e accuratezza nel tempo, riducendo il rumore e gli errori presenti nei dati grezzi dell'IMU. In particolare, l'angolo di *yaw* mostra una minore deriva rispetto ai dati grezzi.

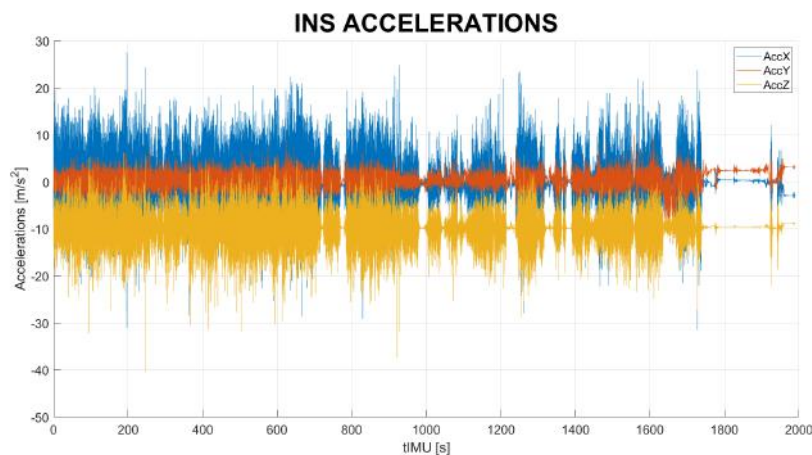


Figura 6.4: Accelerazioni registrate dalla IMU.

L'analisi delle accelerazioni stimate evidenzia come l'EKF filtri efficacemente il rumore, fornendo stime accurate delle accelerazioni del sistema. Questo è cruciale per applicazioni di navigazione autonoma e robotica, dove stime accurate delle accelerazioni sono fondamentali per il controllo del movimento.

Normalmente, l'accelerazione del corpo dell'INS è molto inferiore a $1g$, rendendo la propagazione degli errori di orientamento la principale fonte di errore nel tracciamento della posizione. Ad esempio, un errore di inclinazione di 0.05° può risultare in un errore di posizione di 7.7 metri dopo 30 secondi, a causa della gravità non sottratta correttamente.

6.6 Conclusioni

L'implementazione dell'algoritmo di sensor fusion basato sull'EKF ha dimostrato l'efficacia di questa metodologia nell'integrare dati da sensori diversi, migliorando significativamente le stime di posizione e orientamento. L'accuratezza e la robustezza delle stime ottenute rendono questo approccio ideale per applicazioni in vari campi tecnologici, inclusa la navigazione autonoma, la robotica e i sistemi di guida assistita. Le prospettive future includono l'implementazione di modelli dinamici più sofisticati, l'integrazione di dati da diverse costellazioni satellitari e l'ottimizzazione dell'algoritmo.

6.7 Bibliografia

[1] - Sebastiano Chiodini, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

[2] - Sarunic, P. W., *Development of GPS receiver Kalman Filter algorithms for stationary, low-dynamics, and high-dynamics applications*, Defence Science and Technology Group Edinburgh, Australia, 2016.

Settima Esperienza di Laboratorio

7.1 Abstract

In questa esperienza di laboratorio è stato sviluppato un codice MATLAB in grado di ricostruire le traiettorie orbitali delle missioni satellitari ICESat e CHAMP. L'obiettivo principale è simulare accuratamente i percorsi di questi satelliti utilizzando i dati storici di posizione e velocità. Le traiettorie ricostruite verranno quindi analizzate per determinare gli elementi orbitali classici, fornendo informazioni sulle caratteristiche delle loro orbite.

7.2 Introduzione

L'analisi delle traiettorie orbitali dei satelliti è fondamentale per la comprensione delle dinamiche del volo spaziale e per la gestione efficace delle missioni satellitari. In questo contesto, la ricostruzione delle traiettorie orbitali delle missioni ICESat (Ice, Cloud, and land Elevation Satellite) e CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) rappresenta un esercizio significativo per applicare e approfondire concetti sia di meccanica orbitale che di utilizzo della costellazione GPS per il tracciamento della posizione.

ICESat, lanciato nel 2003, è stato progettato per misurare le variazioni nell'elevazione della superficie terrestre, con particolare attenzione ai cambiamenti climatici e alla dinamica delle calotte polari. CHAMP, lanciato nel 2000, ha avuto come obiettivo principale lo studio del campo gravitazionale terrestre, della magnetosfera e dell'atmosfera superiore. Entrambe le missioni hanno fornito dati preziosi per la comunità scientifica e rappresentano casi di studio ideali per l'analisi delle traiettorie orbitali.

Il processo di ricostruzione della traiettoria verrà effettuato seguendo il metodo dei minimi quadrati ricorsivo ad ogni istante di osservazione, analogamente a quanto fatto nelle esperienze precedenti. Successivamente, saranno sfruttate le soluzioni ad alcuni classici problemi astrodinamici per determinare gli elementi orbitali classici delle traiettorie ricostruite, fornendo una descrizione completa delle caratteristiche delle orbite delle missioni ICESat e CHAMP.

7.3 Metodologia di Analisi

Come già anticipato la prima parte dell'esperienza consisteva nella determinazione della traiettoria a partire dalle informazioni contenute nei file di osservazione e di navigazione. Per fare tracciare la posizione ad ogni istante temporale è quindi stato riadattato lo script relativo all'esperienza 3 sulla base dei dati a nostra disposizione. Si è deciso pertanto di non ripetere inutilmente la logica che abbiamo seguito per l'implementazione del metodo dei minimi quadrati ricorsivo.

L'output consisteva quindi nelle posizioni ECEF di ICESat, poi trasformate in coordinate geodetiche per ottenere un chiaro riscontro in termini di altitudine. Tali posizioni sono state ottenute con intervalli di 10 secondi per tutta la durata del giorno di riferimento, così da avere un elevato numero di dati disponibili per il calcolo dei parametri orbitali.

I sei classici elementi orbitali, che definiscono univocamente l'orbita, possono essere ottenuti facilmente se è noto il vettore di stato in un determinato istante, pertanto il passo successivo è stato quello di ricavare le tre componenti della velocità da associare alle posizioni note. Per risolvere questo problema è stata considerato il teorema di Lambert. Il teorema di Lambert afferma che il tempo di volo tra due punti lungo un'orbita dipende unicamente dalla lunghezza della corda che congiunge i due punti, dalla somma delle distanze di questi punti dal fuoco comune, e dal semiasse maggiore dell'orbita. Dati due punti nello spazio, quindi, il tempo necessario per viaggiare tra di essi lungo un'orbita è determinato dalla distanza tra

questi punti, dalla forma dell'orbita (descritta dal semiasse maggiore) e dalle distanze dei punti dal fuoco dell'orbita.

Ciò consente quindi, note due posizioni e il tempo di volo che intercorre fra di esse, di determinare le velocità di tali punti, costituendo quindi i vettori di stato. Questa procedura è stata eseguita per ogni misura di posizione con l'ausilio della MATLAB `function` `lamert_gedeon.m` fornitaci. In particolare sono state considerate ogni volta due posizioni consecutive, pertanto il tempo di volo che intercorreva era pari al tempo tra due istanti di osservazione consecutivi.

Si precisa che per risolvere il problema di Lambert le posizioni del satellite sono state prima convertite dal sistema di riferimento ECEF al sistema di riferimento ECI, considerato l'opportuno tempo in formato UTC.

A questo punto lo script dava come input alla `function` `eci2orb1.m` il vettore di stato per ottenere in output i sei parametri kepleriani: semiasse maggiore a , eccentricità e , inclinazione i , argomento di perigeo ω , ascensione retta del nodo ascendente Ω e anomalia vera θ .

Per ciascun elemento è stato poi calcolato il valor medio ed è stato visualizzata l'orbita ottenuta.

7.4 Allestimento Sperimentale

Per questa esperienza sono stati forniti i file di navigazione e di osservazione esclusivamente per la missione ICESat, relativi al giorno: 30/09/2007, mentre i file riguardanti le osservazioni del satellite CHAMP sono stati scaricati dagli archivi della NASA. Essendo entrambe le missioni già concluse oltre dieci anni fa, le informazioni relative ad esse sono note e ciò ha potuto aiutarci a ricavare alcuni elementi orbitali da usare come riferimento per i risultati:

- Altitudine: ICESat 600 km , CHAMP: 454 km
- Inclinazione: ICESat 97 deg, CHAMP 87.3 deg
- Periodo orbitale: ICESat 97 minuti , CHAMP 93.55 minuti.

7.5 Risultati ottenuti

Classici elementi orbitali relativi alla missione ICESat ottenuti:

- Semiasse maggiore: $a = 7040,7057 \text{ km}$ e dunque periodo orbitale pari a $T = 97,9705 \text{ min}$;
- Eccentricità: $e = 0,0096$;
- Inclinazione: $i = 95,6668^\circ$;
- Argomento di perigeo: $\omega = 173,6719^\circ$;
- Ascensione retta del nodo ascendente: $\Omega = 178,5658^\circ$;
- Anomalia vera: $\vartheta = 187,2149^\circ$;

Di seguito di mostra la traiettoria ottenuta con `satelliteScenario`:

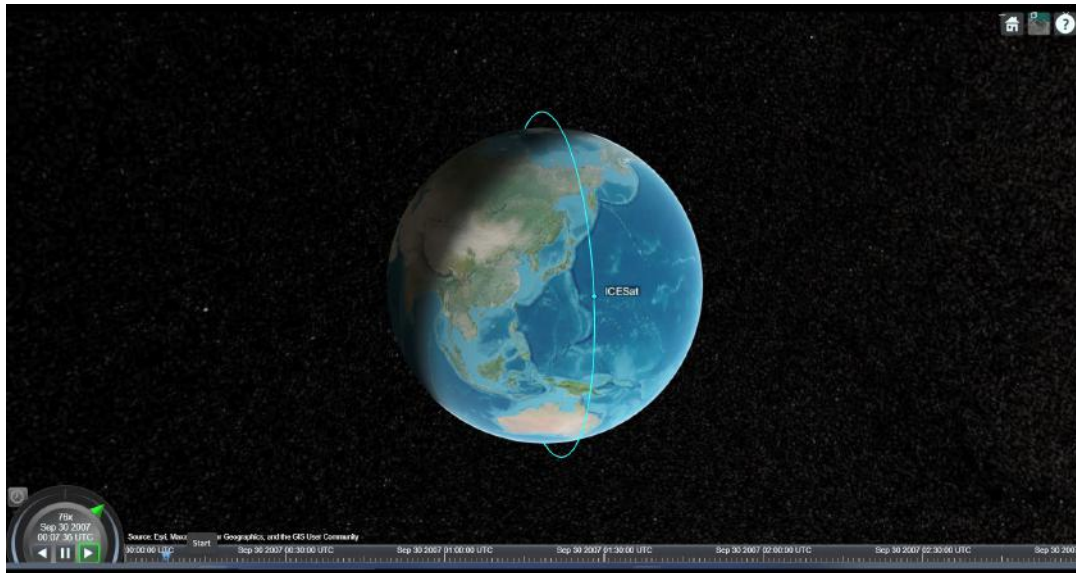


Figura 7.1: *Visualizzazione tridimensionale dell'orbita del satellite ICESat.*

7.6 Conclusioni

Dall'esperienza si ha tratto la seguente conclusione: la traiettoria è stata fedelmente ricostruita. Ciò si è notato subito quando si sono calcolate le posizioni in coordinate geodetiche, confrontando il valore di altitudine ottenuto con quello atteso. Gli elementi orbitali si avvicinano molto a quelli nominali e la visualizzazione ne è la conferma.

Ottava Esperienza di Laboratorio

8.1 Abstract

L'obiettivo di questa esperienza è di ottenere la posizione del ricevitore usando misure di *pseudorange*, adoperando le informazioni ottenute sia dalle effemeridi trasmesse dai satelliti, sia da quelle ottenute dai prodotti precisi.

8.2 Introduzione

Le sole informazioni contenute nel *Navigation Broadcast Message* non sono sufficienti per determinare accuratamente lo *pseudorange* del ricevitore. Infatti, non contengono informazioni riguardanti le variazioni (soprattutto temporali) che il messaggio trasmesso subisce nell'attraversare l'atmosfera, ma non solo: mancano anche correzioni necessarie per tenere conto di eventuali effetti relativistici e di rotazione della Terra.

Si cerca quindi di descrivere al meglio tutte le interferenze a cui il segnale trasmesso va incontro e di modellarle, al fine di correggerle ed ottenere valori di *pseudorange* il più accurati possibili.

8.3 Metodo di Analisi

Il codice usato per ottenere la posizione finale del ricevitore è `GNSS_SPP_main.m`, nel quale è possibile analizzare solo una costellazione GNSS alla volta, specificando il suo nome all'inizio.

Segue poi la definizioni delle costanti fisiche principali come:

- la velocità della luce, pari a $c = 299792458 m/s$;
- la costante di gravitazione per la Terra, facente riferimento al modello geodetico di riferimento WGS-84, pari a $\mu = 3.986005 \cdot 10^{14} m^3/s^2$;
- il raggio terrestre medio, pari a $R_E = 6'378'137 m$;
- la velocità angolare di rotazione terrestre media, pari a $\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} rad/s$, secondo i modelli usati dalle costellazioni GPS e Galileo;
- la costante di accelerazione gravitazionale terrestre, pari a $g = 9.80665 m/s^2$;
- i *leap seconds* pari a 18 secondi. Prima di esplicitare l'origine di questi, è bene ricordare che esiste una discrepanza registrata tra il tempo scandito dal moto della Terra rispetto al Sole, noto come *Universal Time* (UT), e quello scandito da un sistema di orologi atomici, gestiti da il *Bureau International de l'Heure* (BIH) e noto come *International Atomic Time* (TAI). Siccome la rotazione della Terra non è costante, il tempo scandito dal sistema UT non è uniforme e accumula un *drift* rispetto al tempo registrato dal sistema TAI. Tuttavia, si definisce lo *Corrdinated Universal Time* (UTC), che è un compromesso tra il tempo registrato dal sistema TAI e dal sistema UT. Lo UTC segue il tempo scandito dal sistema TAI, a cui viene "sottratto" periodicamente un certo numero di secondi, detti appunto *leap seconds*, in modo che il tempo registrato abbia una discrepanza al massimo di 0,9 secondi rispetto a quello segnato dal sistema UT [fig. 3.1].

I sistemi GNSS adoperano un sistema di orologi atomici per scandire il tempo, sia a bordo dei satelliti ma anche nel segmento di terra, definendo il tempo di missione noto rispettivamente per la costellazione

statunitense e per quella europea come *GPS Time* (GPST) e *Galileo Standard Time* (GST). Il punto di inizio di questi sistemi di tempo è rispettivamente il 6 Gennaio 1980 a 00:00UTC e il 22 Agosto 1999 a 00:00UTC, ma essendo il tempo scandito da orologi atomici, è necessario periodicamente "aggiustare" il tempo registrato dal GPST o dal GST con degli opportuni *leap seconds*. Nel caso in esame, 18 secondi di *leap seconds* erano stati registrati nel 2017. Infine, i satelliti delle costellazioni GNSS trasmettono nel messaggio di navigazione le informazioni necessarie per computare il tempo UTC corrente al momento dell'acquisizione del segnale.

Successivamente, si procede alla lettura dei documenti RINEX ottenuti durante le acquisizioni, tramite la MATLAB function `rinexread.m` del *Navigation Toolbox*.

Più osservazioni sono state eseguite per determinare la posizione di interesse e per ogni osservazione c'erano più satelliti in vista di più costellazioni. La costellazione con cui si esegue la misurazione delle posizioni è stata discriminata a inizio codice e rimane quindi computare lo *pseudorange* di ogni satellite della costellazione scelta. Si determina poi la posizione del ricevitore implementando un metodo dei minimi quadrati, che faccia riferimento ad una posizione iniziale (`RecPos0`) previamente consegnata (il documento di riferimento dipende dalla acquisizione fatta e ha estensione *.sbp.obs*), espressa nel sistema di riferimento ECEF. Nel caso in esame avrà forma:

$$\text{RecPos0} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \bigg|_{ECEF} \quad [m] \quad (8.1)$$

Si procede quindi nel caricare le soluzioni fiduciarie di posizione, acquisite il 29 Maggio 2024, elaborando i dati dal documento relativo con estensione *.mat*. Queste posizioni fiduciarie sono poi riportate in sovrapposizione su un'immagine satellitare del luogo di interesse e non più espresse in coordinate ECEF, ma in coordinate geografiche: questo è possibile tramite l'uso del codice RTKLIB. Per passare da un sistema di coordinate all'altro, si usa la MATLAB function `ecef2lla`.

Si procede quindi ad analizzare i *Navigation Broadcast Messages* per ogni satellite in vista della costellazione considerata e successivamente si implementa un metodo dei minimi quadrati per la determinazione della posizione del ricevitore, a partire dalle misure di *pseudorange* ottenute dalle acquisizioni dei messaggi di navigazione trasmessi, racchiuse nei relativi documenti con estensione *.sbp.nav*. Quest'ultima parte è implementata nella specifica MATLAB function `GNSS_fix_ti.m`, che presenta anche tutti gli accorgimenti necessari per modellare la misurazione di pseudo-range p_r^S , affinché sia il meno affetta da errori.

Le posizioni così ottenute dall'acquisizione dei messaggi trasmessi di navigazione vengono poste in sovrapposizione sulla mappa geografica del luogo dove è stata compiuta la misurazione e confrontate con le posizioni fiduciarie.

8.3.1 Correzioni alla misura di *pseudorange* tramite la function `GNSS_fix_ti.m`

La misurazione di pseudo-range accorpa una serie di fattori, dove [fig. 3.2]:

$$p_r^S = \rho_r^S + c(dt_r - dt^S) + T_r^S + I_r^S + K_r - K^S + e_r^S \quad (8.2)$$

- $\rho_r^S = \|\underline{r}^S - \underline{r}_r\|_2$ è la norma euclidea, ovvero la distanza, tra il satellite e il ricevitore;
- $c(dt_r - dt^S)$ è l'errore di sincronizzazione tra gli orologi del satellite e del ricevitore;
- T_r^S è il contributo di errore dato dall'attraversamento della troposfera;
- I_r^S è il contributo di errore dato dall'attraversamento della ionosfera;
- K^S e K_r sono gli errori strumentali commessi rispettivamente dal satellite e dal ricevitore;
- e_r^S è il contributo di errori di natura stocastica.

Nella function `GNSS_fix_ti.m` si modellano e si correggono solo i contributi dovuti alla presenza della ionosfera, ad errori di sincronizzazione degli orologi, alla precisione delle coordinate dei satelliti e alla presenza della troposfera.

Nel dettaglio:

- Modello correttivo dello *pseudorange* a causa dell'interazione con la ionosfera:

La ionosfera è un mezzo dispersivo per segnali modulati con portanti a radiofrequenze tipiche dei segnali GNSS come L1 e L2. Per compensare gli errori dovuti ai ritardi ionosferici nella propagazione del segnale, si possono combinare le misure di *pseudorange* nel caso in cui si disponga di ricevitori a doppi-frequenza, come quello in analisi. Lo *pseudorange* al netto dei ritardi ionosferici $p_{iono-free}$ si computa come combinazione lineare dei *pseudorange* misurati con il segnale di ciascuna singola portante (p_{L1} e p_{L2}):

$$p_{iono-free} = a_1 \cdot p_{L1} + a_2 \cdot p_{L2} \quad (8.3)$$

dove gli p_{L1} e p_{L2} sono ottenuti dalla lettura dei documenti di osservazione (estensione *.sbp.obs*) e i coefficienti lineari sono funzioni delle frequenze delle portanti stesse (che sono parametri caratteristici di ogni costellazione):

$$a_1 = \frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \quad , \quad a_2 = 1 - a_1 \quad (8.4)$$

- Modello correttivo del tempo registrato a causa dell'errore di sincronizzazione degli orologi:

L'errore di sincronizzazione che si commette nella scala di tempo nel sistema satellite-ricevitore è composto da due contributi:

1. Errore di sincronizzazione dell'orologio del ricevitore dt_r , che viene stimato nel computo delle coordinate del ricevitore stesso;
2. Errore di sincronizzazione dell'orologio di bordo del satellite dt^S , che subisce delle modifiche a causa di:
 - (a) *drift* e *bias* commessi nella misurazione del tempo dagli orologi atomici di bordo, accorpati nel termine (\tilde{dt}^S). Questo termine è computabile tramite un polinomio di secondo grado, i cui coefficienti a_i ($i = 0, 1, 2$) sono trasmessi nel messaggio di navigazione:

$$\tilde{dt}^S = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 \quad (8.5)$$

dove Δt è la differenza di tempo tra il momento di acquisizione del messaggio di navigazione e di trasmissione del messaggio stesso.

- (b) effetti relativistici dovuti alla variazione dell'eccentricità orbitale, accorpati nel termine dt_{rel}^S . Questo contributo è stimato come:

$$dt_{rel}^S = -2 \frac{\sqrt{\mu a}}{c^2} e \sin E \quad (8.6)$$

dove a ed e sono rispettivamente il semiasse maggiore e l'eccentricità dell'orbita al tempo di emissione del messaggio di navigazione e le informazioni relative ai due parametri sono estratti dal messaggio di navigazione stesso; E è l'anomalia eccentrica dell'orbita, sempre al momento dell'emissione del messaggio di navigazione, calcolata con l'equazione di Keplero.

- Modello correttivo per le coordinate dei satelliti a causa della rotazione terrestre:

Le *broadcast ephemeris* impiegano un certo tempo per raggiungere il ricevitore, il cosiddetto "tempo di volo" (in inglese, *time of flight*). Dunque, il tempo di emissione dal satellite e di ricezione al ricevitore del messaggio di navigazione non è lo stesso. Durante il tempo di volo del segnale, il ricevitore si è spostato poichè ruota insieme alla Terra [fig. 3.3]. Si rivela necessario quindi considerare la rotazione terrestre durante il tempo di volo e computare così le coordinate del satellite non al tempo di emissione del segnale di navigazione, bensì al tempo di acquisizione del segnale stesso al ricevitore.

Questo è possibile esprimendo le coordinate del satellite in un sistema ECEF ruotato di un angolo pari all'angolo di rotazione terrestre durante il tempo di volo del segnale, attorno all'asse Z:

$$\underline{r}^S|_{time\ of\ reception} = [R_3(\omega_E \Delta t)] \cdot \tilde{\underline{r}}^S|_{time\ of\ transmission} \quad (8.7)$$

- Modello correttivo del *pseudorange* dovuto all'interazione con la troposfera:

Essendo la troposfera un mezzo non dispersivo per i radiosegnali in frequenze tipiche dei sistemi GNSS, l'errore troposferico non può essere eliminato con un misure a doppia frequenza, come per la correzione di errori ionosferici. Si rende necessario quindi implementare modelli che stimino il meglio possibile il contributo degli errori troposferici.

In questo studio si è implementato il modello di Saastamoinen, che fa riferimento ad un modello semplificato dell'atmosfera. In questo modello in funzione della:

1. lunghezza d'onda λ del segnale GPS espresso in metri: $\lambda = 0,077m$;
2. temperatura T registrata il giorno dell'acquisizione in Kelvin: $T = 290,15K$;
3. pressione atmosferica P registrata il giorno dell'acquisizione in milliBar: $P = 1017mBar$;
4. pressione parziale e del vapore acqueo nella troposfera in millibar: $e = 6,11mBar$.
5. altezza h del ricevitore in metri.

Il contributo del errore troposferico in metri si computa quindi come:

$$Trop_{correction} = \left[\frac{2,277 \cdot P}{T} \cdot \left(1 + \frac{1'255}{T} + \frac{0,05}{h} \right) \cdot \frac{1 - e}{P} \right] \cdot \lambda \quad [m] \quad (8.8)$$

Dopo aver modellato tutti gli errori commessi nella misurazione dello *pseudorange* per ogni satellite della costellazione considerata, si implementa un metodo dei minimi quadrati per la stima della posizione del ricevitore per ogni osservazione effettuata, con rispettiva analisi di covarianza. La posizione del ricevitore è espressa così in un sistema di riferimento ECEF, ma con le opportune trasformazioni di coordinate, si possono esprimere in un sistema di riferimento geodetico o ENU. In modo analogo, le matrici di covarianza devono essere moltiplicate per lo Jacobiano e il suo trasposto necessario per effettuare il cambio di sistema di riferimento.

La matrice di covarianza ottenuta è una matrice 4x4. Nel caso di una soluzione espressa in un sistema di riferimento ENU, i primi tre elementi della diagonale sono i quadrati delle varianze delle misurazioni di posizione nelle direzioni del sistema di riferimento ENU e il quarto elemento della diagonale è il quadrato della varianza della misurazione sul *clock offset*.

Le incertezze su questi quattro parametri che definiscono la posizione finale stimata del ricevitore si ottengono riscalando i quadrati delle varianze per un opportuno fattore di copertura: essendo un caso tridimensionale, affinché si abbia un livello di confidenza del 99,5% è necessario porre un fattore di copertura di 3,7.

Ottenute le incertezze per ogni parametro, è possibile computare vari parametri di *Dilution Of Precision*, come:

- *Vertical Dilution Of Precision* = VDOP = σ_u ;
- *Horizontal Dilution Of Precision* = HDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}$;
- *Position Dilution Of Precision* = PDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_u^2}$;
- *Time Dilution Of Precision* = TDOP = σ_τ ;
- *Geometric Dilution Of Precision* = GDOP = $\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2 + \sigma_u^2 + \sigma_\tau^2}$;

8.4 Allestimento Sperimentale

L'allestimento sperimentale è composto da:

- Un ricevitore GNSS professionale della *Swift Navigation*, modello "Piksi Multi GNSS Module", che acquisisce dati in multi-frequenza, da più costellazioni GNSS.;
- Una "Swift Console" per la registrazione dei dati raccolti e la loro visualizzazione;
- Un modulo per la conversione dei file da formato binario SBP (*Swif Binary Protocol*) a RINEX;

- Un computer con installato MATLAB (R2022b o versioni successive), con annesso *Navigation Toolbox*.

Si sceglie anche una località all'aperto, il più distante da sorgenti di *multipath* possibili, al fine di acquisire i dati. Nel caso di studio si è scelto Parco d'Europa, anche noto come Parco della Musica, della città di Padova.

I dati possono essere acquisiti staticamente, ma anche in maniera dinamica, spostandosi a passo d'uomo. Si è quindi effettuata una acquisizione statica in un luogo del Parco Europa il più all'aperto possibile, evitando la prossimità con palazzi e strutture, al fine di mitigare gli errori di *multipath*. In un secondo momento, si è effettuata una acquisizione dinamica, seguendo il percorso pedonale del parco, compiendo un percorso chiuso.

8.5 Risultati

I risultati dipendono se l'acquisizione è stata fatta in modo statico o dinamico e nell'analisi dei risultati si differenziano i due casi. Inoltre, la costellazione scelta per le analisi è quella statunitense GPS.

8.5.1 Acquisizione statica

I risultati ottenuti dall'acquisizione statica sono esplicate al meglio dai seguenti grafici e mappature [fig. 8.1, 8.2, 8.3, 8.4].



Figura 8.1: Vista satellitare del Parco d'Europa, Padova.

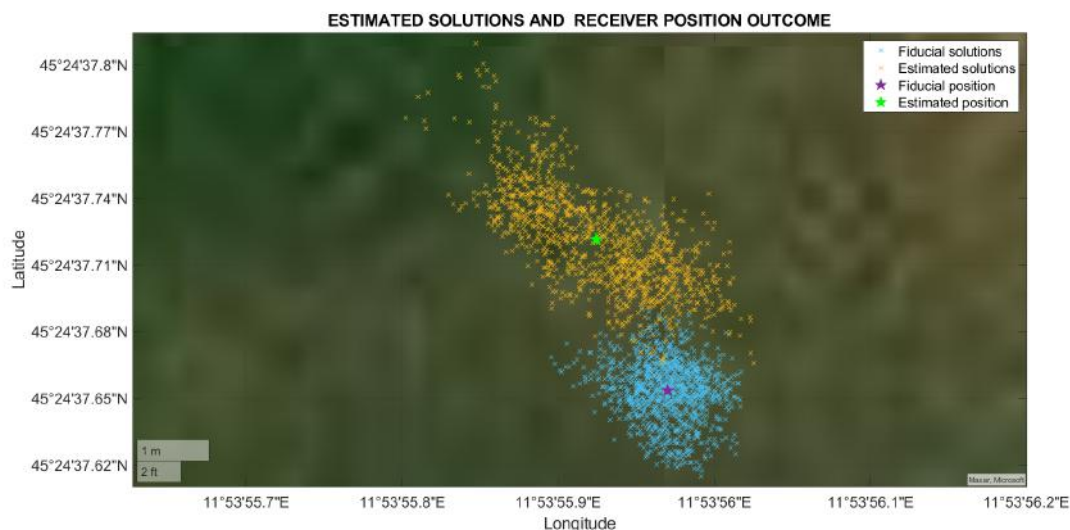


Figura 8.2: Particolare sulle posizioni fiduciarie (blu) e stimate (gialle).

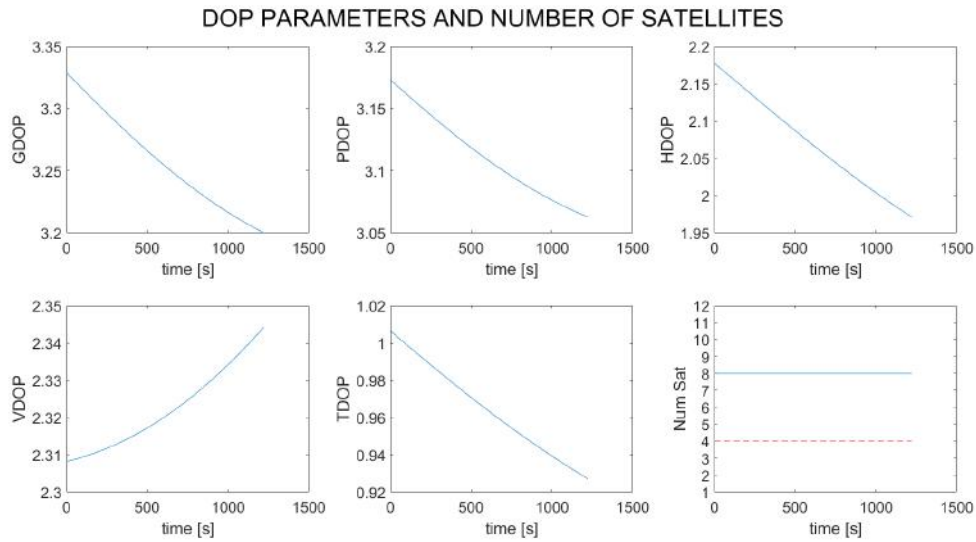


Figura 8.3: Particolare sulle posizioni fiduciarie (blu) e stimate (gialle).



Figura 8.4: Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione statica di partenza.

In particolare, sono riportati anche la disposizione dell'ellisse di incertezza [fig. 8.5] e le relative incertezze (in termini di deviazione standard) lungo le direzioni principali della terna di riferimento ENU [fig. 8.6].

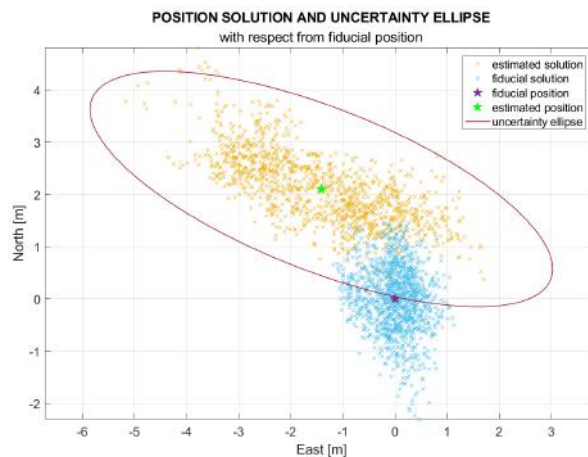


Figura 8.5: Ellisse di incertezza sulle misurazioni dell'acquisizione statica.

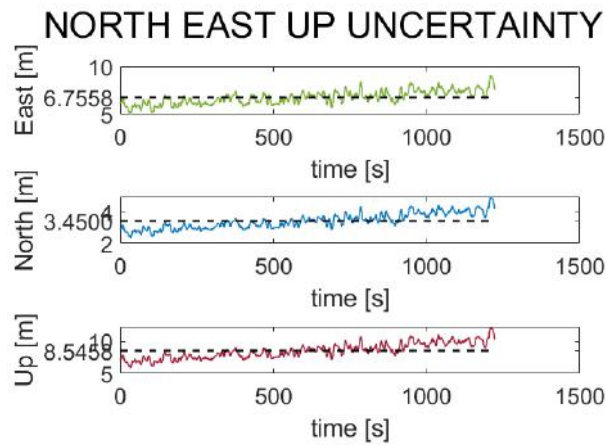


Figura 8.6: *Variazione delle incertezze sulle misure lungo gli assi principali della terna ENU per l'acquisizione statica.*

8.5.2 Acquisizione dinamica

I risultati ottenuti dalla acquisizioni dinamica sono esplicate al meglio dai seguenti grafici e mappature [fig. 8.7, 8.8, 8.9].



Figura 8.7: *Visualizzazione delle posizioni stimate (blu) e posizioni fiduciarie dinamiche (gialle).*

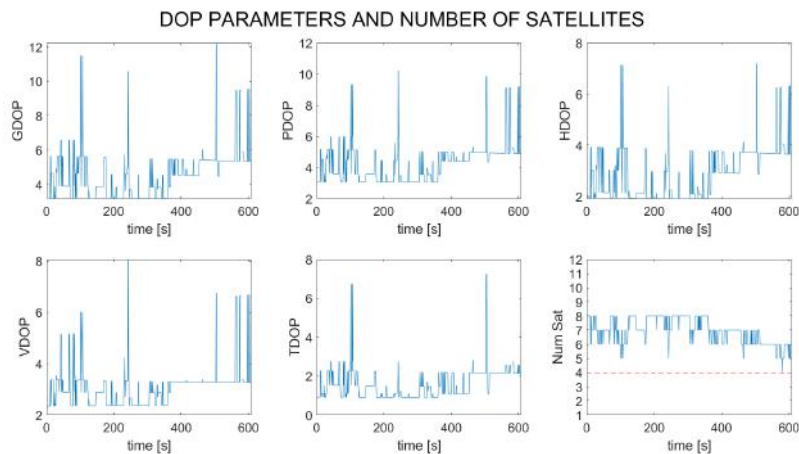


Figura 8.8: *Variazione delle varie formulazioni per il DOP lungo il tempo di acquisizione per il caso dinamico.*



Figura 8.9: *Skyplot dei satelliti GPS in vista al momento dell'acquisizione dinamica.*

8.6 Conclusioni

Si osserva come le soluzioni di posizione ottenute dai dati acquisiti si scostano dalle soluzioni fiduciarie di posizione dell'ordine del metro e dei suoi sottomultipli, come ci si può attendere dalla bontà del ricevitore adottato e dal modello delle correzioni usate nel computo dei *pseudorange*.

Si osserva nel dettaglio [tab. 8.1] come l'assenza di una singola correzione vari l'accuratezza della posizione stimata del ricevitore lungo il percorso dell'acquisizione dinamica, ma questo si può osservare analogamente anche per il caso dell'acquisizione statica:

Errore non corretto	Errore lungo la direzione Nord [m]	Errore lungo la direzione Est [m]
Errore di sincronizzazione degli orologi a bordo dei satelliti	+100'000	-31'428
Errore di mancata considerazione dei <i>leap seconds</i>	-10'000	+11'000
Errore sulla posizione dei satelliti	-40	+41,88
Errore di Segnac	-0,25	+23
Errore relativistico	+0,92	+9,21
Errore ionosferico	+0,93	+0,39
Errore troposferico	-0,74	-1,67
ERRORE FINALE COMMESO	-0,63	-1,59

Tabella 8.1: *Contributo dei singoli errori nel computo dello pseudorange per la stima della posizione finale del ricevitore nel caso dell'acquisizione dinamica.*

In appendice si trovano le immagini [cfr. Appendice, par. 9.3] di come la posizione finale del ricevitore stimata si scosti dalla posizione fiduciaria in funzione della correzione o meno di un singolo errore nel computo dello *pseudorange* del ricevitore dal satellite della costellazione GPS.

Si pone ora particolare attenzione ai vari valori di DOP rilevati dalle acquisizioni:

- Acquisizione statica di partenza:

Si osserva come la variazione dei vari valori di DOP lungo il tempo di acquisizione non sia frastagliata, bensì composta da una linea continua. Questo è dovuto al fatto che il numero dei satelliti in vista sia stato costante per tutto il tempo dell'acquisizione, pari a 8. Si osserva come tutti i vari valori di DOP diminuiscano nel tempo, mentre il valore VDOP aumenti nel tempo, anche se di poco: questo è dovuto al fatto che la maggior parte dei satelliti in vista avesse un moto che puntava sullo Zenith dell'osservatore locale, come si osserva nel *Skyplot* per i satelliti numero 8, 10, 21 e 27.

- Acquisizione dinamica:

Si nota come il profilo dei vari valori del DOP sono molto frastagliati, in quanto si osservano numerose variazioni di satelliti in vista da cui si acquisisce il segnale, che varia da un minimo di 4 satelliti ad un massimo di 8.

Si vede come in corrispondenza di un abbassamento del numero di satelliti in vista da cui si acquisisce il segnale, si riscontra un aumento di tutti i vari valori di DOP.

Si evince da questa esperienza l'importanza di modellare correttamente gli errori che incorrono all'atto del computo del *pseudorange* e di compiere acquisizioni possibilmente in spazi aperti, lontani da palazzi o sorgenti di *multipath*, in momenti in cui si abbia la massima dispersione dei satelliti in vista.

Si evince da questa esperienza l'importanza di modellare correttamente gli errori che incorrono all'atto del computo del *pseudorange* e di compiere acquisizioni possibilmente in spazi aperti, lontani da palazzi o sorgenti di *multipath*, in momenti in cui si abbia il numero massimo di satelliti in vista e che la dispersione nella volta celeste sia massima.

8.7 Bibliografia

[1] - Andrea Valmorbida, PhD, *Appunti del Corso di "Satellite Navigation"*, Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Ingegneria Industriale (dii), 2024.

[2] - A. Martellucci and R. Prieto Cerdeira, *Review of tropospheric, ionospheric and multipath data and models for Global Navigation Satellite Systems*, 3rd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP) in 2009, Berlin (Germany).

APPENDICE

9.1 Appendice della Terza Esperienza di Laboratorio

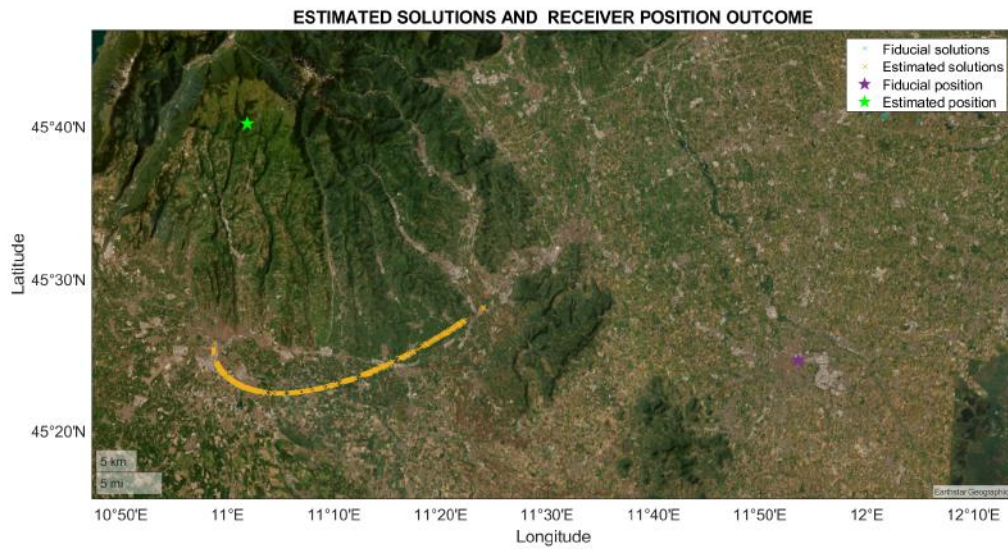


Figura 9.1: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando il clock offset degli orologi a bordo dei satelliti della costellazione GPS.*

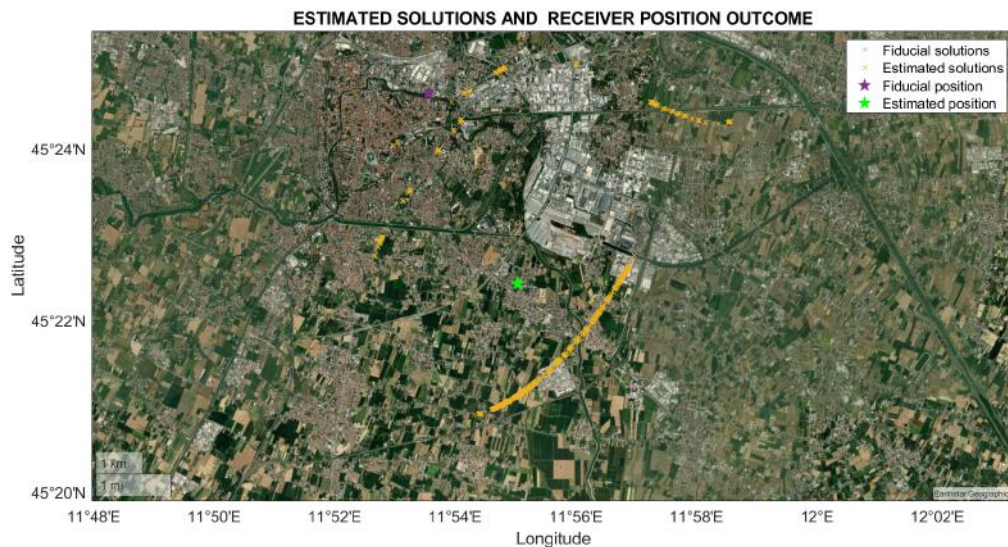


Figura 9.2: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'esistenza dei leap seconds.*

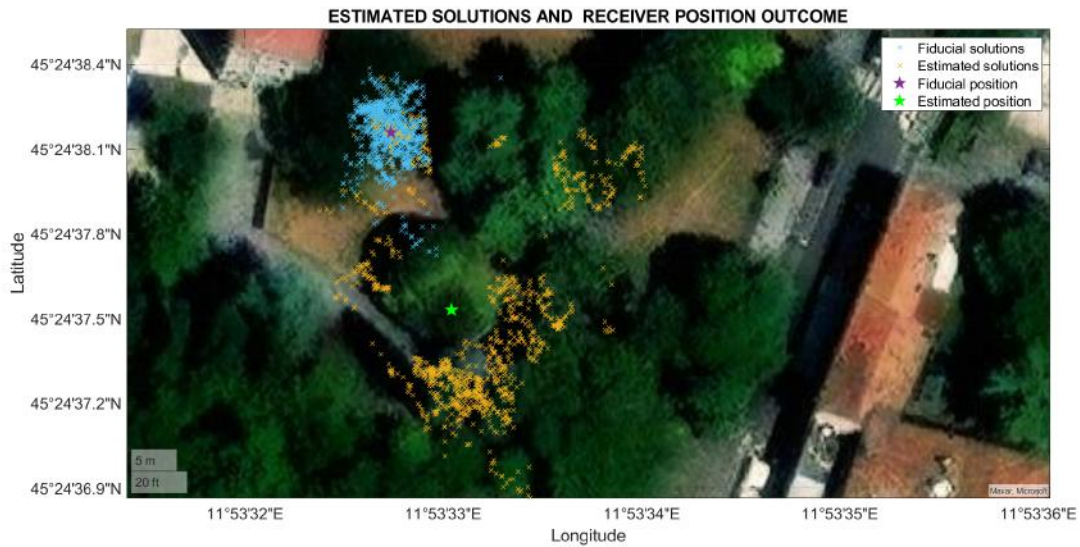


Figura 9.3: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio considerando la posizione dei satelliti al momento di ricezione del segnale, e non al momento di emissione del segnale stesso.*

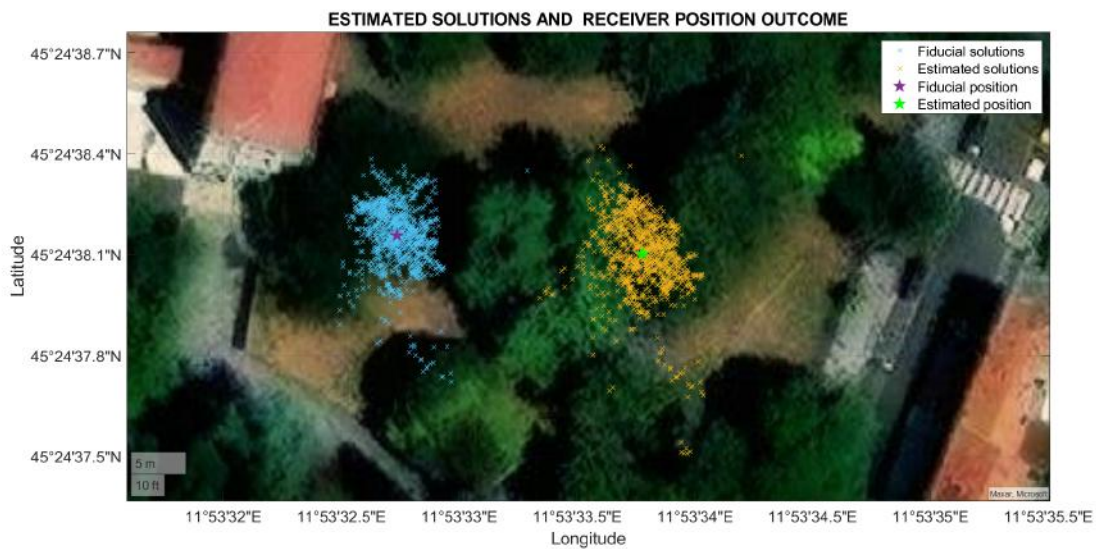


Figura 9.4: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto Segnac, ovvero non tenendo in considerazione la rotazione della Terra.*

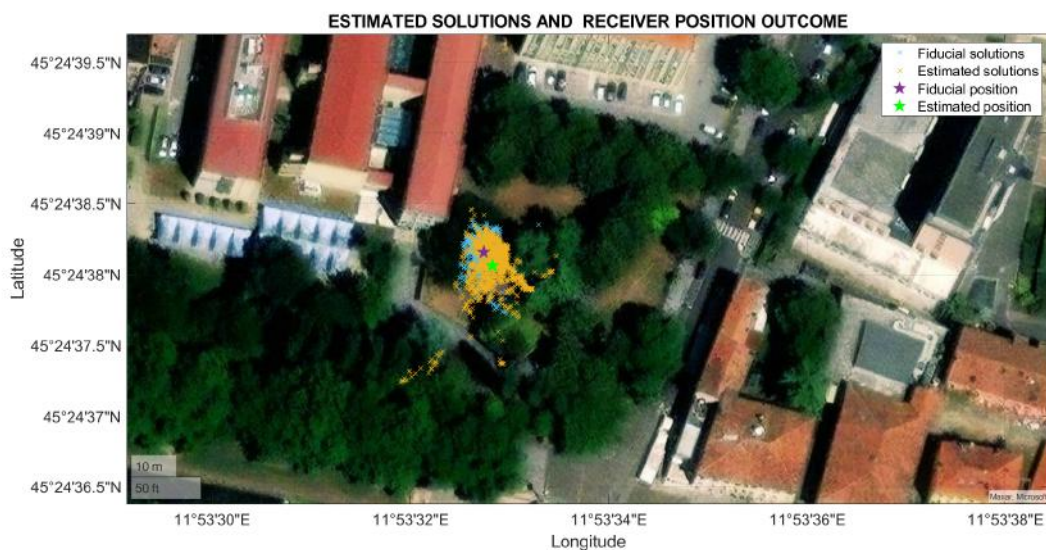


Figura 9.5: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto relativistico nella cadenza del tempo a bordo degli orologi dei satelliti.*

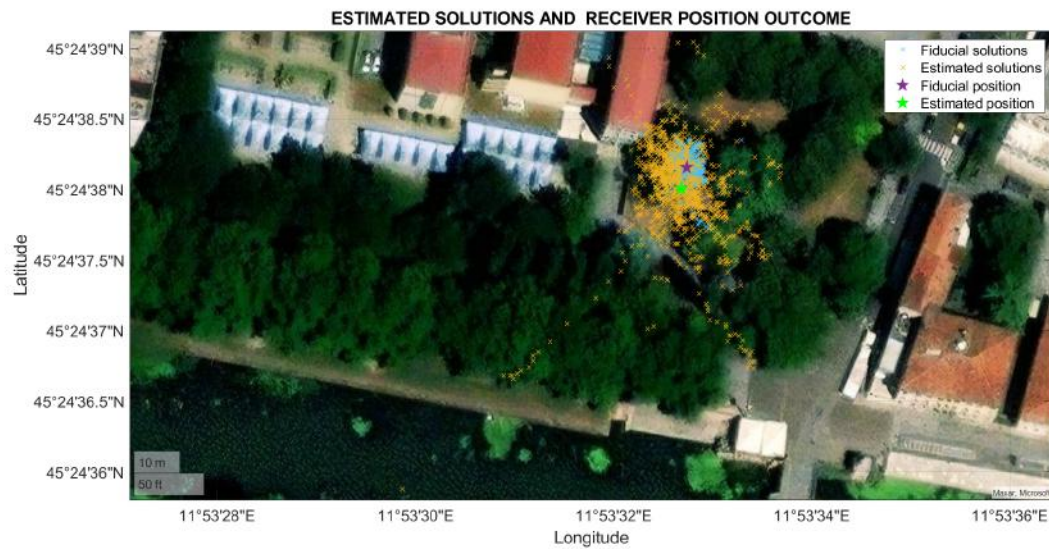


Figura 9.6: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della ionosfera.*

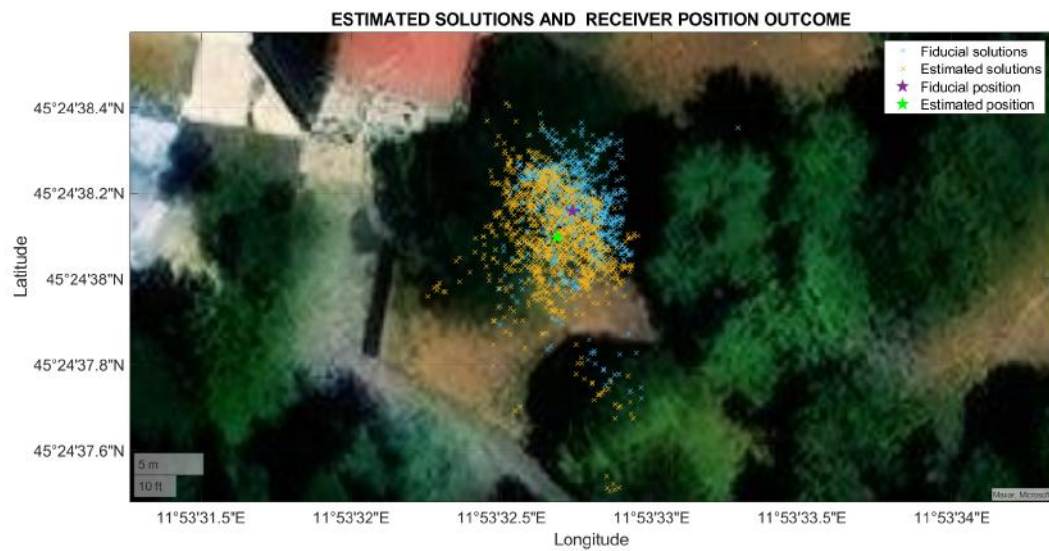


Figura 9.7: *Errore commesso nella stima della posizione di partenza della terza esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della troposfera.*

9.2 Appendice della Quarta Esperienza di Laboratorio

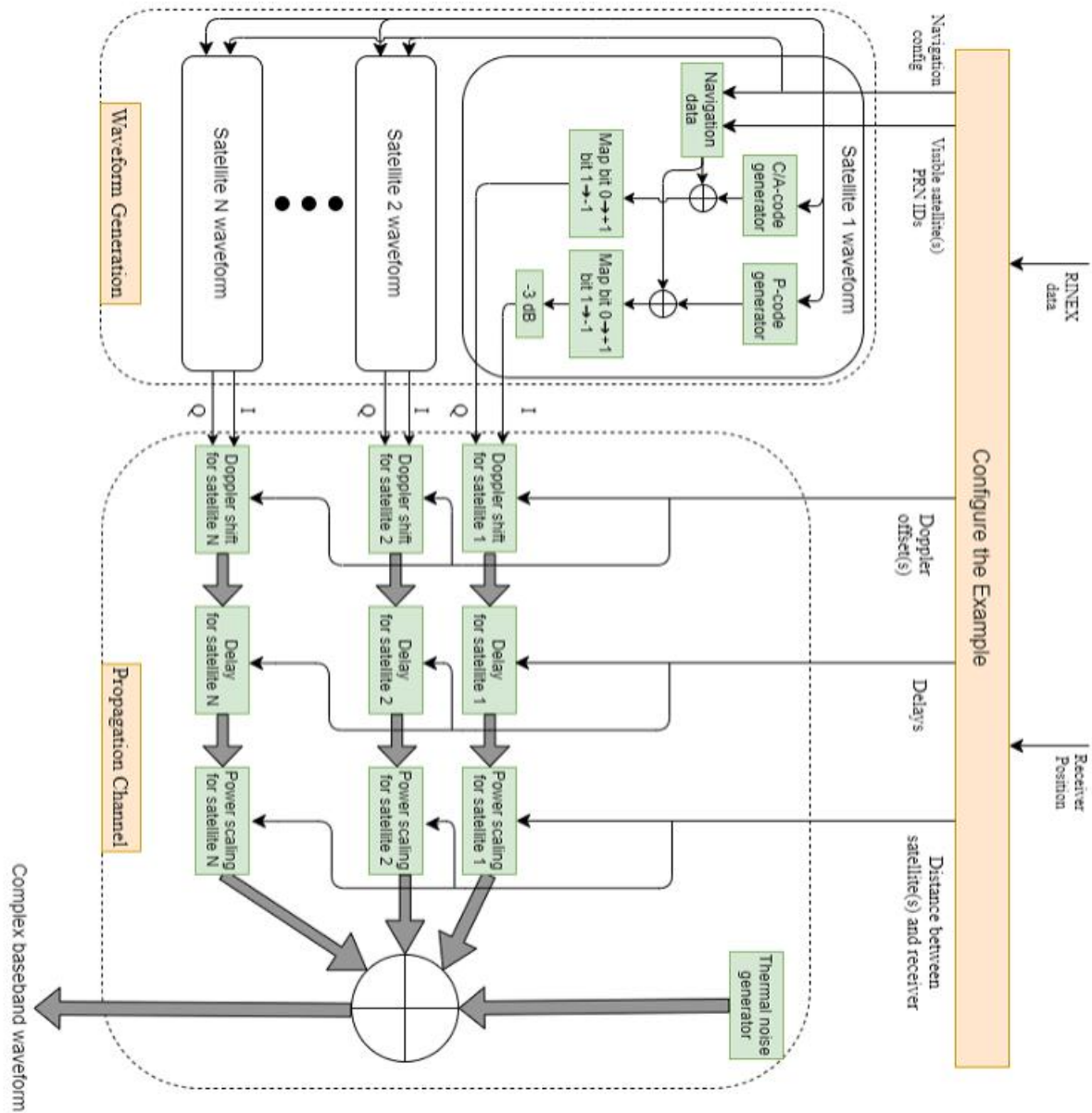


Figura 9.8: Schema logico per la generazione del segnale in acquisizione in quadratura complessa.

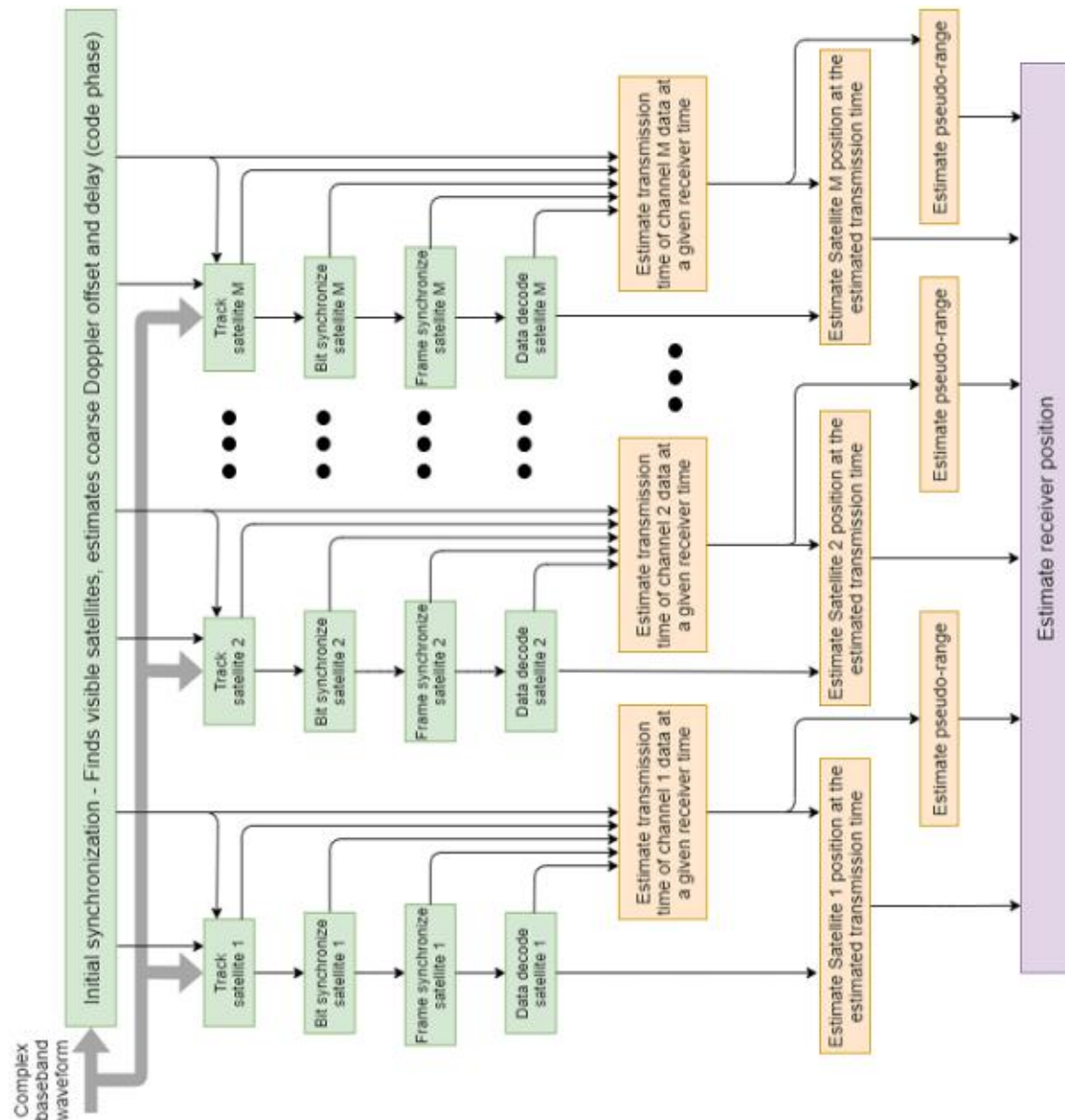


Figura 9.9: Schema logico del funzionamento del canale di propagazione, con relativi processi di tracciamento del segnale in ricezione.

9.3 Appendice dell'Ottava Esperienza di Laboratorio

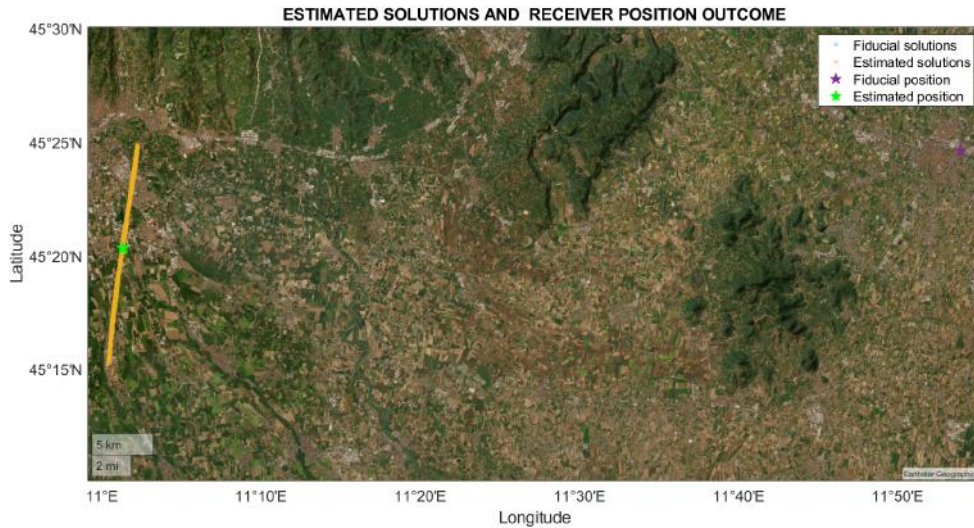


Figura 9.10: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando il clock offset degli orologi a bordo dei satelliti della costellazione GPS.*

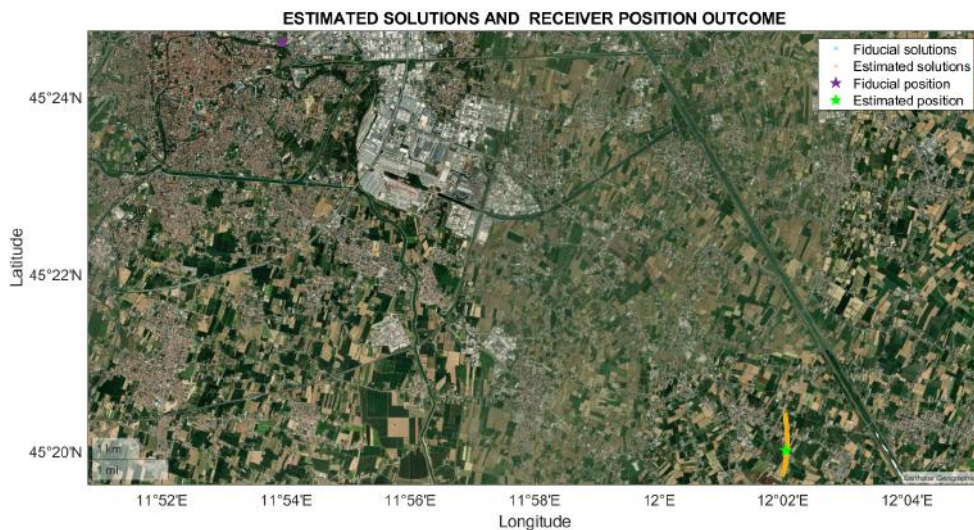


Figura 9.11: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'esistenza dei leap seconds.*



Figura 9.12: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio considerando la posizione dei satelliti al momento di ricezione del segnale, e non al momento di emissione del segnale stesso.*



Figura 9.13: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto Segnac, ovvero non tenendo in considerazione la rotazione della Terra.*

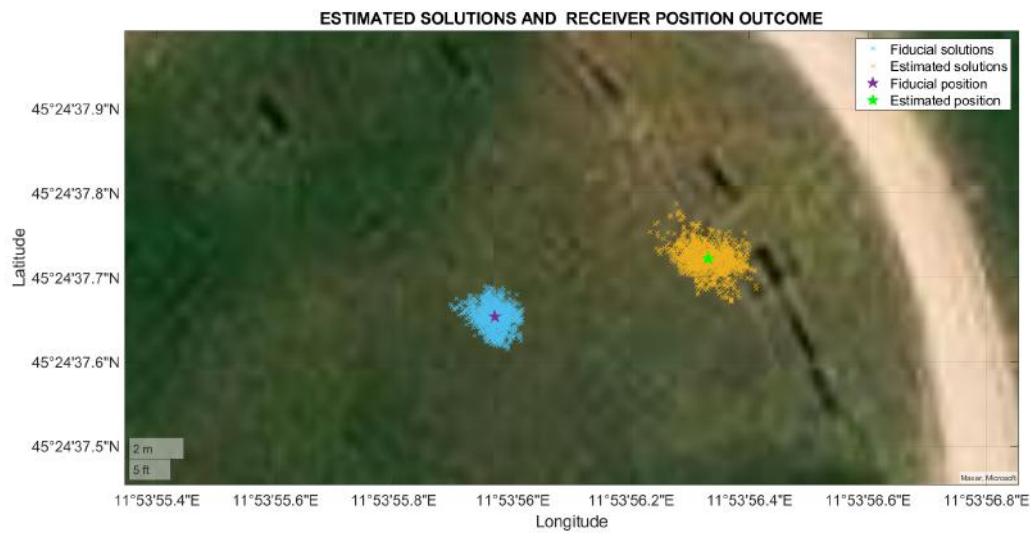


Figura 9.14: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto relativistico nella cadenza del tempo a bordo degli orologi dei satelliti.*

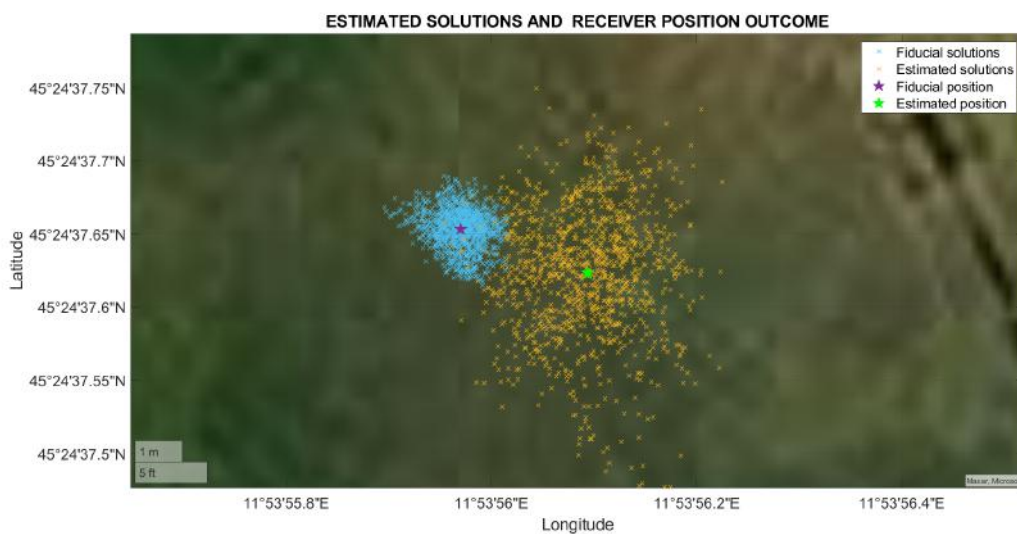


Figura 9.15: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della ionosfera.*

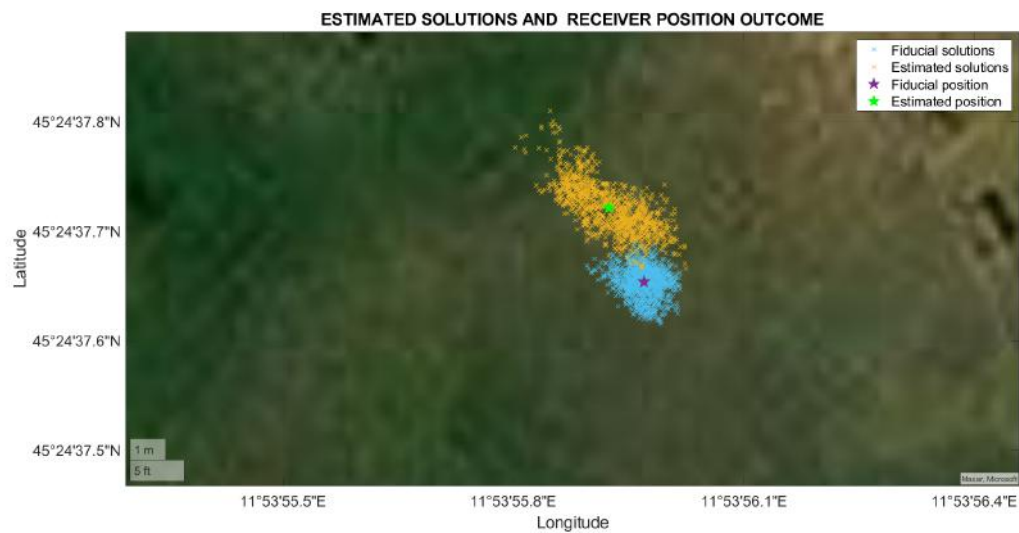


Figura 9.16: *Errore commesso nella stima delle posizioni acquisite nel caso dinamico dell'ottava esperienza di laboratorio non considerando l'effetto della troposfera.*