

Esercitazione N.2: Circuito RC - Filtri Passivi.

Gruppo AC

Federico Belliardo, Francesco Mazzoncini, Giulia Franchi

October 9, 2016

1 Scopo e strumentazione

Misurare la frequenza di un filtro passa-basso e studiare la variazione della risposta del filtro in funzione del carico applicato a valle. In seguito studiare la l'attenuazione di un filtro passa-banda.

2 Filtro passa-basso

Progettazione filtro Si vogliono trovare i valori dei componenti resistivo e capacitivo del filtro perchè trasmetta un segnale sinusoidale di frequenza $2kHz$ e attenui il rumore a $20kHz$.

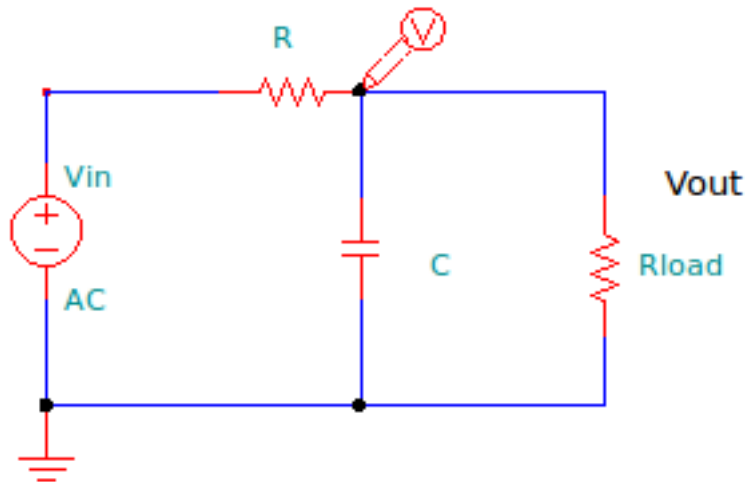


Figure 1: Schema del circuito passa-basso

Risolvendo il circuito e chiamando r la resistenza di carico e R la resistenza del passabasso si ottiene la seguente relazione per il modulo dell'attenuazione: $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + (\frac{f}{f_0})^2}}$. Dove f_0 è la frequenza di taglio del filtro. Definite $f_2 = 20kHz$ e $f_1 = 2kHz$ le frequenze del rumore e del segnale e $x = \frac{R}{r}$ otteniamo come rapporto di attenuazione: $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{f_0^2(1+x)^2 + f_2^2}{f_0^2(1+x)^2 + f_1^2}}$

Selezionando una resistenza $R = 1k\Omega$ del filtro molto minore del carico $r = 100k\Omega$ otteniamo $x = 0.01$ cioè un valore per x trascurabile e possiamo scrivere (le unità sono state prese kHz): $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{f_0^2 + 400}{f_0^2 + 4}}$. Con un condensatore $C = 80nF$ si ottiene un rapporto segnale rumore $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| \sim 7$ e una attenuazione del segnale $|A(2kHz)| \sim \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Abbiamo a disposizione un condensatore da $C = \pm nF$, e questo implica avere una resistenza $R = \pm k\Omega$. La frequenza di taglio quindi è $f_0 = \pm kHz$ e da questi valori stimiamo i valori di $|A(2kHz)| = \pm$ e di $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}|$.

Misura frequenza di taglio Si è misurata la frequenza di taglio dall'intersezione delle due rette del fit. Chiamate le rette $y = a_1x + b_1$ e $y = a_2x + b_2$, il loro punto di intersezione è $f_0 = (b_1 - b_2)/(a_1 - a_2)$.

Impedenza del circuito a bassa frequenza L'impedenza di ingresso di un circuito come quello disegnato all'inizio della relazione è $Z_{ingresso} = R + \frac{r}{j\omega Cr + 1}$, dunque a bassa frequenza in condensatore è un aperto dunque l'impedenza di ingresso è $R + r$, mentre ad alta frequenza è un cortocircuito dunque l'impedenza è R . Alla frequenza di taglio abbiamo poi: $Z_{ingresso} = R + \frac{Rr}{jr + R}$. L'effetto della resistenza di carico sul circuito è di diminuirne il guadagno, secondo la formula: $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + (\frac{f}{f_0})^2}}$. Lo scostamento della risposta da quella del filtro ideale è tanto maggiore quanto il carico resistivo è più vicino alla resistenza del filtro.

3 Filtro passa-banda

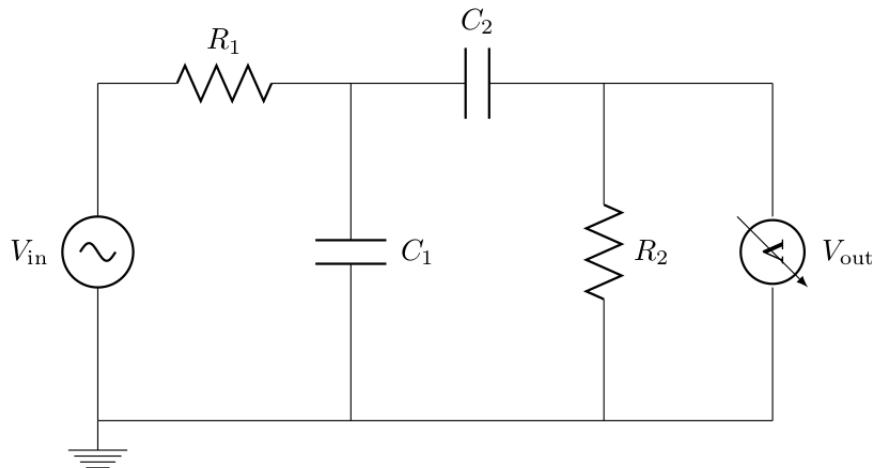


Figure 2: Filtro passa banda

Verifiche sui circuiti passa alto e passa basso

Misure sul filtro passa banda

Spegazioni teoriche La funzione di trasferimento teorica per un circuito passa banda come quelli disegnati sopra è: $V_{out} = A_1 A_2 \frac{Z_{in}^2}{Z_{out}^2 + Z_{in}^2} V_{in}$, dove gli apici si riferiscono a al primo o al secondo circuito in sequenza.

La seguente tabella riassume le impedenze di ingresso e uscita per circuiti passa basso:

| | Passa-basso | Passa-alto |
|----------|---------------------------|---------------------------|
| Ingresso | $R + \frac{1}{j\omega C}$ | $R + \frac{1}{j\omega C}$ |
| Uscita | AR | $j\omega CA$ |

Table 1: Riassunto resistenze di ingresso e di uscita.

Semplificando l'espressione otteniamo: $V_{out} = A_1 A_2 \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} A_1 A_2} V_{in}$. E nel nostro caso (due resistenze uguali) otteniamo: $V_{out} = A_1 A_2 \frac{1}{1 + A_1 A_2} V_{in}$, che è limitato dall'alto da $A_{max} = \frac{1}{2}$. Se chiamiamo ω_1 la frequenza di taglio del circuito passa alto e ω_2 la frequenza di taglio del circuito passa alto e la frequenza del circuito passa basso otteniamo i seguenti limiti per l'attenuazione:

- $\omega \ll \omega_1$ allora $A_1 \sim 1$ dunque $A_{tot} = \frac{A_2}{1 + A_2}$, sviluppando otteniamo $A_{tot} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j \frac{\omega_2}{\omega}}$ dunque il filtro è equivalente a un passa alto con frequenza di taglio $\frac{\omega_2}{2}$.
- $\omega \gg \omega_2$ allora $A_2 \sim 1$ dunque $A_{tot} = \frac{A_1}{1 + A_1}$, sviluppando otteniamo: $A_{tot} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{2\omega_1}}$.

Se vogliamo che $A_{tot} = A_1 A_2$ deve essere $R_1 \ll R_2$ come è evidente.