

Esperienza 2 - Gruppo 10

Ottica 2A e 2B

Loris Bagnasco

Tommaso Pajero

Alessandro Podo

2 marzo 2015

L'esperienza si divide in due parti distinte. Nella prima, si dà una stima della lunghezza d'onda di un laser a diodo sfruttando la diffrazione provocata dall'incidenza del suo fascio sulla scala graduata di un calibro. Nella seconda, si calibra un interferometro Michelson per mezzo di un laser He-Ne e si utilizza lo strumento per misurare la lunghezza d'onda della riga verde del mercurio.

PARTE A - Misura della lunghezza d'onda del laser a diodo

A.1 Descrizione dell'apparato sperimentale

Si è fatto incidere il fascio di un laser a diodo sulla scala graduata millimetrata di un calibro ad angoli prossimi a $\frac{\pi}{2}$ ¹. Si è utilizzato uno specchio di piccole dimensioni per riflettere il laser e rendere più agevole l'allineamento del fascio con il calibro e lo schermo, posto a una distanza di circa 2 m, su cui il fascio diffratto incideva. Per praticità, si è applicato su quest'ultimo un lungo foglio di carta su cui tracciare a matita dei segni in corrispondenza dei massimi di diffrazione, in modo da poter successivamente effettuare le misure delle relative distanze al tavolo, in condizioni più agevoli.

A.2 Misure

Si è misurata la distanza fra il punto di mezzo fra l'immagine diretta e quella riflessa del laser sullo schermo e il punto di incidenza del laser sul calibro con un metro a nastro, stando attenti a non farlo incurvare. A causa dell'angolo utilizzato e della sezione del fascio non trascurabile, il laser illuminava una zona piuttosto lunga dello strumento. Ogni elemento del gruppo ha eseguito una misura indipendente della distanza del massimo di intensità luminosa dallo schermo; infine, si è presa la media aritmetica $D = 214.2 \pm 1.5$ cm. L'incertezza, maggiore della semidispersione delle misure, è la metà della lunghezza della parte intensamente illuminata del calibro².

Si sono segnati a matita sul foglio i punti corrispondenti ai massimi di diffrazione, all'ordine zero del reticolo (riflessione del laser sul calibro) e il punto in cui incideva il laser se non interagiva col calibro. Per i primi ordini di diffrazione si sono eseguite le misure a luce accesa: in questo modo, erano visibili solo le zone in cui la luce incideva con maggiore intensità, ed è stata diminuita l'incertezza dovuta all'altezza non trascurabile dei massimi di diffrazione (per i primi tre ordini, si sono segnati entrambi gli estremi dei massimi e si è assunta come incertezza la semidispersione). Per gli ordini successivi, le misure sono state prese a luce spenta e si sono interrotte quando i massimi iniziavano ad sfocarsi.

I risultati, riferiti al punto in cui il laser incideva se non era diffratto/riflesso dal calibro, sono riportati in tabella 1. L'incertezza sulla quota è il massimo tra la metà dell'altezza dei massimi luminosi e mezza tacca del righello³.

Sullo schermo, il punto alla quota del tavolo è la media aritmetica delle prime due misure $h_0 = 6.15 \pm 0.11$ cm. L'equazione del reticolo sostiene:

$$d(\sin \theta_d - \sin \theta_i) = m\lambda$$

dove d è il passo reticolare, θ_i è l'angolo di incidenza e $\theta_d = \pi/2 - \theta$ con $\tan \theta = (h - h_0)/D$. Si è effettuato un fit lineare tramite il metodo del minimo chi quadro di $\sin \theta_d$ in funzione di $m > 0$ (v. figura 1), ottenendo

¹Se l'incidenza fosse stata fatta ad angoli piccoli, la diffrazione non sarebbe stata apprezzabile, poiché la lunghezza d'onda della luce in considerazione è di 3 ordini inferiore alla risoluzione del calibro.

²L'incertezza dovuta alla vombatura del metro e alla non esatta determinazione dello zero sullo schermo è trascurabile su distanze così lunghe.

³In questo modo si è forse leggermente sottostimata l'incertezza; se si fosse scelta come incertezza una tacca, invece, la si sarebbe leggermente sovrastimata.

Tabella 1: Quote del punto di incidenza diretta (ordine -1), del punto di riflessione (ordine zero) e dei massimi di diffrazione sullo schermo; m è il numero d'ordine.

m	h [cm]	σ_h [cm]
-1	0.00	0.08
0	12.3	0.08
1	15.95	0.08
2	18.60	0.05
3	20.80	0.05
4	22.65	0.05
5	24.40	0.05
6	25.90	0.05
7	27.35	0.05
8	28.70	0.05
9	30.00	0.05
10	31.20	0.05
11	32.40	0.05
12	33.50	0.05
13	34.55	0.05
14	35.60	0.05
15	36.65	0.05
16	37.60	0.05
17	38.55	0.05
18	39.45	0.05
19	40.35	0.05
20	41.25	0.05
21	42.05	0.05
22	42.95	0.05
23	43.75	0.05
24	44.55	0.05

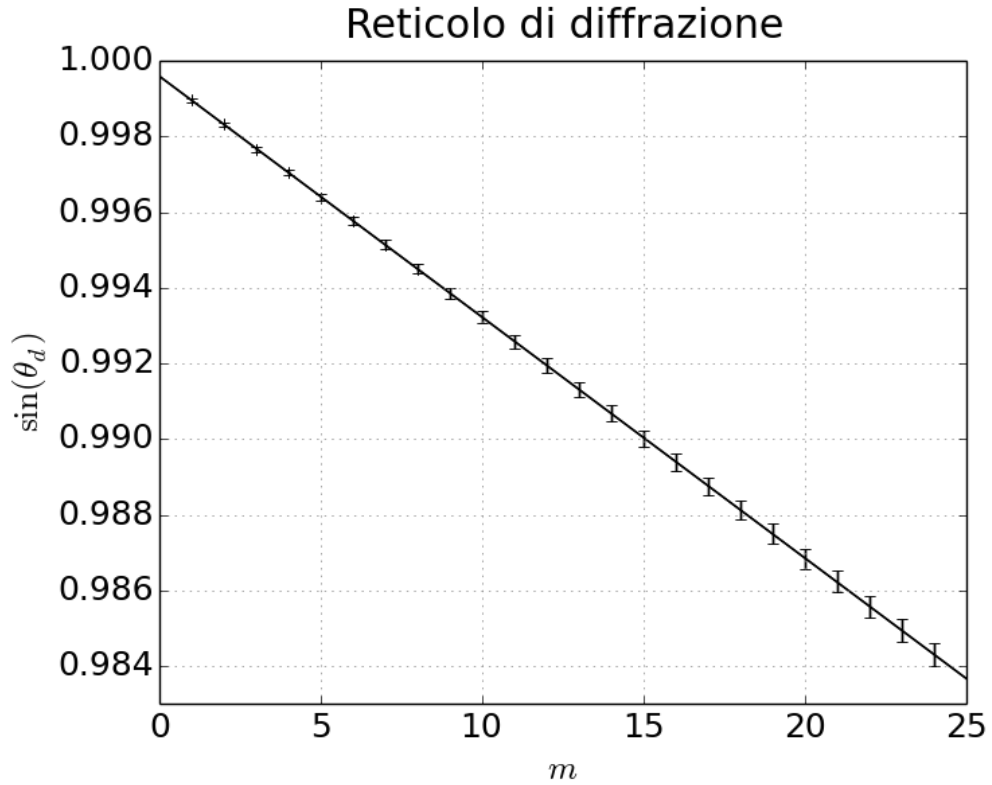


Figura 1: Fit lineare di $\sin \theta_d$ in funzione di $m > 0$ per i dati in tabella 1.

come valore del coefficiente angolare⁴ $\lambda/d = (6.369 \pm 0.003) \cdot 10^{-4}$ ($\chi^2_{rid} = 0.005$). L'incertezza su tale valore è però chiaramente sottostimata a causa del fatto che la stima dell'incertezza sui parametri di fit ottenuta tramite il metodo del minimo chi quadro è ragionevole a patto che le incertezze sui valori iniziali siano di origine stocastica e indipendente l'una dall'altra, mentre nel caso in esame l'incertezza maggiore è quella relativa a D ed è di tipo sistematico. Per questo motivo, si è deciso di prendere come incertezza sul coefficiente angolare la semidispersione dei valori che si ottenevano eseguendo nuovamente il fit, ma utilizzando per D i valori $D \pm \sigma_D$: $\lambda/d = (6.37 \pm 0.08) \cdot 10^{-4}$.

Resta infine da stimare l'incertezza sul passo reticolare. Si è valutato che l'errore sull'incisione della scala graduata del righello fosse dell'ordine della decina di micrometri. Poiché nell'esperimento il laser incideva su numerose tacche, le fluttuazioni statistiche delle loro distanze non producono un effetto complessivo apprezzabile sull'interferenza (si mediano a zero). Errori di tipo sistematico, verosimilmente di entità minore, potrebbero però produrre effetti osservabili; per questo motivo si è stimato $d = 1.000 \pm 0.005$ mm. Utilizzando tale valore si trova:

$$\lambda = 637 \pm 9 \text{ nm}$$

in ottimo accordo col valore dichiarato dal costruttore di 636.3 nm ⁵. L'incertezza su questo valore finale è principalmente dovuta a quella sulla misura di D ; è improbabile che sia sottostimata, a meno di aver sbagliato sostanzialmente la stima dell'incertezza di d .

PARTE B - Misura della lunghezza d'onda della riga verde del mercurio

B.1 Calibrazione dello strumento

Si ha a disposizione un interferometro Michelson già assemblato. Uno dei due bracci è dotato di due viti in grado di modificare l'orientamento dello specchio relativo, permettendo di allineare in maniera fine l'apparato ottico con il fascio di luce incidente. Tramite un'altra vite micrometrica di risoluzione $10 \text{ }\mu\text{m}$ che agisce su una leva meccanica di demoltiplica di fattore g ignoto è invece possibile modificare la lunghezza dell'altro braccio. In seguito si chiama Δl la variazione di lettura osservata sulla vite micrometrica e Δx l'allungamento/accorciamento⁶ relativo del braccio. Dette λ la lunghezza d'onda del laser in considerazione e m il numero di minimi che attraversano un punto definito dello schermo di osservazione al variare della posizione della vite micrometrica, si ha⁷:

$$m\lambda = 2\Delta x = \frac{2\Delta l}{g} \quad (1)$$

Per misurare il fattore di demoltiplica, si è fatto incidere sull'apparato il fascio di un laser He-Ne di lunghezza d'onda nota $\lambda_{He-Ne} = 632.8 \text{ nm}$ ⁸. Prima di tutto, si è allineato tale fascio per mezzo delle viti, in modo che il centro delle frange di interferenza fosse ben visibile sullo schermo posto sul muro a circa un metro di distanza dall'interferometro.

Agendo per prova sulla vite micrometrica, si è notato che se la si ruotava diminuendo la lettura, al momento di lasciarla questa presentava un ritorno non trascurabile. Perciò, in tutte le misure si è ruotata la vite nel senso opposto.

A questo punto, si è passati a prendere le misure vere e proprie. Si è ruotata la vite micrometrica al numero intero più vicino⁹ e si è posta la punta di una penna in corrispondenza di un minimo di interferenza. Si è ruotata la vite micrometrica fino a contare 100 minimi di interferenza (valore esatto) passati sulla punta della penna, e si è preso nota dello spostamento registrato sulla scala graduata. La misura è stata poi ripetuta da un altro membro del gruppo. I risultati sono stati $\Delta l_1 = 168 \pm 3 \text{ }\mu\text{m}$, $\Delta l_2 = 170 \pm 3 \text{ }\mu\text{m}$ ¹⁰. Prendendo come media $\Delta l = 169 \pm 3 \text{ }\mu\text{m}$ e sfruttando l'equazione (1), si è ottenuto il fattore di demoltiplica:

$$g = 5.33 \pm 0.08$$

⁴Il segno è stato scambiato.

⁵Si nota per inciso che l'incertezza su d , propagata su λ , contribuisce alla relativa incertezza per circa un nanometro.

⁶Il segno di Δx non ha importanza ai fini dell'esperimento; si assume dunque convenzionalmente sempre $\Delta x > 0$.

⁷Se la lunghezza del braccio aumenta di Δx , la variazione relativa di cammino ottico è $2\Delta x$.

⁸Il laser, al momento dell'utilizzo, era acceso da circa un'ora, e dunque aveva già avuto modo di termalizzare.

⁹Tale tacca ha costituito lo zero di tutte le misure successive.

¹⁰Dopo aver verificato che la distanza fra i due estremi di un minimo di interferenza corrispondeva a meno di un quarto di tacca sulla scala micrometrica, si è assunto tale valore come incertezza.

B.2 Misura della lunghezza d'onda della riga verde del mercurio

Si è sostituito il laser con una lampada al mercurio, interponendo in ingresso all'interferometro un filtro di selezione delle lunghezze d'onda nel verde, e oscurando parzialmente il fascio con una punta metallica di riferimento per le misure. A causa della minore intensità della luce emessa, si è osservato il fascio uscente a occhio nudo. Dopo aver riallineato lo strumento agendo sulle due viti, in maniera che le frange di interferenza fossero parallele all'asse della punta¹¹, si è attesa una decina di minuti, in modo che la lampada termalizzasse.

Ciò fatto, si sono prese diverse misure dello spostamento relativo a 50 frange di interferenza, ottenendo i valori riportati in tabella 2. L'incertezza su Δl è stata stimata come sopra pari a un quarto di tacca sulla scala del micrometro. L'incertezza piuttosto alta sul numero di frange osservate è dovuta in primo luogo alla difficoltà di muovere omogeneamente la vite del micrometro, e in seconda analisi anche al leggero ritorno di tale vite e al fatto che lo specchio poco pulito rendeva difficile avere una visione chiara della figura di interferenza.

Tabella 2: Numero di frange osservate e relativa lettura della scala del micrometro per la riga verde del mercurio.

m	σ_m	Δl μm	$\sigma_{\Delta l}$ μm
50	5	70	3
50	5	78	3
50	5	73	3
50	3	72	3
50	4	75	3
50	4	70	3
50	3	75	3
50	5	73	3
50	4	70	3

Prendendo la media pesata di $\Delta l/m$ e sfruttando l'equazione (1) si ottiene:

$$\lambda_{Hg} = 546 \pm 18 \text{ nm}$$

in ottimo accordo col valore atteso di 546 nm. La precisione, vicina al 3%, è limitata soprattutto dalla difficoltà del conteggio del numero di frange che scorrono sotto la punta al ruotare della vite micrometrica.

¹¹Infatti, si è verificato che questa configurazione, ottenuta in un punto mediano tra il bordo del fascio e il suo centro, rendeva più agevole la misura del numero di righe osservate, altrimenti resa difficoltosa dal fatto che uno degli specchi semiriflettenti era leggermente sporco.