Esercitazione N.2: Circuito RC - Filtri Passivi.

Gruppo AC
Federico Belliardo, Francesco Mazzoncini, Giulia Franchi

12 ottobre 2016

1 Scopo e strumentazione

Misurare la frequenza di un filtro passa-basso e studiare la variazione della risposta del filtro in funzione del carico applicato a valle. In seguito studiare la l'attenuazione di un filto passa-banda. [*Aggiungere strumentazione*]

2 Filtro passa-basso

Progettazione filtro. Si vogliono trovare i valori dei componenti resistivo e capacitivo del filtro perchè trasmetta un segnale sinusoidale di frequenza $2kHz$ e attenui il rumore a $20kHz$.

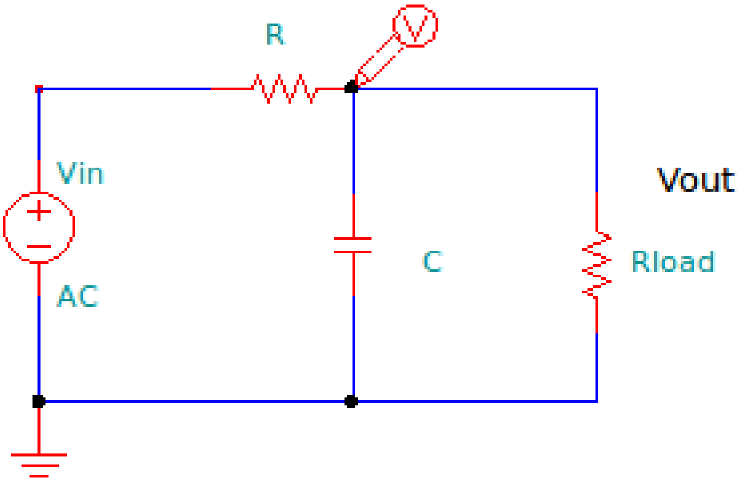

Figura 1: Schema del circuito passa-basso

Risolvendo il circuito e chiamando r la resitenza di carico e R la resistenza del passabasso si ottiene la seguente relazione per il modulo dell'attenuazione:

$|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2+(\frac{f}{f_0})^2}}$. Dove f_0 è la frequenza di taglio del filtro. Definite $f_2 = 20kHz$ e $f_1 = 2kHz$ le frequenze del rumore e del segnale e $x = \frac{R}{r}$ otteniamo come rapporto di attenuazione: $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{{f_0}^2(1+x)^2+{f_2}^2}{{f_0}^2(1+x)^2+{f_1}^2}}$

Selezionando una resistenza $R = 1k\Omega$ del filtro molto minore del carico $r = 100k\Omega$ otteniamo $x = 0.01$ cioè un valore per x trascurabile e possiamo scrivere (le unità sono state prese kHz): $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{{f_0}^2+400}{{f_0}^2+4}}$. Si sceglierà la frequenza di taglio del filtro essere $f_0 = 2kHz$. Con un condensatore $C = 80nF$ si ottiene una rapporto segnale rumore $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| \sim 7$ e una attenuazione del segnale $|A(2kHz)| \sim \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Abbiamo a disposizione un condensatore da $C = \pm nF$, e questo implica avere una resistenza $R = \pm k\Omega$. La frequenza di taglio quindi è $f_0 = \pm kHz$ e da questi valori stimiamo i valori di $|A(2kHz)| = \pm$ e di $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}|$.

Misura frequenza di taglio. Come prima stima della frequenza di taglio abbiamo esplorato le frequenze in cui $V_{out} = \frac{V_{in} \pm \sigma V_{in}}{\sqrt{2}}$ con incertezza la loro semidispersione, ottenendo *****. Abbiamo poi preso varie misure del segnale in uscita con frequenze comprese tra $100Hz$ e $1MHz$. Riportiamo i dati relativi nella **??** farò la tabella

Abbiamo eseguito 3 fit numerici:

1. Abbiamo eseguito un fit numerico con una costante per il range di frequenze in cui il filtro passabasso non attenua il segnale in entrata. La retta come da aspettativa è concorde con $0dB$ ($A = 0.22 \pm 0.1dB$) entro 3σ. come è evidente dal grafico del fit il χ^2risulta essere molto piccolo:$\frac{\chi^2}{ndof} = 0.65$

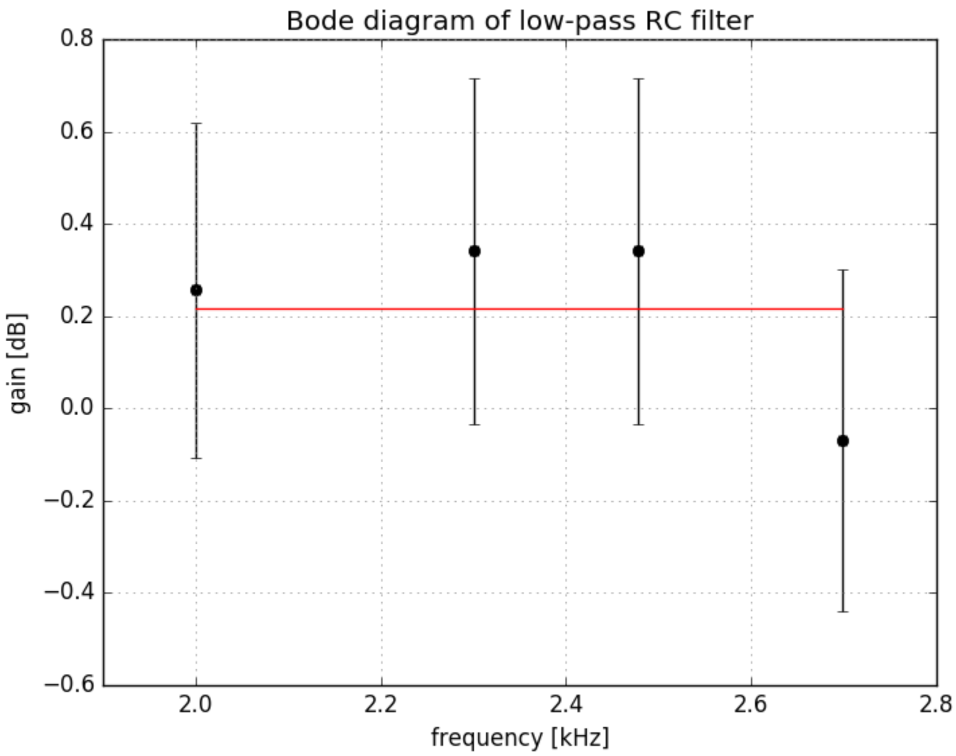

Figura 2: Fit orizzontale

2. fit con una retta a due parametri $y = mx + q$per il range di frequenze in cui il filtro passabasso attenua il segnale in entrata,ottenendo $m = -18.1 \pm 0.3$ con matrice di covarianza

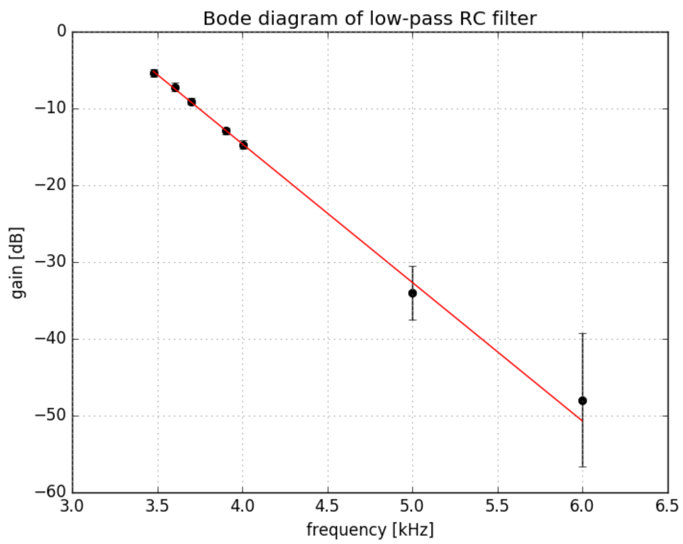

Figura 3: Fit attenuazione

Si è misurata la frequenza di taglio dall'intersezione delle due rette del fit. Chiamate le rette $y = a_1x + b_1$ e $y = a_2x + b_2$, il loro punto di intersezione è $f_0 = \frac{b_1 - b_2}{a_1 - a_2}$. Considerando che $a_1 = 0$ e quindi $f_0 = \frac{b_1 - b_2}{-a_2}$, otteniamo $f_0 =$

3. Abbiamo eseguito un fit numerico su tutti i dati con la funzione di trasferimento $|A(f)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2+(\frac{f}{f_0})^2}}$.

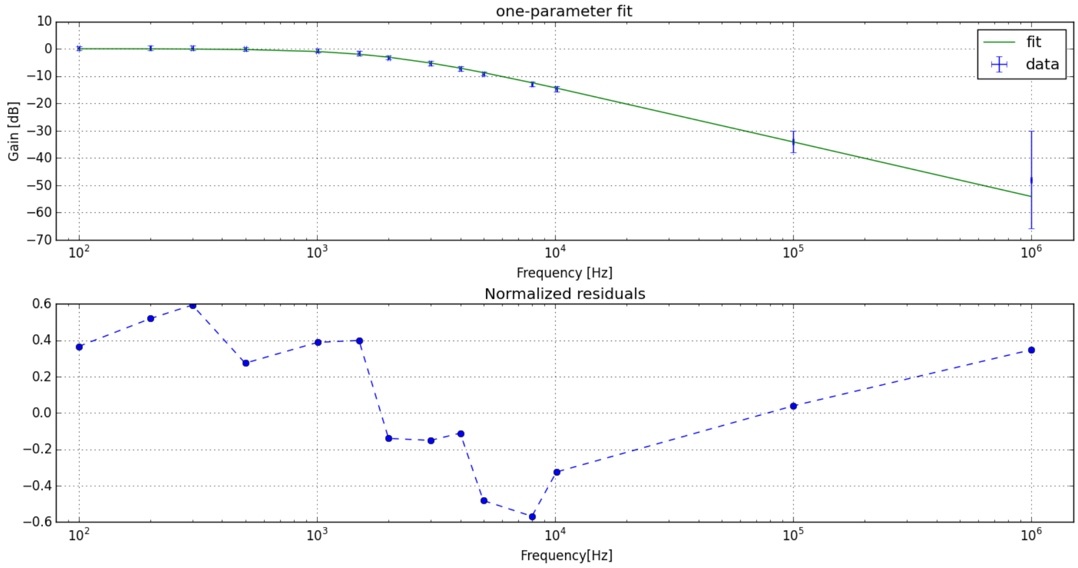

Figura 4: Fit funzione di trasferimento

Impedenza del circuito a bassa frequenza. L'impedenza di ingresso di un circuito come quello disegnatio all'inizio della relazione è $Z_{ingresso} = R + \frac{r}{j\omega Cr+1}$, dunque a bassa frequenza in condensatore è un aperto dunque l'impedenza di ingresso è $R + r$, mentre ad alta frequenza è un cortocircuito dunque l'impendenza è R. Alla frequenza di taglio abbiamo poi: $Z_{ingresso} = R + \frac{Rr}{jr+R}$. L'efetto della resistenza di carico sul circuito è di diminuirne il guadagno, secondo la formula: $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2+(\frac{f}{f_0})^2}}$. Lo scostamento della risposta da quella del filtro ideale è tanto maggiore quanto il carico resistivo è più vicino alla resistenza del filtro.

3 Filtro passa-banda

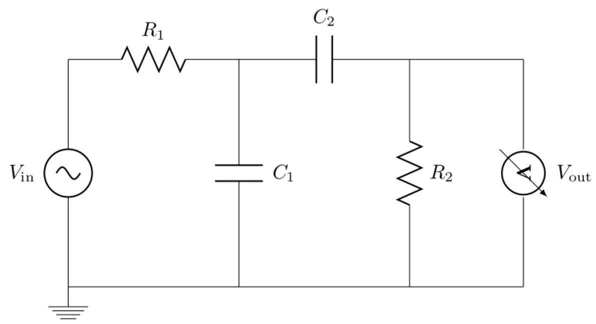

Figura 5: Filtro passa banda

Verifiche sui circuiti passa alto e passa basso.

Misure sul fitro passa banda.

Spegazioni teoriche. La funzione di trasferimento teorica per un circuito passa banda come quelli disegnati sopra è: $V_{out} = A_1 A_2 \frac{Z_{in}^2}{Z_{out}^2+Z_{in}^2} V_{in}$, dove gli apici si riferiscono a al primo o al secondo circuito in sequenza.

La seguente tabella riassume le impedenze di ingresso e sucita per circuiti passa basso:

	Passa-basso	Passa-alto
Ingresso	$R+\frac{1}{j\omega C}$	$R+\frac{1}{j\omega C}$
Uscita	AR	$j\omega CA$

Tabella 1: Riassunto resistenze di ingresso e di uscita.

Semplificando l'espressione otteniamo: $V_{out}=A_1A_2\frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}A_1A_2}V_{in}$. E nel nostro caso (due resistenze uguali otteniamo: $V_{out}=A_1A_2\frac{1}{1+A_1A_2}V_{in}$, che è limitato dall'alto da $A_{max}=\frac{1}{2}$. Se chiamiamo ω_1 la frequenza di taglio del circuito passa alto e ω_2 la frequenza di taglio del circuito passa alto e la frequenza del cicruito passa basso otteniamo i seguenti limiti per l'attenuazione:

- $\omega \ll \omega_1$ allora $A_1 \sim 1$ dunque $A_{tot}=\frac{A_2}{1+A_2}$, sviluppando otteniamo $A_{tot}=\frac{1}{2}\frac{1}{1-j\frac{\frac{\omega_2}{2}}{\omega}}$ dunque il filtro è equivalente a un passa alto con frequenza di tagio $\frac{\omega_2}{2}$.
- $\omega \gg \omega_2$ allora $A_2 \sim 1$ dunque $A_{tot}=\frac{A_1}{1+A_1}$, sviluppando otteniamo: $A_{tot}=\frac{1}{2}\frac{1}{1+j\frac{omega}{2\omega_1}}$.

Se vogliamo che $A_{tot}=A_1A_2$ deve essere $R_1 \ll R_2$ come è evidente.