

# Esercitazione N.2: Circuito RC - Filtri Passivi.

Gruppo AC

Federico Belliardo, Francesco Mazzoncini, Giulia Franchi

October 9, 2016

## 1 Scopo e strumentazione

Misurare la frequenza di un filtro passa-basso e studiare la variazione della risposta del filtro in funzione del carico applicato a valle. In seguito studiare la l'attenuazione di un filto passa-banda.

## 2 Filtro passa-basso

**Progettazione filtro** Si vogliono trovare i valori dei componenti resistivo e capacitivo del filtro perchè trasmetta un segnale sinusoidale di frequenza  $2kHz$  e attenui il rumore a  $20kHz$ .

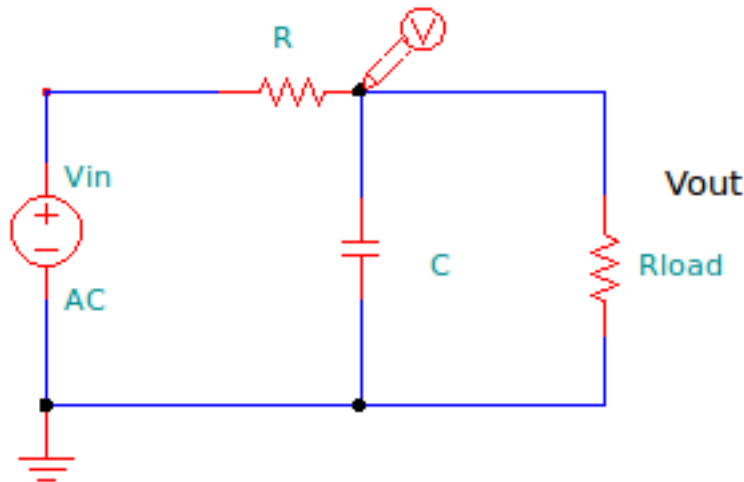


Figure 1: Schema del circuito passa-basso

Risolvendo il circuito e chiamando  $r$  la resitenza di carico e  $R$  la resistenza del passabasso si ottiene la seguente relazione per il modulo dell'attenuazione:  $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + (\frac{f}{f_0})^2}}$ . Dove  $f_0$  è la frequenza di taglio del filtro. Definite  $f_2 = 20kHz$  e  $f_1 = 2kHz$  le freuenze del rumore e del segnale e  $x = \frac{R}{r}$  otteniamo come rapporto di attenuazione:  $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{f_0^2(1+x)^2 + f_2^2}{f_0^2(1+x)^2 + f_1^2}}$

Selezionando una resistenza  $R = 1k\Omega$  del filtro molto minore del carico  $r = 100k\Omega$  otteniamo  $x = 0.01$  cioè un valore per  $x$  trascurabile e possiamo scrivere (le unità sono state prese  $kHz$ ):  $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| = \sqrt{\frac{f_0^2 + 400}{f_0^2 + 4}}$ . Con  $n$  condensatore  $C = 80nF$  si ottiene una rapporto segnale rumore  $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}| \sim 7$  e una attenuazione del segnale  $|A(2kHz)| \sim \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Abbiamo a disposizione un condensatore da  $C = \pm nF$ , e questo implica avere una resistenza  $R = \pm k\Omega$ . La frequenza di taglio quindi è  $f_0 = \pm kHz$  e da questi valori stimiamo i valori di  $|A(2kHz)| = \pm$  e di  $|\frac{A(2kHz)}{A(20kHz)}|$ .

**Misura frequenza di taglio** Si è misurata la frequenza di taglio dall'intersezione delle due rette del fit. Chiamate le rette  $y = a_1x + b_1$  e  $y = a_2x + b_2$ , il loro punto di intersezione è  $f_0 = (b_1 - b_2)/(a_1 - a_2)$ .

**Impedenza del circuito a bassa frequenza** L'impedenza di ingresso di un circuito come quello disegnato all'inizio della relazione è  $Z_{ingresso} = R + \frac{r}{j\omega Cr + 1}$ , dunque a bassa frequenza in condensatore è un aperto dunque l'impedenza di ingresso è  $R + r$ , mentre ad alta frequenza è un cortocircuito dunque l'impedenza è  $R$ . Alla frequenza di taglio abbiamo poi:  $Z_{ingresso} = R + \frac{Rr}{jr + R}$ . L'effetto della resistenza di carico sul circuito è di diminuirne il guadagno, secondo la formula:  $|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + (\frac{f}{f_0})^2}}$ . Lo scostamento della risposta da quella del filtro ideale è tanto maggiore quanto il carico resistivo è più vicino alla resistenza del filtro.

### 3 Filtro passa-banda

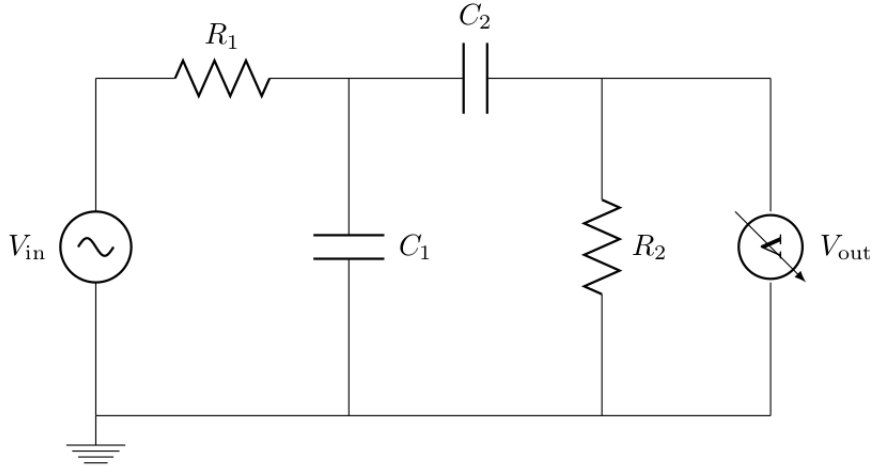


Figure 2: Filtro passa banda

#### Verifiche sui circuiti passa alto e passa basso

#### Misure sul filtro passa banda

**Spegazioni teoriche** La funzione di trasferimento teorica per un circuito passa banda come quelli disegnati sopra è:  $V_{out} = A_1 A_2 \frac{Z_{in}^2}{Z_{out}^2 + Z_{in}^2} V_{in}$ , dove gli apici si riferiscono a al primo o al secondo circuito in sequenza.

La seguente tabella riassume le impedenze di ingresso e uscita per circuiti passa basso:

	Passa-basso	Passa-alto
Ingresso	$R + \frac{1}{j\omega C}$	$R + \frac{1}{j\omega C}$
Uscita	$AR$	$j\omega CA$

Table 1: Riassunto resistenze di ingresso e di uscita.

Semplificando l'espressione otteniamo:  $V_{out} = A_1 A_2 \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} A_1 A_2} V_{in}$ . E nel nostro caso (due resistenze uguali) otteniamo:  $V_{out} = A_1 A_2 \frac{1}{1 + A_1 A_2} V_{in}$ , che è limitato dall'alto da  $A_{max} = \frac{1}{2}$ . Se chiamiamo  $\omega_1$  la frequenza di taglio del circuito passa alto e  $\omega_2$  la frequenza di taglio del circuito passa alto e la frequenza del circuito passa basso otteniamo i seguenti limiti per l'attenuazione:

- $\omega \ll \omega_1$  allora  $A_1 \sim 1$  dunque  $A_{tot} = \frac{A_2}{1 + A_2}$ , sviluppando otteniamo  $A_{tot} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j \frac{\omega_2}{\omega}}$  dunque il filtro è equivalente a un passa alto con frequenza di taglio  $\frac{\omega_2}{2}$ .
- $\omega \gg \omega_2$  allora  $A_2 \sim 1$  dunque  $A_{tot} = \frac{A_1}{1 + A_1}$ , sviluppando otteniamo:  $A_{tot} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{2\omega_1}}$ .

Se vogliamo che  $A_{tot} = A_1 A_2$  deve essere  $R_1 \ll R_2$  come è evidente.