

Analisi 2 per il CdS in Intelligenza Artificiale & Data Analytics

A.A. 2021/2022

Scritto in presenza - 27 Settembre 2022

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3\sqrt{n} + \sin(n^4)}{7n^5 - 1} .$$

2. Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^6}{4x^6 + y^{12}} .$$

3. Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y .$$

trovare gli eventuali punti critici e determinarne la natura.

4. Considerare l'ODE

$$x'(t) = f(t, x(t)) \tag{0.1}$$

dove $f(t, x)$ è una funzione omogenea di grado 0, cioè

$$f(t, x) = f(\lambda t, \lambda x) \quad \forall \lambda > 0 .$$

Dimostrare che se $x(t)$ è soluzione di (0.1) allora $y(t) = \lambda x(\frac{t}{\lambda})$ è una soluzione di (0.1) per ogni $\lambda > 0$.