Analisi 2 per il CdS in Intelligenza Artificiale & Data Analytics

A.A. 2023/2024

Scritto - 22 Gennaio 2025

- 1. Si consideri la successione di funzioni $f_n(x) = (x^2 + 1)e^{\frac{x}{n}}$. Stabilire se la successione converge uniformemente o meno nell'intervallo [0,1]. In caso affermativo determinare la funzione limite.
- 2. Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \frac{x^2(y-x)}{(x^2+y^2)^{\alpha}}$$
 in $\mathbb{R}^2 \setminus (0,0)$. (0.1)

Si determini se esiste (e in caso affermativo si calcoli)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \tag{0.2}$$

quando $\alpha = 1$ e $\alpha = 2$.

3. Sia y(t) la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = 0\\ y(0) = 0\\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Calcolare il $\lim_{t\to +\infty} y(t)$.

4. Calcolare la lunghezza della curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = e^t \cos(t) \\ y(t) = e^t \sin(t) \end{cases}$$

in $[0, 2\pi]$.