

## Esercizi sul calcolo differenziale - A

- Calcolare (se esistono) le derivate parziali di:  
 $f(x, y) = \log(1+x^2+y^4)$  per ogni  $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$ ;  
 $f(x, y, z) = e^x y z$  per ogni  $(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$ ;  
 $f(x, y) = x^2 |y|$  per ogni  $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$ ;  
 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y)^T \neq (0, 0)^T \\ 0 & \text{se } (x, y)^T = (0, 0)^T \end{cases}$  in  $\underline{x}^0 = (0, 0)^T$ .
- Calcolare le derivate direzionali di:  
 $f(x, y) = x^2 + y^3$  e  $f(x, y) = x e^y$  lungo  $\underline{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^T$  in  $\underline{x}^0 = (1, -1)^T$   
e lungo  $\underline{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^T$  in  $\underline{x}^0$  in  $(1, 2)^T$ ;  
 $f(x, y, z) = \log(x y z)$  lungo  $\underline{w} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^T$  in  $\underline{x}^0 = (-1, 1, -1)^T$ .
- Dato  $f(x, y) = x^2 y + x y^2 - x y$ , determinare:  
seguì di  $f$ ,  $\nabla f$  e  $Hf$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \underline{u}}(1, 2)$  con  $\underline{u} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)^T$ ,  
i polinomi di Taylor del I e del II ordine in  $(1, 2)^T$ ,  
l'equazione del piano tangente al grafico in  $(1, 2, 4)^T$ ,  
i punti critici di  $f$  e la loro natura,  $\inf f$  e  $\sup f$ .
- Determinare gli estremi relativi e assoluti di:  
 $f(x, y) = x^2 - x^2 y - y^2 + 1$ ;  $f(x, y, z) = x^3 + y^3 - x^2 - y^2 - z^2$ .
- Provare la coercività e determinare gli estremi assoluti:  
 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4 x y$ ;  $f(x, y, z) = x^2 + y^4 + y^2 + z^2 - x z + 1$ .
- Dopo averne stabilito i seguì, determinare la natura dei punti critici di:  
 $f(x, y) = (x^2 - y)(2x^2 - y)$ ;  $f(x, y, z) = x^2 - 2xz + z^2 + 3y^2$ .
- Determinare la distanza del punto  $(2, 1, -1)^T$  dal piano  $x + y - z = 1$ .
- Determinare le dimensioni di una scatola rettangolare senza coperchio che minimizzava, a parità di volume, l'area totale delle facce.