

Moto di un grave lungo la verticale

Mussini Simone, Ruscillo Fabio, Musi Francesco

1 Obbiettivo

Lo scopo è verificare la grandezza g , accelerazione di gravità terrestre. Ciò è stato fatto prendendo misure tramite fotoregistrazioni ad alta velocità di una sferetta metallica lasciata libera di cadere lungo la verticale. La formula da verificare è:

$$y(t) = y(0) + v(0)t + \frac{1}{2}gt^2$$

2 Strumenti

- Programma di analisi "Tracker"
- Video con 1000 fotogrammi al secondo

3 Procedimento di misura

Il setup del video comprende un asta metallica alla sommità della quale è posizionata una sferetta metallica ferma. L'asta presenta dei segni distanziati di 10cm. Ad un certo punto la sferetta viene rilasciata. Affianco all'asta è presente un cronometro con sensibilità al millesimo di secondo. Essendo il tutto filmato da una fotocamera (Sony DSC-RX100M4) che registra a 1000fps, ad ogni frame il cronometro avanza di un millesimo di secondo.

3.1 Setting del programma di tracciamento

Per iniziare, mediante la funzione "asta di calibrazione" si è posto uguale a 10cm la distanza tra 2 segni sull'asta, in modo che il programma potesse generare un metro calibrato con cui misurare la posizione del target.

Poi si è stabilito il frame di inizio del moto, che è risultato essere il 49esimo.

La posizione è stata tracciata ogni 10 frame, considerando il target come puntiforme, ponendo il punto di massa nell'estremità rivolta verso il basso. Il metro calibrato è stato posto sulla schermata in modo che coincidesse con la posizione del punto di massa a target fermo.

In totale sono state prese 41 misure.

3.2 Gestione degli errori

L'alta velocità di acquisizione della fotocamera è a scapito della quantità di luce catturata, quindi anche della nitidezza dell'immagine. Per questo è stato necessario stimare ogni grandezza

tramite un errore.

Gli errori sono stati misurati in base al numero di pixel di transizione tra il colore del target e dello sfondo, e sono stati stimati misura per misura visto che la chiarezza di ogni frame era variabile. Tramite il metro di calibrazione, è stato posto: $1px = 0.0005m$, pertanto

$$\Delta y_{misurato} = (\Delta pixel \cdot 0.0005)m$$

Tutte le misure sono state riportate in Tabella 1

4 Analisi dei dati

Il frame di inizio della caduta è il 49esimo, che corrisponde ad un tempo iniziale $t_i = 0.012s$. Abbiamo poi terminato lo studio del moto al 459esimo fotogramma, che corrisponde all'istante $t_f = 0.422s$, per un tempo totale di caduta $\Delta t = 0.410s$. E' stato scelto come ultimo istante di caduta, quello che corrisponde all'ultima misura utile, appena precedente al rimbalzo della pallina sul banco di lavoro.

Successivamente siamo passati al calcolo degli errori relativi di y e t , per stabilire quale tra le due è la variabile dipendente e quale quella indipendente. Poichè hanno lo stesso ordine di grandezza, calcoliamo un nuovo errore su y pari a

$$\Delta y' = \left(\frac{2\Delta t}{t}\right) \cdot y + \Delta y_{misurato}$$

4.1 Grafico spazio-tempo

Il primo grafico realizzato con il programma di analisi dati *Igor Pro* è stato il grafico spazio-tempo, ossia quello della legge oraria, che dovrebbe seguire la formula indicata nel primo paragrafo (traiettoria parabolica con posizione e velocità iniziali nulle).

Sulle ordinate compaiono i valori numerici di $y(t)$, associati ai relativi errori $\Delta y'$, mentre sulle ascisse ci sono gli istanti di tempo t .

I dati ottenuti tramite la regressione di potenza del secondo ordine (*poli 3*), non sono compatibili con i valori teorici, fatta eccezione per $\frac{g}{2}$:

- Posizione iniziale $y(0)$:
 $K_0 = -0.0010852 \pm 0.000739$ (Non compatibile con il valore atteso $K_{0 \text{ atteso}} = 0.0000$)
- Velocità iniziale $v(0)$:
 $K_1 = 0.020001 \pm 0.0128$ (Non compatibile con il valore atteso $K_{1 \text{ atteso}} = 0.0000$)
- Coefficiente del termine quadratico, pari a $\frac{g}{2}$:
 $K_2 = 4.9298 \pm 0.0353$ (Compatibile con il valore atteso $K_{2 \text{ atteso}} = 4.9033$)

Visto che *posizione iniziale* e *velocità iniziale* non sono compatibili con i valori attesi abbiamo corretto l'incompatibilità, isolando a destra il termine in relazione quadratica con il tempo, mentre a sinistra, abbiamo ottenuto una nuova variabile y_{new} in cui la posizione è corretta dai termini K_0 e $K_1 t$, col rispettivo errore Δy_{new} :

L'equazione diventa quindi:

$$y_{new} = K'_0 + K'_1 t + K'_2 t^2 \quad \text{dove: } y_{new} = y - K_0 - K_1 t$$

L'errore su y_{new} è dato da

$$\Delta y_{new} = \Delta y + \Delta K_0 + \sqrt{\left(\frac{\Delta K_1}{K_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Facendo una nuova regressione di potenza del secondo ordine utilizzando i nuovi dati, otteniamo che le variabili K'_0 , K'_1 e K'_2 sono tutte compatibili, come possiamo vedere in Figura 1:

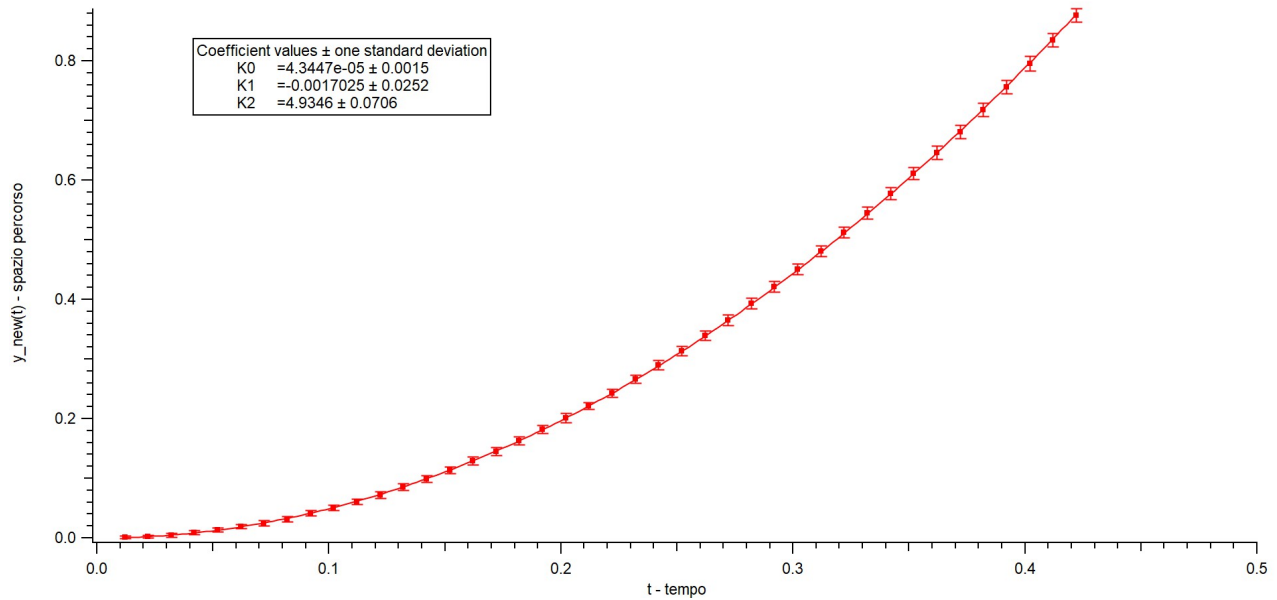


Figure 1: *Grafico $y_{new}(t)$: sul'asse asse Y sono riportati i valori di y_{new} coi rispettivi errori, sull'asse X il tempo*

5 Regressione

6 Tabella completa

Misura	y m	$\Delta pixel$	$\Delta y_{misurato}$ m
1			
2			
3			
4			
5			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			

Table 1: Caption