Fondamenti dell'Informatica
Esercitazione 3

(CON RISPOSTE)

Esercizio 1. **Relazioni 1**

Sia $U = \{marco, giulio, sara, luca, daniela, carlo\}$ un insieme di individui. Si considerino le relazioni $R_1 \subseteq U \times U$ e $R_2 \subseteq U \times U$ definite come segue:

$$R_1 = \{\langle marco, giulio\rangle, \langle giulio, sara\rangle, \langle sara, luca\rangle, \langle carlo, daniela\rangle, \langle carlo, luca\rangle\}$$
$$R_2 = \{\langle giulio, sara\rangle, \langle sara, luca\rangle, \langle carlo, daniela\rangle, \langle sara, giulio\rangle, \langle luca, sara\rangle, \langle daniela, carlo\rangle\}$$

1. Rappresentare R_1 ed R_1 mediante:
   - grafo bipartito
   - matrice booleana
   - grafo orientato
2. Elencare (qualora esistano) sul grafo che rappresenta R_1:
   - tutti i cammini di lunghezza 4
   - tutti i cammini di lunghezza 3
   - tutti i semicammini di lunghezza 5
3. Per i grafi che rappresentano R_1 e R_2 dire se:
   - sono connessi
   - contengono cicli o semicicli
   - contengono nodi sorgente o pozzo
4. Di che proprietà gode R_2? Come si dovrebbe estendere il grafo che rappresenta R_2 per rendere ad R_2 una relazione transitiva? Se inoltre si aggiungono tutte le copie $\langle x, x\rangle$ alla relazione, che tipo di relazione si ottiene?

Risposta 1.

$$R_1 = \{\langle m, g\rangle, \langle g, s\rangle, \langle s, l\rangle, \langle c, d\rangle, \langle c, l\rangle\}$$
$$R_2 = \{\langle g, s\rangle, \langle s, l\rangle, \langle c, d\rangle, \langle s, g\rangle, \langle l, s\rangle, \langle d, c\rangle\}$$

- grafo bipartito
- matrice booleana
- grafo orientato

Risposta 1.

Per il grafo che rappresenta R_1 elencare:

- tutti i cammini di lunghezza 4
- tutti i cammini di lunghezza 3
- tutti i semicammini di lunghezza 5

Per i grafi che rappresentano R_1 e R_2 dire se:

- sono connessi
- contengono cicli o semicicli
- contengono nodi sorgente o pozzo

Risposta 1.

Di che proprietà gode R_2? Come si dovrebbe estendere il grafo che rappresenta R_2 per rendere ad R_2 una relazione transitiva? Se inoltre si aggiungono tutte le copie $\langle x, x \rangle$ alla relazione, che tipo di relazione si ottiene?

Esercizio 2. **Relazioni 2**

Siano $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e

$$R_1 = \{\langle x, y\rangle \mid y = x + 2\}$$
$$R_2 = \{\langle x, y\rangle \mid x + y > 6\}$$
$$R_3 = I_A$$

Determinare le proprietà di R_1, R_2, R_3 (tra riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva)

Risposta 2.

1. $R_1 = \{< 1, 3 >, < 2, 4 >, < 3, 5 >, < 4, 6 >\}$

2. $R_2 = \{< 1, 6 >, < 2, 5 >, < 2, 6 >, < 3, 4 >, < 3, 5 >, < 3, 6 >,$
   $< 4, 3 >, < 4, 4 >, < 4, 5 >, < 4, 6 >,$
   $< 5, 2 >, < 5, 3 >, < 5, 4 >, < 5, 5 >, < 5, 6 >,$
   $< 6, 1 >, < 6, 2 >, < 6, 3 >, < 6, 4 >, < 6, 5 >, < 6, 6 >\}$

3. $R_3 = \{< 1, 1 >, < 2, 2 >, < 3, 3 >, < 4, 4 >, < 5, 5 >, < 6, 6 >\}$

Esercizio 3. **Relazioni 3 (EXTRA)**

Costruire (se possibile, o giustificare se non è possibile) rilazioni R su A tali che

1. R è simmetrica e antisimmetrica
2. R è riflessiva e contiene 4 coppie ordinate
3. $I_A \cap R = \emptyset$ e R è transitiva
4. $I_A \not\subseteq R$ e R è transitiva e simmetrica
5. R non è ne simmetrica ne antisimmetrica