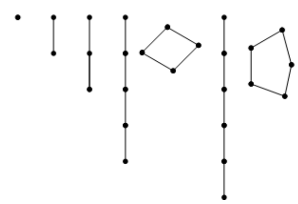
I reticoli

Per reticoli intendiamo dei particolari ordini parziali *(ordine largo)* rappresentati attraverso i diagrammi di Hasse che rispettano questa caratteristica: Dati 2 elementi qualsiasi dell'insieme si ha sempre un massimo minorante ed un minimo maggiorante. Non tutti i sottografi di un reticolo devono essere reticoli.



Esempi di reticoli

> I diagrammi di hasse sono per definizione: Trasitivi e Riflessivi *(si tratta di una notazione per rappresentare in modo più semplice gli ordini parziali)*

Definito il reticolo è possibile individuare massimi minoranti e minimi maggioranti per ogni coppia di nodi, questi sono indicati come:

- $x \sqcap y \rightarrow$ Massimo minorante tra x e y $\rightarrow$ Join *(unione insiemistica)*

- $x \sqcup y \rightarrow$ Minimo maggiorante tra x e $y \rightarrow$ Meet (*intersezione insiemistica*)

In un reticolo è anche possibile individuare **massimo assoluto** e **minimo assoluto** *(sono i vertici della rappresentazione)*

PROPRIETA' DEI RETICOLI

- IDEMPOTENZA → $x \sqcap x = x \sqcap x = x$
- COMMUTATIVA → $x \sqcap y = y \sqcap x \wedge x \sqcup y = y \sqcup x$
- ASSOCIATIVA → $x \sqcup (y \sqcup z) = (x \sqcup y) \sqcup z \wedge x \sqcap (y \sqcap z) = (x \sqcap y) \sqcap z$
- ASSORBITIVA → $x \sqcap (x \sqcup y) = x \wedge x \sqcup (x \sqcap y) = x$

Alcuni reticoli possiedono anche altre proprietà:

- DISTRIBUTIVA → $x \sqcup (y \sqcap z) = (x \sqcap y) \sqcup (x \sqcap z) \wedge x \sqcap (y \sqcup z) = (x \sqcup y) \sqcap (x \sqcup z)$
- COMPLETATIVA → Un reticolo è completo se ogni suo sottoinsieme ha sia massimo minorante che minimo maggiorante.
- COMPLEMETARE → $x \sqcap x' = 0 \wedge x \sqcup x' = 1$ 0 è minimo del reticolo, 1 è massimo del reticolo
- LIMITATIVA → Un reticolo è limitato quando possiede un minimo e un massimo

Un reticolo che rispetta tutte le ultime 4 proprietà fa parte dell'algebra booleana.
