Forme indeterminate e gerarchia dei limiti

Definiamo alcuni **infiniti**.

$\{a^n\}_{a>1},\ \{n^a\}_{a>0},\ \{\log_a n\}_{a>0\ a\neq 1},\ \{n^n\},\ n!$

Definiamo alcuni **infinitesimi**.

$\{\frac{1}{a^n}\}_{a>1},\ \{\frac{1}{n^a}\}_{a>0},\ \{\frac{1}{\log_a n}\}_{a>0\ a\neq 1},\ \frac{1}{n^n},\ \frac{1}{n!}$

Siano $\{a_n\}, \{b_n\}$ **infiniti**

Si dice che $\{b_n\}$ è un **infinito** di ordine **SUPERIORE** di $\{a_n\}$ SE:

$\lim_{n\to+\infty}(\frac{a_n}{b_n}) = 0$ *es* $\lim_{n\to+\infty}(\frac{n}{n^2+1}) = \frac{n}{n^2(1+\frac{1}{n^2})} = \frac{1}{n(1+\frac{1}{n^2})} = \frac{1}{n(1)} = \frac{1}{n} = 0$ *(la dicitura lim... andrebbe riportata ad ogni passaggio)*

Si dice che $\{b_n\}$ e $\{a_n\}$ sono **infiniti** dello **STESSO ORDINE** SE:

$\lim_{n\to+\infty}(\frac{a_n}{b_n}) = k, k \in \mathbb{R}, k \neq 0$

Siano $\{a_n\}, \{b_n\}$ **infinitesimi**

Si dice che $\{b_n\}$ è un **infinitesimo** di ordine **SUPERIORE** ad $\{a_n\}$ SE:

$\lim_{n \to +\infty}(\frac{a_n}{b_n}) = 0$ *es* $\lim_{n \to +\infty}(\frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n+1}}) = (\frac{n+1}{n^2}) = 0$ *(la dicitura lim... andrebbe riportata ad ogni passaggio)*

Si dice che $\{b_n\}$ e $\{a_n\}$ sono **infinitesimi** dello **STESSO ORDINE** SE:

$\lim_{n \to +\infty}(\frac{a_n}{b_n}) = k, k \in \mathbb{R}, k \neq 0$

Gerarchie dei limiti

Per gerarchia dei limiti **infiniti** si intende l'ordine di "**velocità**" per cui il limite di una funzione **tende ad infinto**, **più** è la **velocità più** sarà alta la **posizione** della funzione.

$$\{\log_a n\}_{a>0\ a\neq 1} < \{n^a\}_{a>0} < \{a^n\}_{a>1} < n! < n^n$$

Per gerarchia dei limiti **infinitesimali** si intende l'ordine di "**velocità**" per cui il limite di una funzione **tende a 0**, **meno** è la **velocità** più sarà **alta** la **posizione** dela funzione.

$$\frac{1}{n^n} < \frac{1}{n!} < \{\frac{1}{a^n}\}_{a>1} < \{\frac{1}{n^a}\}_{a>0} < \{\frac{1}{\log_a n}\}_{a>0\ a\neq 1}$$