CAPITOLO 7

Derivate di funzioni reali di una variabile reale e applicazioni

7.1. Derivate: test a risposta multipla

✍ **Esercizio 7.1.1.** *Supponiamo che f sia derivabile e che $g(x) = f(\cos(2x))$ allora $g'(x) =$*

$\square 2\cos(2x) f'(\sin 2x)$ $\quad \square 2\cos(2x) f'(\cos 2x)$ $\quad \square -2\sin(2x) f'(\cos 2x)$ $\quad \square 2\sin(2x) f'(\sin 2x)$

✍ **Esercizio 7.1.2.** *Sia $f(x) = x^4 e^{2x-1}$ per $x \geq 0$. Se g è la funzione inversa di f allora $g'(e) =$*

$$\square 1/4e \qquad \square 1 \qquad \square 1/6e \qquad \square \frac{1}{2e^{2e+2}(2+e)}$$

✍ **Esercizio 7.1.3.** *Sia $f(x) = x^{1/x}$ per $x > 0$ allora $f'(1/2) =$*

$$\square \sqrt{2}(1-\log 2)/4 \qquad \square (1-\log 2)/4 \qquad \square 1+\log 2 \qquad \square 4$$

✍ **Esercizio 7.1.4.** *Sia $f(x) = x^2 e^{2x-1}$ per $x \geq 0$. Se g è la funzione inversa di f allora $g'(e) =$*

$$\square 1 \qquad \square \frac{2e}{2e+1} \qquad \square 1/4e \qquad \square \frac{1}{2e^{2e}(1+e)}$$

✍ **Esercizio 7.1.5.** *Sia* $f(x) = x^x$ *per* $x > 0$ *allora* $f'(1/2) =$

$\square(1-\log 2)/\sqrt{2}$ $\square\sqrt{2}(1+\log 2)$ $\square 4(1+\log 2)$ $\square 4$

✍ **Esercizio 7.1.6.** *Sia* $f(x) = x|x| + 2x$ *allora* $f'(0) =$

$\square 4$ $\square 2$ $\square$non esiste $\square 0$

✍ **Esercizio 7.1.7.** *Sia* $f(x) = (\sin x)^x$ *per* $x \in (0, \frac{\pi}{2})$. *Allora* $f'(\pi/3) =$

$$\square \left(\frac{1}{2}\right)^{\pi/3}\left(\log\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right) \qquad \square \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\pi/3}\left(-\log 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi\right)$$

$$\square \left(\frac{1}{2}\right)^{\pi/3}\left(-\log 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi\right) \qquad \square \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\pi/3}\left(\log\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right)$$

✍ **Esercizio 7.1.8.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *derivabile e sia* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definita da* $g(x) = \sin(f(x^4))$. *Allora* $g'(x) =$

$\square 4\sin^3(f(x))\cos(f(x))\, f'(x)$ $\square 4x^3\sin(f(x^4))f'(x^4)$

$\square 4x^3\cos(f(x^4))f'(x^4)$ $\square 4f(x)^3\cos(f(x)^4)\, f'(x)$

✍ **Esercizio 7.1.9.** *Sia* $f(x) = 2x + \log x$ *e sia* g *la funzione inversa di* f. *Allora* $g'(2) =$

$\square 1/5$ $\square 1/2$ $\square 1/3$ $\square 1/4$

✍ **Esercizio 7.1.10.** *Sia* $f(x) = 3x + \sin x$ *e sia* g *la funzione inversa di* f. *Allora* $g'(3\pi) =$

□1/5 □1/2 □1/3 □1/4

✍ **Esercizio 7.1.11.** *Se* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *è una funzione derivabile tale che* $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = 2$, *quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?*

□$f(x)$ ha un asintoto obliquo per x tendente a $+\infty$
□$f(x) = 2x + c$
□ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$
□ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

✍ **Esercizio 7.1.12.** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *è una funzione derivabile che si annulla in soli 3 punti dell'intervallo* $[0, 1]$. *Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?*

□$f'(x)$ si annulla in almeno 2 punti di $[0, 1]$
□f cambia segno nell'intervallo $[0, 1]$
□f è un polinomio di terzo grado
□$f'(x)$ si annulla in 2 soli punti di $[0, 1]$

✍ **Esercizio 7.1.13.** *Se* $g(x) = x^3 + e^x$ *e* g^{-1} *è la funzione inversa di* g. *Allora* $(g^{-1})'(1+e) =$

□$\dfrac{1}{3+e}$ □$\dfrac{1}{3+3e}$ □1 □$3+e$

✍ **Esercizio 7.1.14.** *Date* $f(x) = \sqrt{x} - x^2$ *e* $g(y) = \cos(\pi y)$, *allora* $(g \circ f)'(1) =$

□$\frac{3}{2}\pi$
□$\frac{3}{2}$
□0
□$\frac{3}{2\pi}$

✍ **Esercizio 7.1.15.** *Date* $f(x) > 0$ *una funzione derivabile. Allora la derivata di* $\sin(\sqrt{f(x)})$ *è*

□$\frac{1}{2}(\cos\sqrt{f})f'$
□$-\frac{1}{2}(\sin\sqrt{f})f'$
□$\frac{1}{2\sqrt{f}}(\cos\sqrt{f})f'$
□$-\frac{1}{2\sqrt{f}}(\sin\sqrt{f})f'$

✍ **Esercizio 7.1.16.** *Cosa significa il seguente enunciato?*

$$\forall\epsilon > 0\, \exists\delta > 0 \text{ tale che se } 0 < |h| < \delta \text{ allora } \left|\frac{f(2+h) - f(2) - 5h}{h}\right| < \epsilon$$

□ $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 5$ □ $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = 2$ □$f'(2) = 5$ □$f'(5) = 2$

✍ **Esercizio 7.1.17.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *una funzione derivabile che si annulla in* $x = 0$*,* $x = 1$*,* $x = 2$ *(e solo in questi tre punti). Allora*

□$f(x)$ cambia segno tre volte
□$f'(x)$ si annulla almeno due volte
□$f(x)$ è un polinomio di terzo grado
□$f'(x)$ si annulla esattamente due volte

✍ **Esercizio 7.1.18.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *una funzione derivabile tale che* $f(x) > 0$*. Se* f *è strettamente crescente, allora è sempre vero che:*

□$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
□$\frac{1}{f(x)}$ è strettamente decrescente
□$f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$
□$f'(x)$ è strettamente crescente

✍ **Esercizio 7.1.19.** *L'equazione della retta tangente al grafico di* $y = 2x^3 + x - 1$ *nel punto* $(1, 2)$ *è:*

□$y = 10x - 7$ □$y = 7x - 7$ □$y = 7x - 5$ □$y = 7x - 4$

✍ **Esercizio 7.1.20.** *Se* $g(x) = x - 2x^3$ *e* g^{-1} *è la funzione inversa di* g*, allora la pendenza della retta tangente al grafico di* g^{-1} *nel punto* $(g(1), 1)$ *è:*

□ $-1/9$ □ $-1/3$ □ $-1/5$ □ $-1/7$

✍ **Esercizio 7.1.21.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *continua. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera:*

□Se f è due volte derivabile e $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ allora x_0 non è nè massimo nè minimo relativo
□Se, per ogni x, $f(x) > 0$ e se $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ allora f ha massimo in $\mathbb{R}$
□Se f è due volte derivabile e x_0 è un punto di massimo relativo per f allora $f''(x_0) < 0$
□Se f è due volte derivabile e $f''(x_0) < 0$ allora x_0 è un punto di massimo relativo

✍ **Esercizio 7.1.22.** *Sia* $f(x) = \sqrt{x^2+1}(x + \sin(\pi x))$*. Allora* $f'(1) =$

□ $-\dfrac{\pi}{2}$ □$\dfrac{3+2\pi}{\sqrt{2}}$ □$\dfrac{3-2\pi}{\sqrt{2}}$ □$12 - 4\pi$

✍ **Esercizio 7.1.23.** *Sia* $g(x) = |\tan(1 + x)|$*. Allora la derivata di* $g(x)$*, nel punto* $x = 2$*,*

□$= -(\frac{1}{\cos 3})^2$
□$= \log|\sin 3|$
□$= \frac{\sin 3}{\cos 3}$
□non esiste

✍ **Esercizio 7.1.24.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *una funzione due volte derviabile e sia* $g(x) := f(\cos x)$*. Allora* $g''(x) =$

□$-\cos(x)f'(\cos x) - \sin(x)f''(\cos x)$
□$-\cos(x)f'(\cos x)$
□$-\cos(x)f'(\cos(x)) + \sin^2(x)f''(\cos x)$
□$\sin^2(x)f''(\cos x)$

✍ **Esercizio 7.1.25.** *Sia* $f(x) = x^2 + 3x$ *e* $g(x) = x^3 - 2x$*. Allora* $(f \circ g)'(1) =$

□10 □230 □1 □5

✍ **Esercizio 7.1.26.** *Se* f *è una funzione derivabile e se* $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ *allora la derivata di* $\arctan(f(x^2))$ *calcolata in* $x = 1$ *è*

□4/17 □2/17 □2/5 □1/5

7.2. Retta tangente: test a risposta multipla

✍ **Esercizio 7.2.1.** *Se* $f = xe^x$ *e* g *è la funzione inversa di* f*, allora l'equazione della retta tangente al grafico di* g *nel punto di coordinate* $(e, 1)$ *è:*

□$y = 2e(x - e) + 1$ □$y = \dfrac{1}{2e}(x - 1) + e$ □$y = \dfrac{1}{2e}(x - e) + 1$ □$y = \dfrac{e}{2}(x - e) + 1$

✍ **Esercizio 7.2.2.** *Sia* $f(t) = \sin \pi t + t^2$ *per* $t \in \mathbb{R}$*. L'equazione della retta tangente al grafico di* f *nel punto di ascissa* $x = 1$ *è*

□$y = (2 - \pi)x + 1$ □$y = \pi(x - 1) + 1$ □$y = \pi x + \pi - 1$ □$y = (2 - \pi)x + \pi - 1$

✍ **Esercizio 7.2.3.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = x + e^x$*. Sia* f^{-1} *la sua funzione inversa di* f*. La retta tangente al grafico di* f^{-1} *nel punto* $(1, 0)$ *è:*

□$y = \dfrac{1}{1 + e}(x - 1)$ □$y = \dfrac{1}{1 + e}x$ □$y = \dfrac{1}{2}(x - 1)$ □$y = \dfrac{1}{2}x$

✍ **Esercizio 7.2.4.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definita da* $f(t) = e^{t^3}$. *Se* g *è la funzione inversa di* f, *allora l'equazione della retta tangente al grafico di* g *nel punto di ascissa* $x = e$ *è:*

□$y = x/3 + 1$ □$y = x/3 + e$ □$y = x/3e + 2/3$ □$y = x/3e + 1$

✍ **Esercizio 7.2.5.** *Sia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definita da* $f(t) = e^{-t^2} + t$ *e sia* g *la funzione inversa di* f. *La retta tangente al grafico di* g *nel punto di ascissa* $x = 1 + e^{-1}$ *è:*

□$t = \dfrac{1}{1-2e^{-1}}(x - 1 - e^{-1}) + 1$ □$t = (1 - 2e^{-1})(x - 1 - e^{-1})$

□$t = \dfrac{1}{1-2e^{-1}}(x - 1 - e^{-1})$ □$t = (1 - 2e^{-1})x + 1$

✍ **Esercizio 7.2.6.** *L'equazione della retta tangente al grafico della funzione* $f(x) = \log(1+x^2)$ *nel punto* $x = 2$ *è:*

□$y = 1/5t + 2/5 + \log 5$
□$y = -1/5t + 2/5 + \log 5$
□$y = 4/5t - 8/5 + \log 5$
□$y = -4/5t - 8/5 + \log 5$

✍ **Esercizio 7.2.7.** *L'equazione della retta tangente al grafico di* $y = 5^x$ *nel punto di ascissa* $x = 1$ *è:*

□$y = 5x - \log 5$
□$y = 5(x \log 5 - \log 5 + 1)$
□$y = 5(x \log 5 + 1)$
□$y = 5\left(\dfrac{1}{\log 5}x - \dfrac{1}{\log 5} + 1\right)$

✍ **Esercizio 7.2.8.** *Se* $f(t) = t^2$ *e* $g(s) = e^s$ *allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione composta* $f \circ g$ *nel punto di ascissa* $s_0 = 1$ *è:*

□$y = 2ex - e^2$
□$y = 2e^2x - e$
□$y = 2ex - e$
□$y = 2e^2x - e^2$

✍ **Esercizio 7.2.9.** *L'equazione della retta tangente al grafico di* $y = x\cos(x^2)$ *nel punto* $\sqrt{\pi}$ *è:*

□$y = -x$
□$y = -x + 2\sqrt{\pi}$
□$y = -2\pi x + 2\pi\sqrt{\pi}$
□$y = -2\pi x - 2\pi\sqrt{\pi}$

✍ **Esercizio 7.2.10.** *Se* $f(x) = x + \log(x+1)$ *allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa* f^{-1} *nel punto* $(1 + \log 2, 1)$ *è:*

□$y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}$
□$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
□$y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5} - \frac{2}{5}\log 2$
□$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\log 2$

✍ **Esercizio 7.2.11.** *Se* $f(t) = \frac{t-1}{t+3}$. *Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa* f^{-1} *nel punto* $(2, f^{-1}(2)$ *è:*

□$-5 + x$
□$10 - 3x$
□$-15 + 4x$
□$5 - 2x$

✍ **Esercizio 7.2.12.** *Siano* $f(x) = \sqrt{2x^2-1}$ *e* $g(x) = x+2$. *L'equazione della retta tangente al grafico della funzione* $f(x)g(x)$ *nel punto di ascissa* $x_0 = 1$ *è:*

□$y = \frac{3}{2\sqrt{3}}(7x-1)$
□$y = -\frac{1}{2\sqrt{2}}(x+3)$
□$y = \frac{1}{2\sqrt{3}}(x+5)$
□$y = 7x-4$

✍ **Esercizio 7.2.13.** *Per quali valori del parametro* $\beta \in \mathbb{R}$ *la retta di equazione* $r(x) = x+\beta$ *è tangente al grafico della funzione* $f(x) = \log(2+x)$*?*

□$\beta = -\dfrac{1}{2} + \log 2$ □$\beta = -\dfrac{1}{3} + \log\dfrac{3}{2}$ □$\beta = 1 - \log 2$ □$\beta = 1$

✍ **Esercizio 7.2.14.** *La retta tangente al grafico di* $f(x) = -e^{x^2}$ *in* $(1, f(1))$ *è data da:*

□$y = 2e^2x - e^2$
□$y = -2ex + e$
□$y = -\frac{2}{e}x + \frac{3}{e}$
□$y = 2ex - e$

✍ **Esercizio 7.2.15.** *Sia* $f(w) = 2w^3 + w + 2$. *Allora la retta tangente al grafico di* $f^{-1}(x)$ *in* $(2, f^{-1}(2))$ *è data da:*

□$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
□$y = x+2$
□$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
□$y = x-2$

✍ **Esercizio 7.2.16.** *Sia* $f(y) = \log(1+y)$ *e* $g(x) = \frac{2x}{x+3}$. *L'equazione della retta tangente al grafico della funzione* $f \circ g$ *nel punto* $x = 1$

è:

□$r(x) = \log \frac{3}{2} + \frac{1}{12}(x-1)$

□$r(x) = \log \frac{3}{2} + \frac{1}{3}(x-1)$

□$r(x) = \log \frac{3}{2} + \frac{1}{6}(x-1)$

□$r(x) = \log \frac{3}{2} + \frac{1}{4}(x-1)$

✍ **Esercizio 7.2.17.** *Sia* $f(w) = 2w + \log w$. *Allora la retta tangente al grafico di* $f^{-1}(x)$ *in* $(2, f^{-1}(2))$ *è data da:*

□$y = (x-2)/3$

□$y = x+1$

□$y = x-1$

□$y = (x+1)/3$

✍ **Esercizio 7.2.18.** *Sia* $f(x) = xe^x$ *e* $g(y) = y^2 + 1$. *La retta tangente al grafico della funzione* $g \circ f$ *nel punto* $(1, (g \circ f)(1))$ *è:*

□$y = 2x - 2$

□$y = -2e^{-4}x + 3e^{-4} - 1$

□$y = 4e^2x + 1 - 3e^2$

□$y = 6e^2x - 4e^2$

✍ **Esercizio 7.2.19.** *Sia* $f(t) = t^3 + t^2 + 2$. *Allora la retta tangente al grafico di* $f^{-1}(x)$ *in* $(5, f^{-1}(5))$ *è data da:*

□$y = (x+1)/6$

□$y = (x+2)/7$

□$y = (x-1)/4$

□$y = x/5$

✍ **Esercizio 7.2.20.** *L'equazione della retta tangente al grafico di* $y = 2x^4 - 2x^3 + 3$ *nel punto di ascissa* $x_0 = 1$ *è:*

□$y = 2x + 1$
□$y = 5x + 1$
□$y = 2x + 3$
□$y = 2x - 2$

✍ **Esercizio 7.2.21.** *Se* $g(x) = x^5 + 4x + 2$ *e* g^{-1} *è la funzione inversa di* g*, allora l'equazione della retta tangente al grafico di* g^{-1} *nel punto di ascissa* $x_0 = 2$ *è:*

□$y = 4x - 2$ □$y = 4x - 1/2$ □$y = x/4 - 2$ □$y = x/4 - 1/2$

✍ **Esercizio 7.2.22.** *Se* $f(x) = x^5 + x^3 + 1$ *e sia* g *la funzione inversa di* f*. L'equazione della retta tangente al grafico di* g *nel punto di ascissa* $x = 3$ *è:*

□$y = \frac{1}{3}(x-3)+1$ □$y = \frac{1}{3}(x-3)+3$ □$y = \frac{1}{8}(x-3)+1$ □$y = \frac{1}{8}(x-1)+1$

7.3. Continuità e derivabilità: test a risposta multipla

✍ **Esercizio 7.3.1.** *Per quali valori di* h *e* k *la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} 4\arctan x & \text{per } x < 1 \\ 2hx + k & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile?

□$h = \pi, k = 2$ □$h = 2\pi, k = 2\pi + 2$ □$h = \pi, k = \pi + 2$ □$h = 1, k = \pi - 2$

✍ **Esercizio 7.3.2.** *Sia f definita da $f(x) = 5^x$ per $x \leq 1$ e da $f(x) = ax + b$ per $x > 1$. Per quali valori $a, b \in \mathbb{R}$ f è continua e derivabile in $\mathbb{R}$?*

$\square a = 5, b = 0$ $\square a = 5\log 5, b = 5$ $\square a = 5\log 5, b = 5 - 5\log 5$ $\square a = \log 5, b = 5 - \log 5$

✍ **Esercizio 7.3.3.** *Per quali valori di h e k la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{per } x \geq 2 \\ kx + h & \text{per } x < 2 \end{cases}$$

è continua e derivabile?

$\square h = -8, k = 4$ $\square h = 4, k = -8$ $\square h = -4, k = 4$ $\square h = 4, k = -4$

✍ **Esercizio 7.3.4.** *Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} e^{2-2x} - ax & \text{per } x < 1 \\ \log(3x - 2) - bx^2 & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x_0 = 1$

$\square a = -3, b = -4$ $\square a = -2, b = 3$ $\square a = 7, b = 6$ $\square a = -2, b = -1$

✍ **Esercizio 7.3.5.** *Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - e^{x-1} & \text{per } x < 1 \\ bx - \log(3x - 2) & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x_0 = 1$

$\square a = 7, b = 6$ $\square a = -2, b = -1$ $\square a = -3, b = -4$ $\square a = -2, b = 3$

✍ **Esercizio 7.3.6.** *Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{per } x \geq 1 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{per } x < 1 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x_0 = 1$

□$a = -3, b = 2$ □$a = -1, b = 3$ □$a = -2, b = 2$ □$a = -1, b = 1$

✍ **Esercizio 7.3.7.** *Determinare i valori dei parametri α e β per i quali la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\alpha x) - \alpha & \text{per } x \geq 0 \\ \sin(x^2) - \beta x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x_0 = 0$

□$\alpha = 1, \beta = -1$ □$\alpha = 0, \beta = -1$ □$\alpha = -1, \beta = 1$ □$\alpha = 1, \beta = 0$

✍ **Esercizio 7.3.8.** *Sia $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua, con $f(0) = -1$ ed inoltre $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. Allora l'equazione $f(x) = 0$:*

□ha almeno una soluzione
□ha un numero dispari di soluzioni diverse tra loro
□ha un numero pari di soluzioni diverse tra loro
□ha almeno due soluzioni

✍ **Esercizio 7.3.9.** *Per quali valori del parametro* $\alpha \in \mathbb{R}$ *si ha che*

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2}x) & \text{per } x < -1 \\ |x| + \alpha & \text{per } x \geq -1 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = -1$*?*

$\square \alpha = 0$ $\square \alpha = 1$ $\square \alpha = 2$ $\square \alpha = -2$

✍ **Esercizio 7.3.10.** *Determinare i valori dei parametri* α *e* β *per i quali la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\alpha x^2) - 1 & \text{per } x \geq 0 \\ \beta \cos x + \alpha x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile nel punto $x_0 = 0$

$\square \alpha = 0, \beta = -1$ $\square \alpha = -1, \beta = 1$ $\square \alpha = 1, \beta = 0$ $\square \alpha = 1, \beta = -1$

✍ **Esercizio 7.3.11.** *Per quali valori del parametro* $\alpha \in \mathbb{R}$ *si ha che*

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) & \text{per } x < -1 \\ \alpha|x| - 1 & \text{per } x \geq -1 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = -1$*?*

$\square \alpha = 0$ $\square \alpha = 1$ $\square \alpha = 2$ $\square \alpha = -2$

✍ **Esercizio 7.3.12.** *Sia*

$$f(x) = \begin{cases} e^{\cos(\alpha x)} & \text{per } x \leq 0 \\ \dfrac{1-\cos x}{\sin^2(\alpha x)} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

Si determini $\alpha > 0$ affinché f sia continua.

$\square \alpha = \sqrt{2}$ $\quad \square \alpha = 1/\sqrt{2e}$ $\quad \square \alpha = 1/2$ $\quad \square \alpha = 2e$

✍ **Esercizio 7.3.13.** *Sia*

$$g(x) = \begin{cases} \alpha x^2 - 1 & \text{per } x < 1 \\ \beta x + 1 & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$

Si determinino α e β affinché $g(x)$ sia continua e derivabile.

$\square \alpha = -1, \beta = 2$ $\quad \square \alpha = 4, \beta = -4$ $\quad \square \alpha = 4, \beta = 2$ $\quad \square \alpha = -2, \beta = -4$

✍ **Esercizio 7.3.14.** *Per quale valore del parametro β la funzione*

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + \beta x & \text{per } x < 0 \\ \log(1+2x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

è derivabile nel punto $x_0 = 0$?

$\square \beta = -1/2$ $\quad \square \beta = 1/2$ $\quad \square \beta = 2$ $\quad \square \beta = -3$

✍ **Esercizio 7.3.15.** *Per quali valori del parametro* $\alpha \in \mathbb{R}$ *si ha che*

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\alpha x)/x & \text{per } x < 0 \\ (x+1)/(x+2) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

è continua in $x_0 = 0$*?*

$\square \alpha = -2$ $\quad\square \alpha = 2$ $\quad\square \alpha = 1/2$ $\quad\square \alpha = -1/2$

✍ **Esercizio 7.3.16.** *Per quali* α *e* β *la funzione*

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{per } x \leq 1 \\ x^2 + \alpha x + \beta & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

è continua e derivabile?

$\square \alpha = -4, \beta = 12$ $\quad\square \alpha = -8, \beta = 3$ $\quad\square \alpha = -4, \beta = 3$ $\quad\square \alpha = -8, \beta = 12$

7.4. Derivate: esercizi di ricapitolazione proposti

✍ **Esercizio 7.4.1.** *Date le funzioni* $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ *e* $g(y) = \sin(1-y)$*, calcolare la derivata di* $(g \circ f)(x)$*.*

✍ **Esercizio 7.4.2.** *Date le funzioni* $f(x) = x^2 + 1$ *e* $g(y) = 3\log(\sqrt{y})$*, calcolare la derivata di* $(g \circ f)(x)$*.*

✍ **Esercizio 7.4.3.** *Sia* $h(x)$ *una funzione derivabile. Calcolare la derivata di* $\log(h^2(x)+1)$*.*