Fondamenti dell'Informatica

Esercitazione 1

(CON RISPOSTE)

Siano

$$A = \{a, b\} \qquad B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$
$$C = \{\emptyset\} \qquad D = \{1, \{b\}, \{1, \emptyset\}\}$$

Esercizio 1. **Insiemi e Operazioni**

1. rappresentare **estensionalmente** $\mathscr{P}(D)$; ossia l'insieme potenza di D

2. rappresentare **intensionalmente** B

3. rappresentare **estensionalmente** $A \cup D$

4. rappresentare **estensionalmente** $\mathscr{P}(B) \cap \mathscr{P}(D)$

Risposta 1.

1. $\{\emptyset, \ \{1\}, \{\{b\}\}, \{\{1, \emptyset\}\}, \ \{1, \{b\}\}, \ \{\{b\}, \{1, \emptyset\}\}, \ \{1, \{1, \emptyset\}\}, \ D\}$
2. $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \texttt{ è dispari}, \ x \leq 9\}$
3. $A \cup D = \{a, b, 1, \{b\}, \{1, \emptyset\}\}$
4. $\mathscr{P}(B) \cap \mathscr{P}(D) = \{\emptyset, \{1\}\}$

Esercizio 2. Appartenere vs. Essere Sottoinsieme di (V/F)

Determinare se è vero o falso:

1. $a \in A$
2. $3 \subseteq B$
3. $\{3\} \subseteq B$
4. $\{b\} \in D$
5. $\{b\} \subseteq D$
6. $\{b\} \in \mathscr{P}(A) \setminus D$
7. $\emptyset \subseteq A \cap D$
8. $\emptyset \in C$

Risposta 2.

1. 1. V; 2. F; 3. V; 4. V; 5. F; 6. F $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} \setminus D = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b\}\}$; 7. V (insieme vuoto è sottoinsieme di se stesso); 8. V

Esercizio 3. **Insiemi e Definizioni**

1. rappresentare **intensionalmente** l'insieme $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots\}$

2. rappresentare **estensionalmente** $\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq -2, x < 5\}$

3. rappresentare **estensionalmente** $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq -2, x < 5\}$

4. rappresentare **estensionalmente** e **intensionalmente** l'insieme delle principali applicazioni social

---

Risposta 3.

1. $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2^y$ per qualche $y \in \mathbb{N}\}$
2. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
3. infiniti numeri razionali
4. ragionare sulla seguente domanda: come definire intensionalmente in maniera precisa concetti che appartengono alla nostra intuizione? Quando una definizione è una buona definizione (si definisce qualcosa di non noto utilizzando nozioni note)?

Esercizio 4. **Prodotto Cartesiano**

1. Calcolate $A \times C$ e $A \times \mathscr{P}(C)$

2. Quanti elementi ha $D \times B$?

Risposta 4.

1. $A \times C = \{< a, \emptyset >, < b, \emptyset >\}$
   $A \times \mathscr{P}(C) = A \times \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{< a, \emptyset >, < b, \emptyset >, < a, \{\emptyset\} >, < b, \{\emptyset\} >\}$ (osservare che $C = \{\emptyset\} = \mathscr{P}(\emptyset) \neq \emptyset$)

2. $|D \times B| = 3 * 5 = 15$

Esercizio 5. **Partizioni**

1. Costruire una famiglia di sottoinsiemi di A che ha 3 elementi. E' una partizione?

2. Costruire una partizione di B con 4 sottoinsiemi

Risposta 5.

1. Ad esempio l'insieme di sottoinsiemi non vuoti di A. Non è una partizione. Se un insieme ha m elementi (ad es. per A, $m = 2$), non è possibile pensare a una partizione che consista di $n < m$ elementi (ad es., con $n = 3$ come in questa domanda).

2. Esempio di partizione di B con 4 sottoinsiemi: $\{\{1, 3\}, \{5\}, \{7\}, \{9\}\}$

Esercizio 6. **Extra**

1. Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è razionale
2. E' possibile costruire un insieme A tale che $\mathscr{P}(A)$ ha 5 elementi?
3. E' possibile costruire un insieme A tale che $\mathscr{P}(\mathscr{P}(A))$ ha 4 elementi?