Alcuni simboli fondamentali

- ∀ per ogni
- ∃ esiste
- ∃**!** esiste ed è unico
- ∈ appartiene
- ∉ non appartiene
- ⊂ inclusione propria *(gli insimei non possono coincidere)*
- ⊆ inclusione impropria

  (gli insiemi possono coincidere)

Paradosso di Russel

> Consideriamo un insieme di tutti gli insiemi che non appartengono a se stessi e chiediamoci se questo insieme appartenga o meno a se stesso. Nessuno dei due casi è possibile in quanto un sistema per appartenere a se stesso deve essere dello stesso tipo, *es un insieme di idee è un idea (appartiene a se stesso)MA un insieme*

> *di gatti non è un gatto (non appartiene a se stesso)*, qualora l'insieme appartenga a se stesso non sarebbe un insieme che non appartiene a se stesso e quindi non sarebbe dello stesso tipo degli altri insiemi e qualora non appartenesse a se stesso dovrebbe appartenere al sistema.

Il paradosso venne superato tramite l'utilizzo delle classi, un aggregato di oggetti anche di tipi diversi.

{ 1, {2, 3} {{1}} } è una classe

{ 1, 2, 3 } è un insieme

Considerazioni sugli insiemi e sull'apparteneza/inclusione

$5 \in \mathbb{N}\ Vero$ in quanto l'elemento 5 è dello stesso tipo degli elementi di N

$\{5\} \in \mathbb{N}\ Falso$ in quanto {5} è un insieme e non è dello stesso tipo degli elementi di N

$\{5\} \subset \mathbb{N}\ Vero$ in quanto l'insieme {5} può essere incluso nell'insieme N

L'insieme vuoto $\emptyset$ è incluso in tutti gli insiemi

Operazioni con gli insiemi

$\cup$ → unione di due insiemi: restituisce tutti gli elementi dei due insiemi

$\cap$ → intersezione di insiemi: restituisce solo gli elementi presenti in entrambi i sistemi

∁ → complemento di un insieme: contiene tutti gli elementi dell'universo esclusi quelli del sistema

$\setminus$ → differenza tra insiemi: restituisce solo gli elementi presenti nel primo insieme e non nel secondo

$P(A)$ → Insieme potenza/delle parti di A: indica tutti i sottoinsiemi possibili di A, questi sono 2^n *(cardinalità)*, in dettaglio indichiamo che la $||P(A)|| = 2^{||A||}$

> *es.* $A = \{1, 2, 3\}$
>
> $P(A) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \emptyset, \{1, 2, 3\}\}$

$\{1\} \in P(A)\ V$

l'insime {1} è contenuto neòò'insieme di insiemi P(A)

$\{\{1\}\} \subseteq P(A)\ V$

l'insieme di insieme {{1}} è incluso nell'insieme di insiemi P(A)

$\{1\} \subseteq A\ V$

l'insieme {1} è incluso nell'insieme A

AxB → Prodotto tra insiemi, uguali o diversi: restituisce un insieme di insiemi $\{< a, b >: a \in A \land b \in B\}$, la sua cardinalità è $||A|x|B||$.

> Nota bene AxB $\neq$ BxA

es.

$A = \{1, 2, 3\}\ B = \{1, 5\}$

$AxB = \{< 1, 1 >, < 1, 5 >, < 2, 1 >, < 2, 5 >, < 3, 1 >, < 3, 5 >\}$

Partizione di un insieme

Dato un insieme A la sua partizione è un insieme di elementi di A raggruppati in maniera tale che ogni elemento di A appartenga ad un insieme della partizione e che l'intersezione tra gli elementi della partizione sia vuota.

> Nota bene, la partizione non è unica.

es.

$A = \{1, 2, 3\}$

Part(A) = $\{\{1, 2, 3\}\}$

Part1(A) = $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$

NoPart(A) = $\{\{1\}, \{2\}\}$ ← Manca il 3
