Principio di Induzione

Sia $P(n)$ una proprietà relativa ad un qualsiasi numero $n \in \mathbb{N}$

Passo Base:

> $P(n)$ vera per un certo n_0

Passo induttivo:

> $P(n)$ vera per un generico $n > n_0$ allora vale anche per $n+1$

Allora:

> $P(n)$ vera per ciascun $n \geq n_0$

es.

Calcolo della somma dei primi n numeri naturali:

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ dimostrismo per induzione:

1. Passo Base

   Dimostro che vale per n_0 = 1

Calcolo della somma delle prime n potenze di un numero q

$\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, q \neq 1$ dimostrismo per induzione:

1. Passo Base

   Dimostro che vale per n_0 = 0

$$\sum_{i=1}^{1} i = \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

2. Passo induttivo

   assumo che vale per n

   $$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

3. Dimostro che vale per $n+1$

   $$\sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{i=1}^{n} i + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{0+1}}{1-q} = 1$$

2. Passo Induttivo

   assumo che vale per n

   $$\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

3. Dimsotro che vale per $n+1$

   $$\sum_{i=0}^{n+1} q^i = \sum_{i=0}^{n} q^i + q^{n+1} = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} + q^{n+1} = \frac{(1-q^{n+1})+(1-q)(q^{n+1})}{1-q} = \frac{1-q^{n+2}}{1-q}$$
