12)DODICESIMA LEZIONE

Il teorema di Cramer ci permette di calcolare la soluzione dl sistema lineare quando la matrice dei coefficienti A è una matrice quadrata con determinante diverso da 0.

Se il determinante fosse 0 il teorema non funzionerebbe, perchè andrebbe in contrasto con il teorema di Rouchè-Capelli, infatti se il determinante fosse 0, allora il rango $rg(A) < n$ e quindi il sistema non ha soluzioni o ne ha infinite.

Un sistema di equazioni con n incognite e n equazioni è detto Creameriano.

Esistono due metodi di calcolo per usare Cramer:

Primo metodo:

Dato un sistema quadrato con n incognite e n equazioni, A è la matrice dei coefficienti e B la matrice dei termini noti.

$$AX = B$$

Il sistema ammette un'unica soluzione X solo se la matrice quadrate dei coefficienti A del sistema è invertibile.
In questo caso la soluzione è:

$$X = A^{-1}B$$

Secondo metodo:

Data una matrice C_i ottenuta sostituendo la $i-esima$ colonna della matrice dei coefficienti A con la matrice dei termini noti B, la soluzione x_i è uguale al rapporto tra i determinanti $det(C_i)/det(A)$

$$x_i = det(C_i)/det(A) \quad con \;\; i = 1, \dots, n$$

Il calcolo va ripetuto per ogni x_i.

Un modo per trovare l'inversa di A può essere tramite la seguente formula:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})}\mathbf{C}^T$$