16)SEDICESIMA LEZIONE

Sia $T : V \to V$ un endomorfismo di uno spazio vettoriale V, un vettore $v_0 \ \ != O$ è un autovettore di T relativo all'autovalore λ se si ha:

$$T(v_0) = \lambda v_0$$

L'insieme degli autovalori è detto spettro di T, indicato con $sp(T)$, e se $\lambda \in sp(T)$, allora l'insieme:

$$V_\lambda = (v \in V : T(v) = \lambda v)$$

è detto autospazio di T relativo all'autovalore λ ed è un sottospazio di V.

Per trovare un autospazio dobbiamo risolvere il sistema:

$$T(x) = x$$

L'insieme degli autospazio forma un base di autovettori per l'endomorfismo.

Adesso ci chiediamo quanfo esiste una base di autovettori per un dato endomorfismo T?

Proposizione: Sia $T : V \to V$ un endomorfismo di uno spazio vettoriale V, e B una base di V, allora B è composta da autovettori di T se e solo se la matrice che rappresenta T rispetto a B è diagonale.

Proposizione: Un endomorfismo $T : V \to V$ è diagonalizzabile se esiste una base di V composta da autovettori di T.

Proposizione: Un endomorfismo $T : V \to V$ è triangolabile se esiste una base B di V rispetto a cui T è rappresenteto da una matrice triangolare superiore e diremo che la base B triangolarizza T.
