第九章 电磁感应

1820奥斯特　　　　电流磁效应

1822对称性　→　磁的电效应?

美　　反映了物质世界对称性

9.1 法拉第电磁感应定律

一、法拉第定律

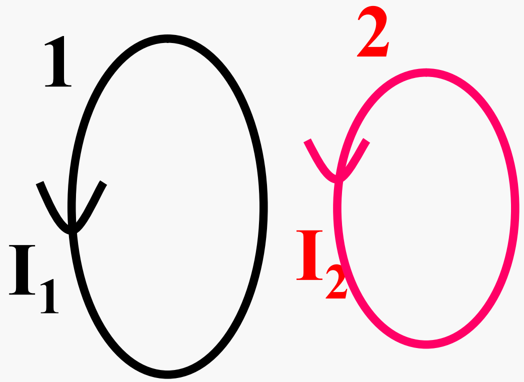
法拉第在1831年发现了**电磁感应**现象。

法拉第做的实验，可归结为两类：

线圈 1 中有电流：

当：1) 线圈 1 中 I_1 变化时；

2) 线圈 1 与线圈 2 相对位置发生变化；



上述两种情况，线圈 2 中都会有电流流过，这就是**电磁感应现象**；在线圈 2 中产生的电流就称为**感应电流**，相应的电动势称为**感应电动势**。

总结

当穿过一个闭合导体回路所围的磁通量发生变化时，回路中就有感应电流出现，会产生感应电动势。

二. 规律

1. 感应电动势的大小

$$\varepsilon_i \propto \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

2. 楞次定律

闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

楞次定律是**能量守恒定律**在电磁感应现象上的具体体现

3. 法拉第电磁感应定律

〔考虑楞次定律 或配以某些约定〕

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

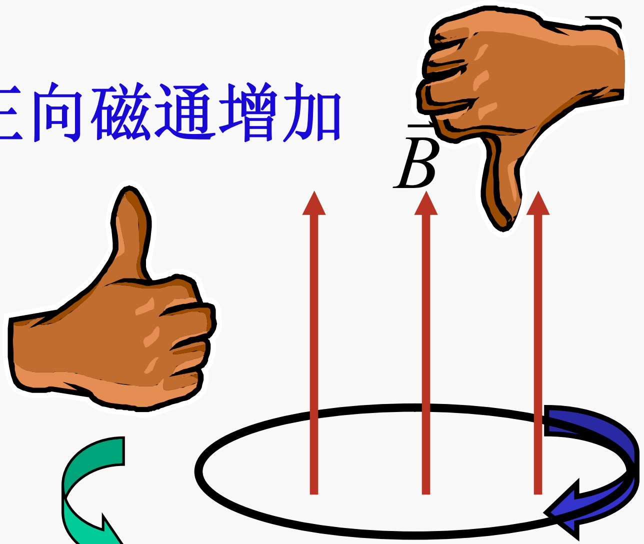
约定

1) 首先任意归定回路的绕行方向

2) 当磁力线方向与绕行方向成右手螺旋时规定磁通量为正

3) 规定电动势方向与绕行方向一致时为正

正向磁通增加

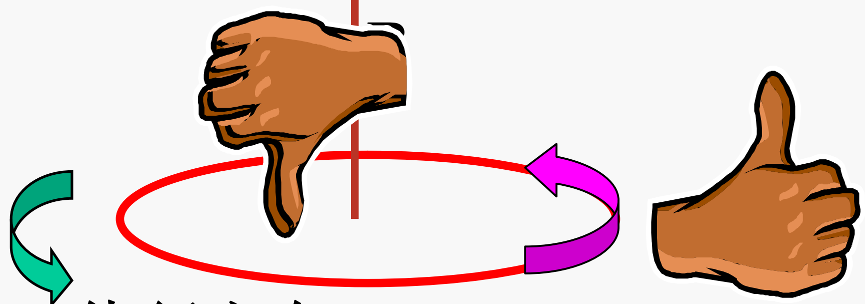


绕行方向

$$\phi > 0 \quad \frac{d\phi}{dt} > 0 \quad \varepsilon < 0$$

与绕行方向相反

正向磁通减少 $\vec{B}$（随时间减少）



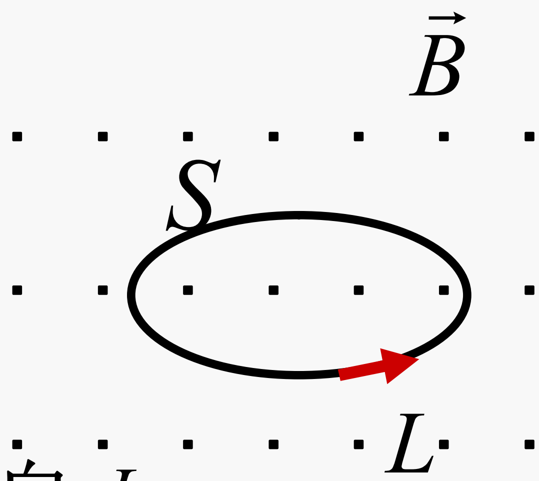
绕行方向

$$\phi > 0 \quad \frac{d\phi}{dt} < 0 \quad \varepsilon > 0$$

与绕行方向相同

空间均匀磁场 $\vec{B}$ $\dfrac{dB}{dt} > 0$

求：面积S的边界回路中的电动势



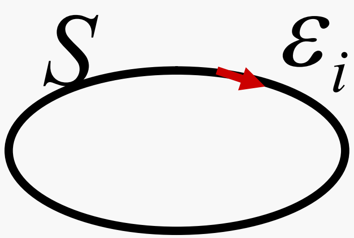
1）若绕行方向取如图所示的回路方向 L

按约定 磁通量为正 $\phi = BS > 0$

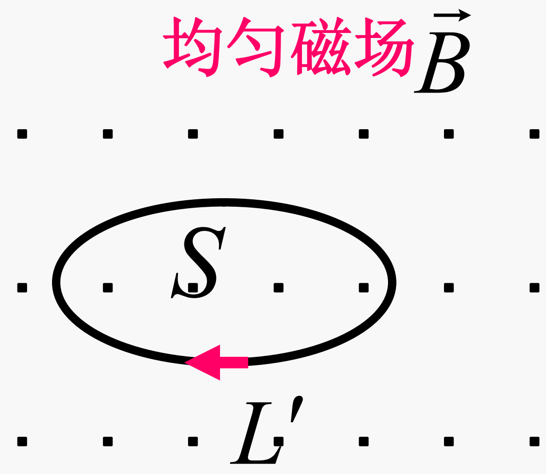
由 $$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dB}{dt}S < 0$$

负号说明：电动势的方向

与所设的绕行方向相反



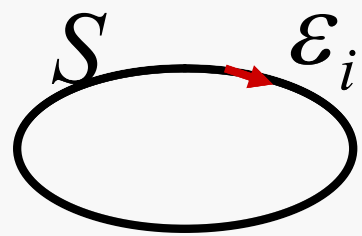
2） 若绕行方向取如图所示的方向L'



按约定　　磁通量取负

$$\phi = -BS < 0$$

由　　$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{dB}{dt} S > 0$$



正号说明：电动势的方向

与所设绕行方向一致

两种绕行方向得到的结果相同

讨论

1. 使用 $\boxed{\varepsilon_i = -\dfrac{d\phi}{dt}}$ 意味着遵从约定

2. 磁链

对于N匝串联回路 每匝中穿过的磁通分别为

$$\phi_1,\quad \phi_2,\cdots,\quad \phi_N$$

则有 $$\varepsilon_i = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots \varepsilon_N = -\frac{d\phi_1}{dt} - \frac{d\phi_2}{dt} - \cdots - \frac{d\phi_N}{dt}$$

磁链

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}} \quad \boxed{\psi = \sum_i \phi_i}$$

$$\phi = \phi_1 = \phi_2 = \ldots, \psi = N\phi$$

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\phi}{dt}$$

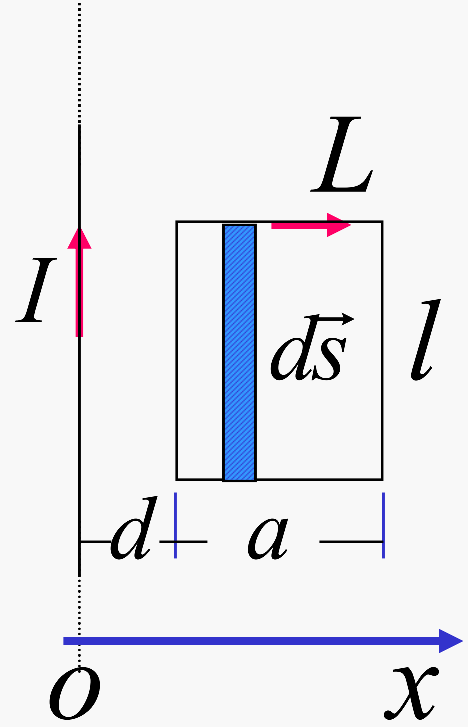
例：直导线通交流电 置于磁导率为μ的介质中

求：与其共面的N匝矩形回路中的感应电动势

已知 $I = I_0 \sin \omega t$

其中 I_0和ω是大于零的常数

解：设当$I > 0$时，电流方向如图



建坐标系如图

环路定理 $B = \dfrac{\mu I}{2\pi x}$ 方向向里

设回路L方向如图

在任意坐标 x 处取一面元 $d\vec{s}$ $d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{s}$

$$\psi = N\phi = N\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\psi = N\phi = N\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = N\int_S Bds = N\int_d^{d+a}\frac{\mu I}{2\pi x}ldx$$

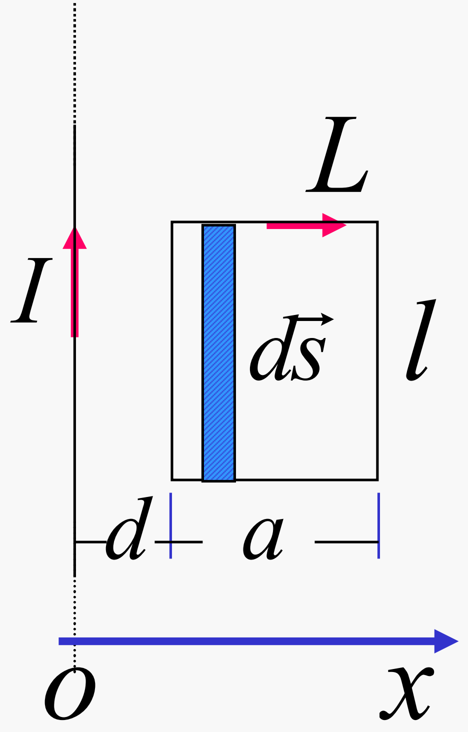
$$= \frac{N\mu Il}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

$$= \frac{\mu NI_0 l}{2\pi}\sin\omega t\,\ln\frac{d+a}{d}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$$

$$= -\frac{\mu_0\mu_r NI_0 l\omega}{2\pi}\cos\omega t\cdot\ln\frac{d+a}{d}$$



交变的
电动势

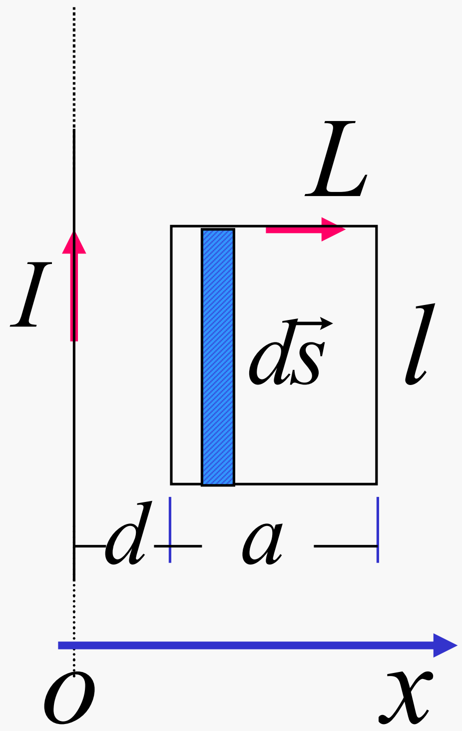
$$\varepsilon_i = -\frac{\mu_0\mu_r N I_0 l\omega}{2\pi}\cos\omega t\cdot\ln\frac{d+a}{d}$$

讨论:

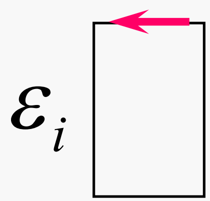
如： $\cos\omega t \geq 0$

$$\omega t:(0,\frac{\pi}{2});(\frac{3\pi}{2},2\pi)\ldots\ldots$$

$$t:(0,\frac{\pi}{2\omega})$$



$\varepsilon_i < 0$ 与绕行方向相反

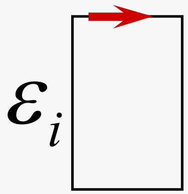


如： $\cos\omega t \le 0$

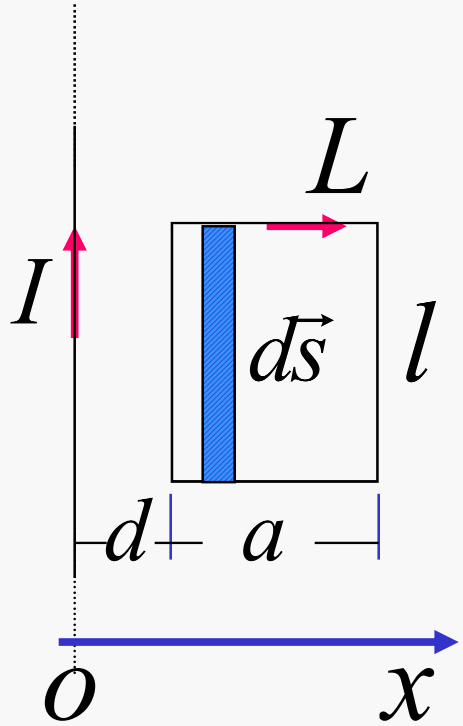
$$\omega t:(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})\ldots\ldots$$

$$t:(\frac{\pi}{2\omega},\frac{3\pi}{2\omega})$$

$\varepsilon_i > 0$



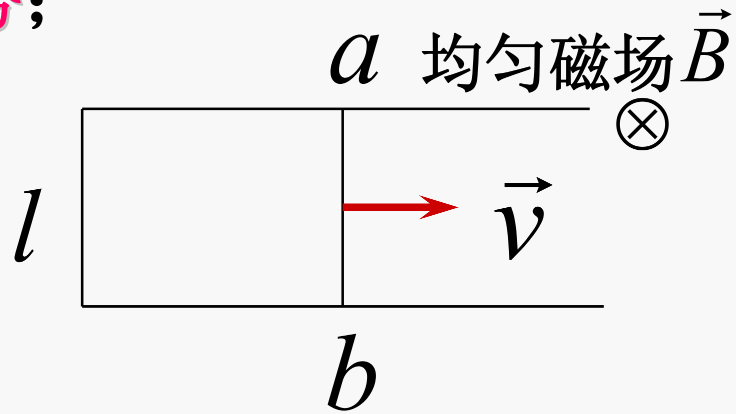
与绕行方向一致



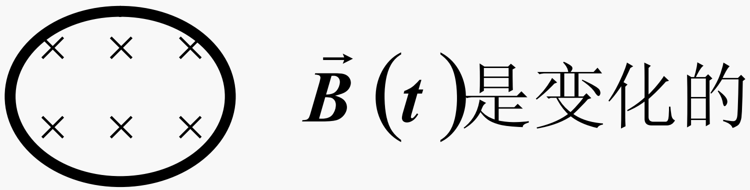
9.2 动生电动势与感生电动势

穿过闭合导体回路的磁通量发生变化时，回路中就产生感应电动势。引起磁通量的变化可以有两种原因：

1）磁场恒定不变，导体运动，这种感应电动势称为动生电动势；

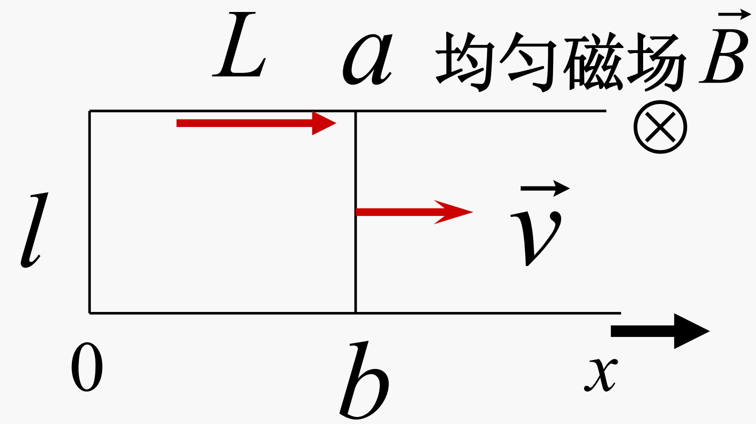


2）静止的导体，它包围的磁场发生了变化时，这种感应电动势称为感生电动势。



一、 动生电动势

导线 ***ab***在磁场中运动



法拉第电磁感应定律

建坐标如图

设回路***L***方向如图

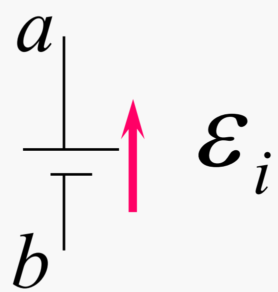
$$\phi = B \cdot l \cdot x(t)$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = -Bl\frac{dx(t)}{dt}$$

$$= -Blv$$

负号说明电动势方向与所设方向相反

感应电动势在运动的导体一段内，这一段可视为整个回路中的电源部分，电源内部，电动势是由低向高的。



动生电动势怎么产生的？（原因）

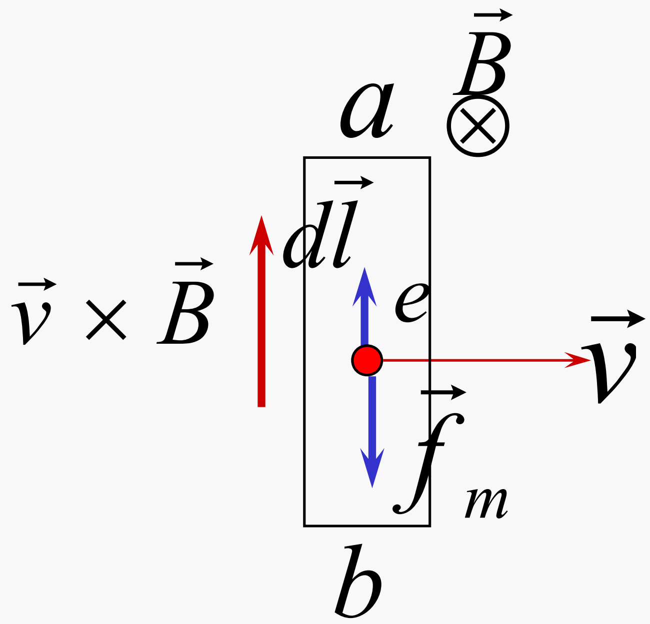
导线运动，速度 $\vec{v}$（带动自由电子），自由电子（$\vec{v}$）受洛伦兹力（非静电力）作用 而定向运动，产生感应电动势。

二. 电动势与非静电场强的积分关系

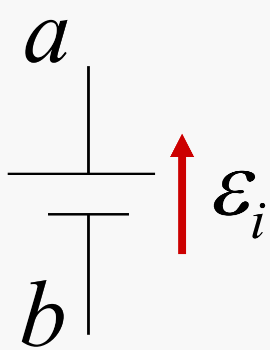
非静电力——洛仑兹力

$$\vec{f}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

非静电场 $$\vec{E}_K = \frac{-e\vec{v}\times\vec{B}}{-e} = \vec{v}\times\vec{B}$$



$$\boxed{\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_{(b)}^{(a)} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}}$$



动生电动势的公式

讨论

a. $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$　　适用于一切产生电动势的回路

b. $\varepsilon_i = \int_{(ba)} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$　适用于切割磁力线的导体

一般导体运动，非均匀磁场(或导体运动速度有差异）时，可以考虑一小段导体元 $d\vec{l}$ 在磁场 $\vec{B}$ 中以恒定速度 $\vec{v}$ 产生的动生电动势为 $d\varepsilon_i$

$$d\varepsilon_i = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} \qquad \varepsilon_i = \int d\varepsilon_i$$

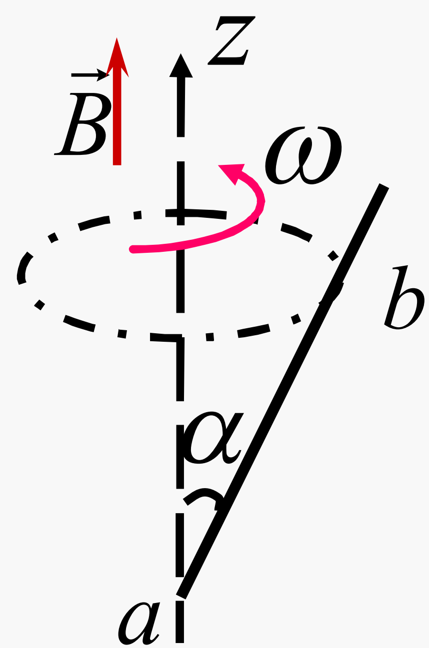
例　在空间均匀的磁场中

$$\vec{B} = B\hat{z}$$

导线*ab*绕*Z*轴以ω匀速旋转

导线*ab*与*Z*轴夹角为α

设 $\overline{ab} = L$



求：导线*ab*中的电动势

解：建坐标如图　在坐标 l 处取 dl

该段导线运动速度垂直纸面向内

运动半径为 r

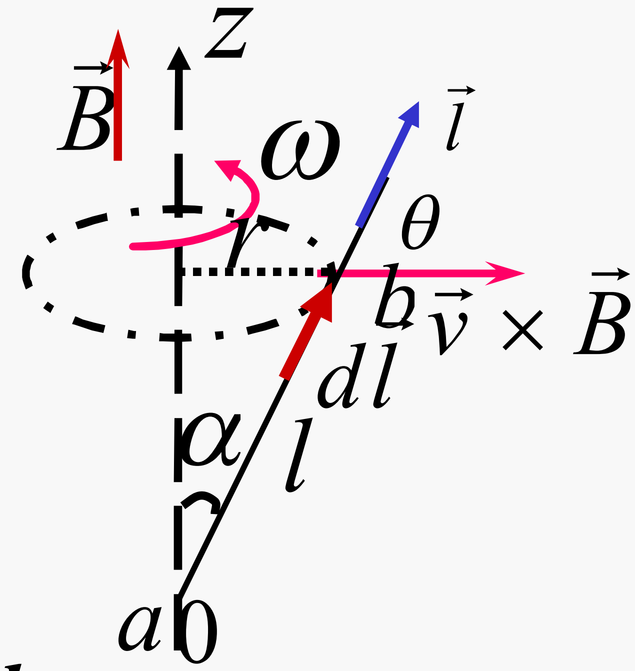
$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right| = vB = \omega rB = \omega lB\sin\alpha$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = vBdl\cos\theta$$

$$= B\omega\sin^2\alpha\ ldl$$

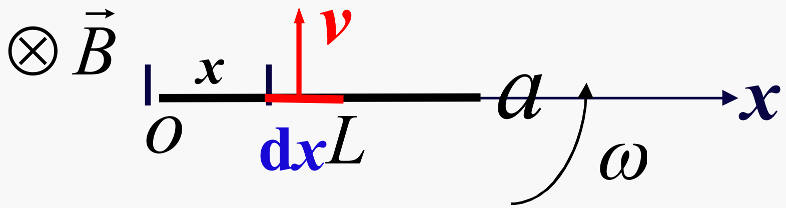
$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = B\omega\sin^2\alpha\int_0^L ldl$$

$$= \frac{B\omega L^2}{2}\sin^2\alpha > 0$$ 方向从 $\boldsymbol{a}\rightarrow\boldsymbol{b}$



例题 长度为*L*的金属棒绕一端在垂直于均匀磁场的平面内以角速度ω旋转。求：棒中的感应电动势

解法1 棒上离端点*x*处，d*x*小段速度 $v=\omega x$ 方向垂直棒



$$d\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{x}$$

$$\varepsilon_i=\int_0^L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{x}$$

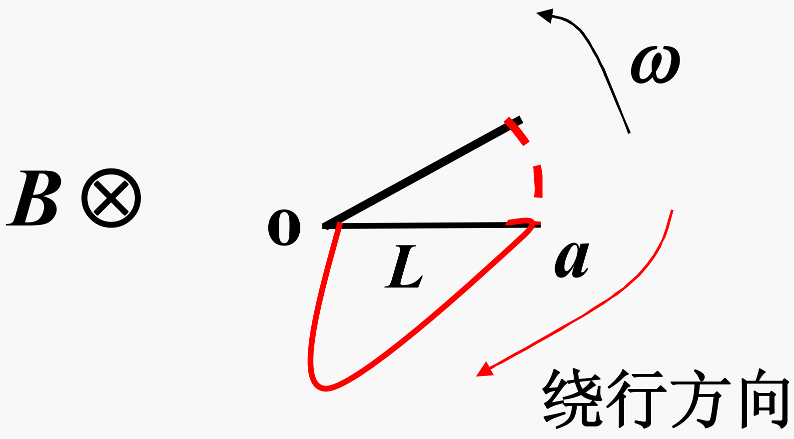
$$=\int_0^L -B\cdot\omega x\cdot dx$$

$$=-\frac{1}{2}\omega BL^2$$

$a\rightarrow o$，即 a 低 o 高

解法2 设想一个回路，金属棒的旋转使回路面积变化导致磁通量变化

$$\mathcal{E}=-B\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{2}BL^2\omega$$



方向与绕行方向相反

二、感生电动势 感生电场

由于磁场随时间变化而产生的电动势，称感生电动势，对应的电场称感生电场

$$\vec{B}=\vec{B}(\vec{r},t)$$

$$\psi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{\varepsilon_i=-\frac{d\psi}{dt}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_i=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

1、感生电势（场）的性质

动生电动势的非静电力是：洛仑兹力；

问题：感生电动势的非静电力又是什么？

导体回路未动，这时的感应电流是原来宏观静止电荷受非静电力作用形成的，而静止电荷受到的力只能是电场力。所以这时的非静电力只能是某种电场力。

何种电场？

麦克斯韦假设：变化的磁场会激发起一种非静电性的电场，这种电场具有涡旋性，其电场线是无头无尾的闭合曲线。这种电场称为涡旋电场，感生电流的产生就是这涡旋电场作用于导体中自由电荷的结果。

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}}$$

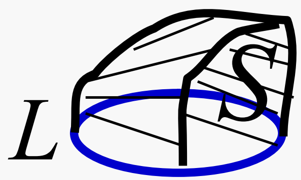
法拉第电磁感应定律

非保守场

S是以L为边界的任意面积

$$\boxed{\oint_S \vec{E}_{\text{感生}} \cdot d\vec{S} = 0}$$

无源场 涡旋场



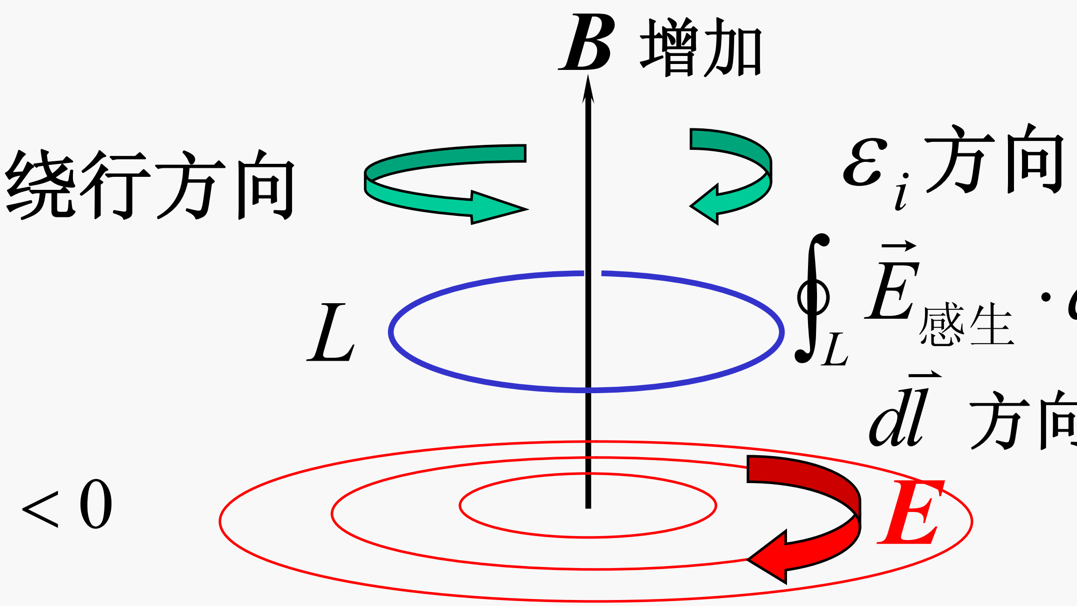
2、 感生电场（电动势）的计算

1 .计算原则

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{感生} \cdot d\vec{l} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{感生}$具有某种对称性才有可能计算出来

2.判断方向



$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} > 0 \quad d\vec{s} \uparrow$

$\int_s -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} = \varepsilon_i < 0$

$\oint_L \vec{E}_{感生} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_i < 0$

$d\vec{l}$ 方向:绕行方向

$\vec{E}$与$d\vec{l}$反向（绕向方向）

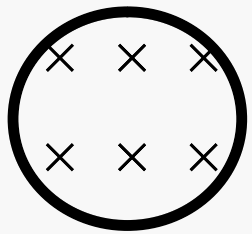
※　特殊

空间均匀的磁场被限制在圆柱体内，磁感强度方向平行柱轴，如长直螺线管内部的场。

磁场随时间变化 则

感生电场具有柱对称分布

$\vec{B}(t)$

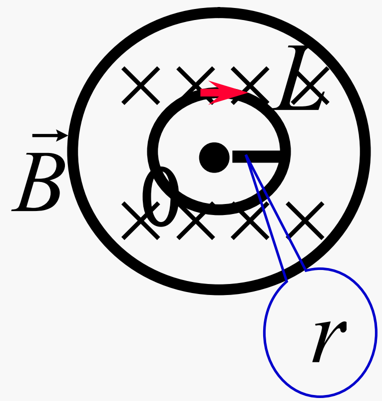


涡旋电场是以柱轴为中心的同心园

例1：特殊情况下感生电场的计算

空间均匀的磁场限制在半径为 R

的圆柱内，$\vec{B}$ 的方向平行柱轴



且有 $\boxed{\dfrac{dB}{dt} = c}$

求:$E_{感生}$分布

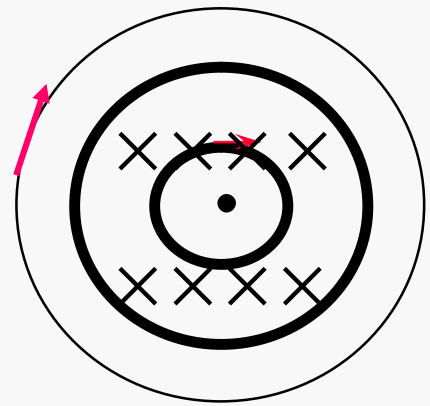
解：设场点距轴心为r，根据对称性，取以o为心，过场点的圆周环路L

$$\oint_L \vec{E}_{感生} \cdot d\vec{l} = E_{感生} 2\pi r$$ 由法拉第电磁感应定律 $$= -S\frac{dB}{dt}$$

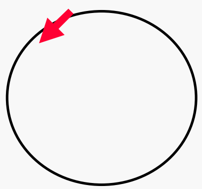
$$E_{感生} = -\frac{S}{2\pi r}\frac{dB}{dt}$$

$$\xrightarrow{r<R \quad S=\pi r^2} \quad E_{感生} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

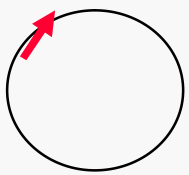
$$\xrightarrow{r>R \quad S=\pi R^2} \quad E_{感生} = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$



$$\frac{dB}{dt} > 0 \qquad \varepsilon_i < 0$$



$$\frac{dB}{dt} < 0 \qquad \varepsilon_i > 0$$



讨论

$$E_{\text{感生}} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

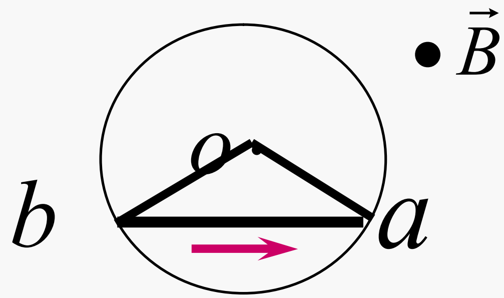
$$E_{\text{感生}} = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

特殊条件

电子感应加速器的基本原理　1947年世界第一台

感生电场是以法拉第电磁感应定律为基础的，源于法拉第电磁感应定律又高于法拉第电磁感应定律。只要以L为边界的曲面内有磁通的变化，就存在感生电场的。

例1：求半径*oa*线上的感生电动势



$$\boxed{\vec{E}_{感生} \perp \hat{R}} \quad \varepsilon_{感生(oa)} = \int_{(R)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

可利用这一特点较方便地求其他线段内的感生电动势

例2　求上图中　线段*ab*内的感生电动势

解：补上两个半径*oa*和*ob*与*ab*构成回路*obao*

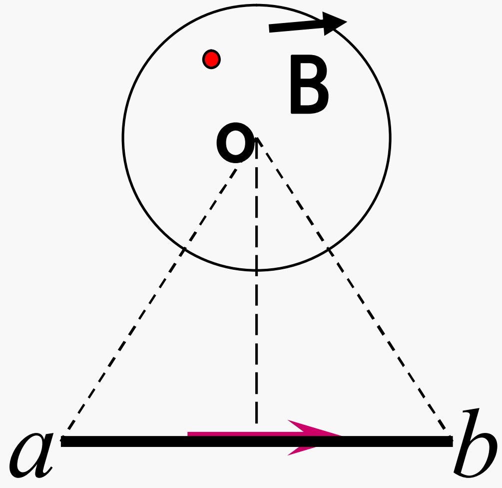
$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{ba} + \varepsilon_{ao} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ba} = -S_\Delta \frac{dB}{dt}}$$

$$\varepsilon_{ao} = 0 \quad \varepsilon_{ob} = 0$$

例3：又如磁力线限制在圆柱体内，　空间均匀

$$\frac{dB}{dt} = c$$



求：ε_{ab}

解：补上半径 ***oa bo***

设回路方向如图

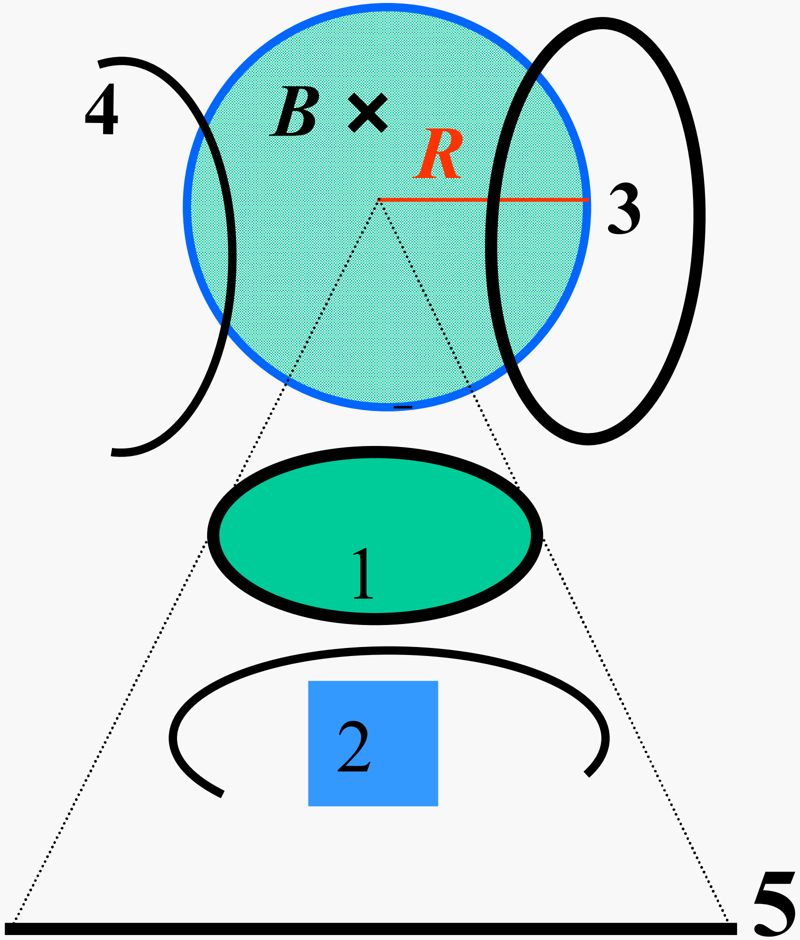
$$\varepsilon_{oabo} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bo} = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \varepsilon_{oa} = 0 \quad \varepsilon_{bo} = 0$$

$$\varepsilon_{ab} = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \phi = BS_{扇形}$$

$$\boxed{\varepsilon_{ab} = -S_{扇形}\frac{dB}{dt}}$$

☆

限制在圆柱形空间的磁场随时间变化，讨论：
以下各导线中的感应电动势和感应电流



	ε	I
1	×	×
2	✓	×
3	✓	✓
4	✓	×
5	✓	×

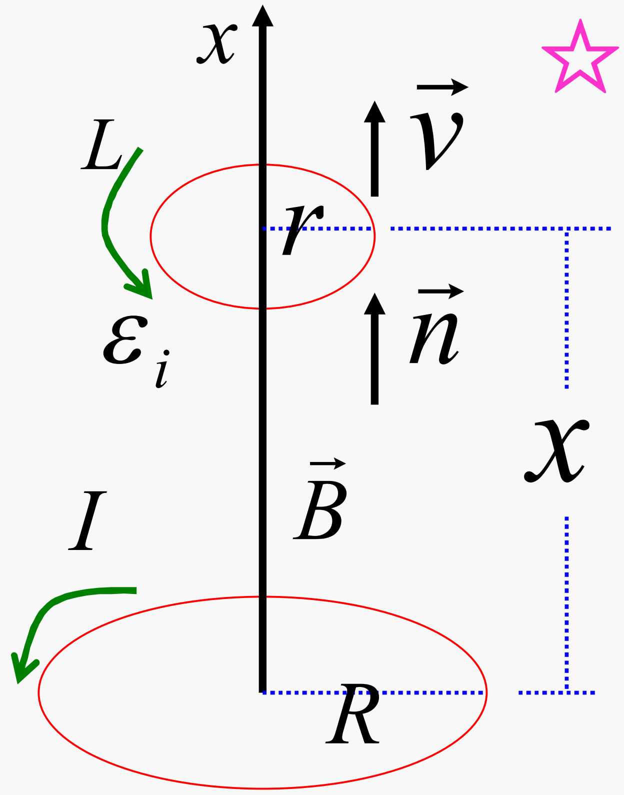
不闭合，有感应电动势，没有感应电流

例4 大线圈通有电流 I

小线圈沿 x 轴运动速度 $\vec{v}$

$R >> r \qquad x >> R$

求：$x = NR$ 时，$\varepsilon_i = ?$



解：

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

圆电流轴线上
无限远处磁场

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}\pi r^2$$

$$\approx \frac{\pi\mu_0 I r^2 R^2}{2x^3}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{3\pi\mu_0 I r^2 R^2}{2x^4}\frac{dx}{dt} = \frac{3\pi\mu_0 I r^2 R^2}{2x^4}v$$

$x = NR$

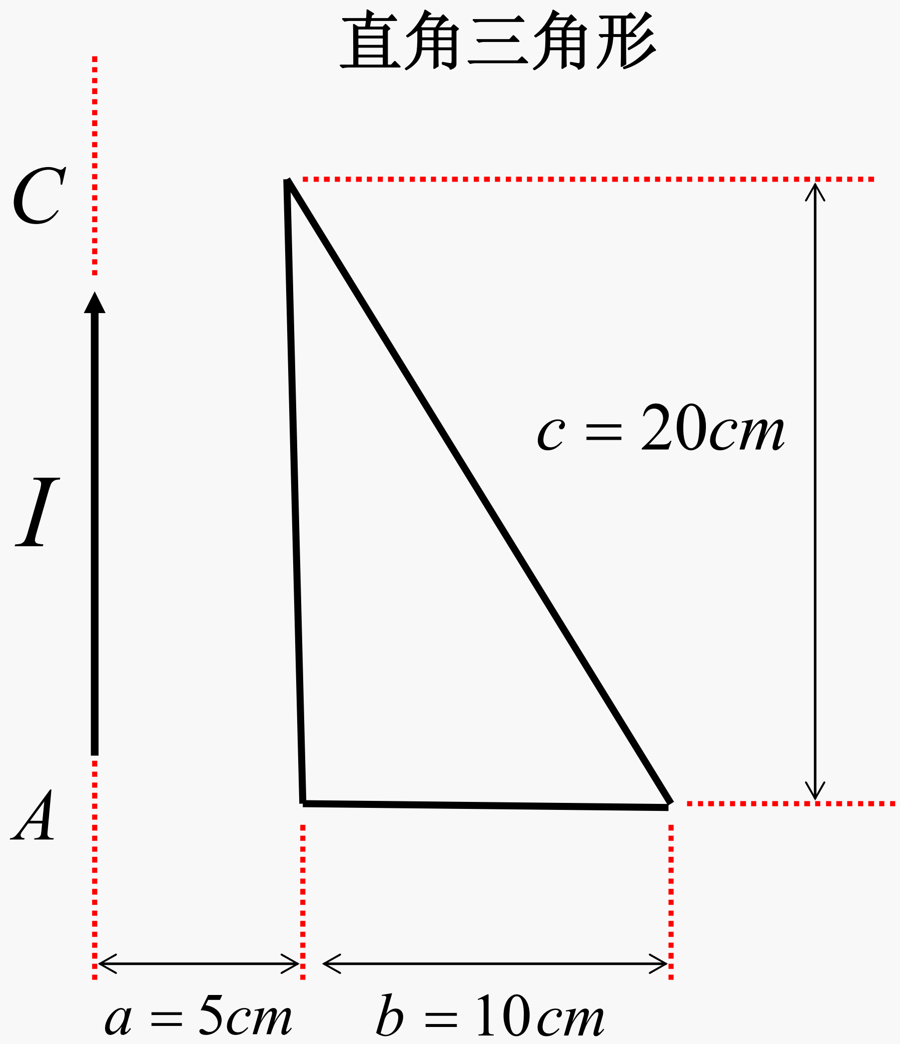
$$\varepsilon_i = \frac{3\pi\mu_0 I r^2 R^2}{2N^4R^4}v$$

$\varepsilon_i > 0$：电动势方向与规定的方向相同

例5 $\frac{dI}{dt}=2\,A/s$ ☆

求：线圈中的感应电动势的大小和方向。

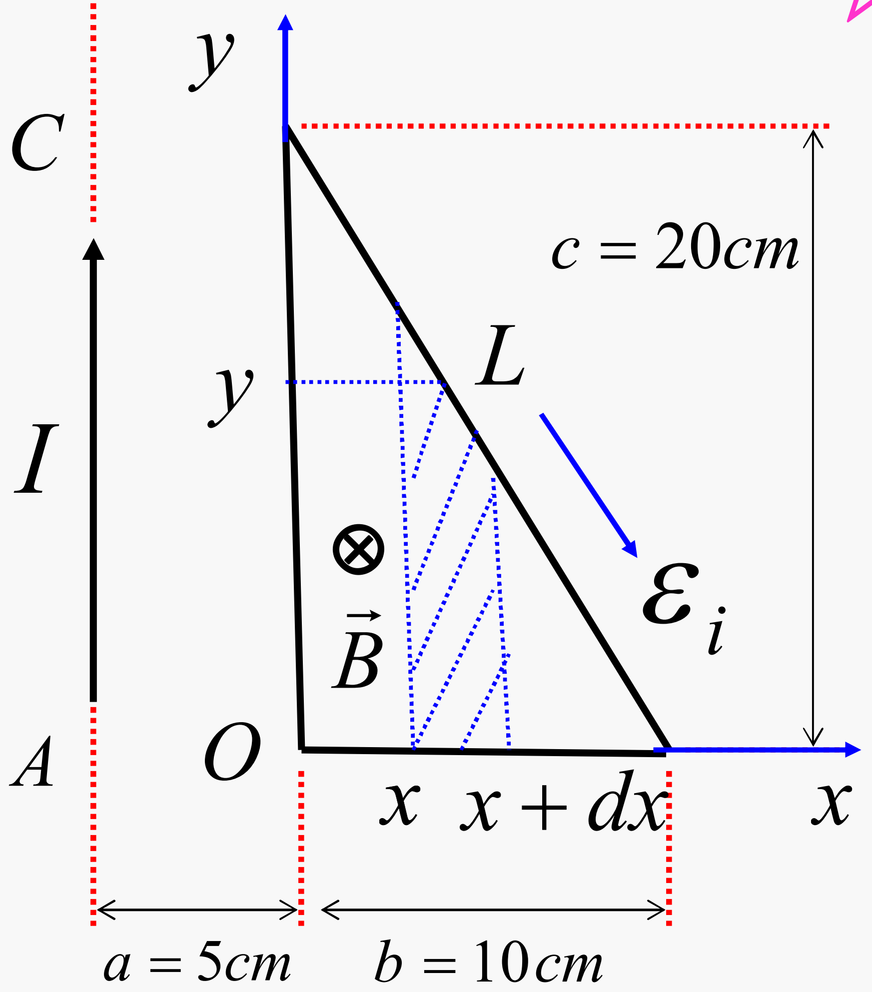
分析：电流（变化：增加），在回路处产生磁场，方向垂直纸面向里。由于电流变化，磁场变化，穿过回路的磁通量变化，所以在回路处产生感应电动势。



解： 规定：L 和的 ε_i 正方向如图 $\vec{B}$ 与法线 L 方向相同

建立如图所示的直角坐标系， $\Phi > 0$

在 x 处的磁场



$$B(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I(t)}{x+a}$$

在 x 处取宽 dx 的长条，
穿过长条的磁通量为

$$d\Phi(t) = B(t)\,y\,dx$$

$$= \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{-\frac{c}{b}x + c}{x+a}dx$$

穿过直角三角形回路的磁通量为

$$\Phi(t)=\int d\Phi(t)$$

$$=\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\int_0^b \frac{-\frac{c}{b}x+c}{x+a}dx$$

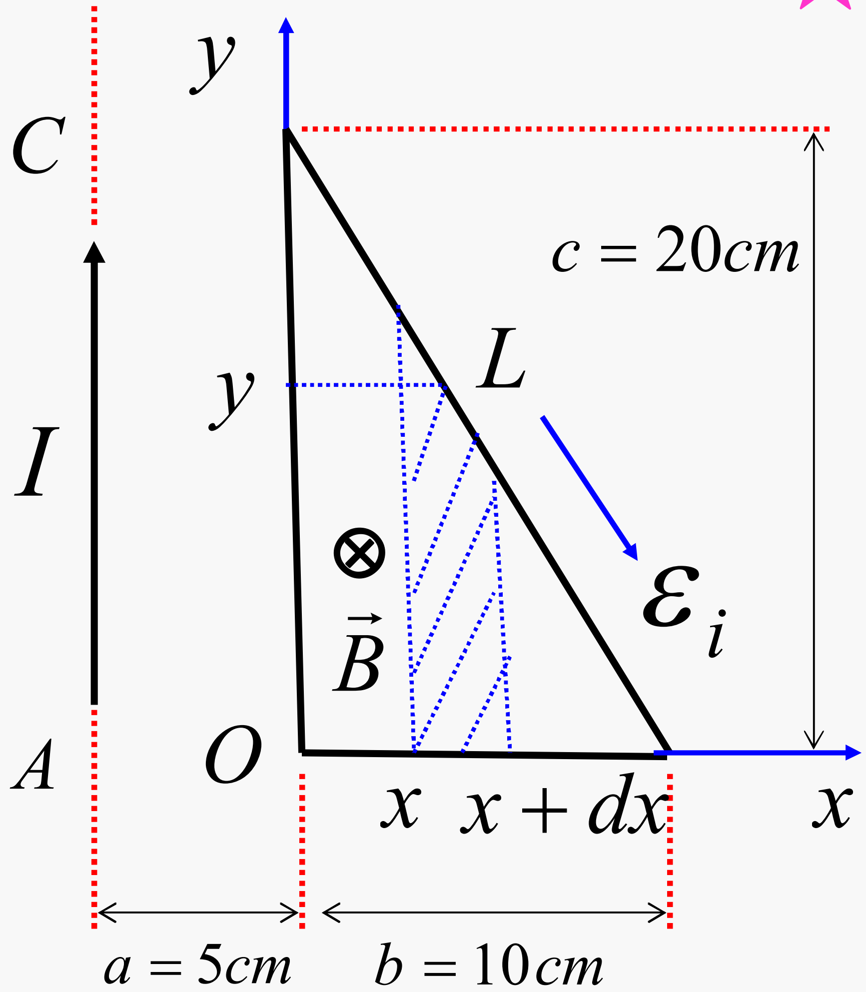
$$=2.59\times10^{-8}I(t)$$

回路中的感应电动势

$$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$=-2.59\times10^{-8}\frac{dI(t)}{dt}$$

$$=-5.18\times10^{-8}(V)$$

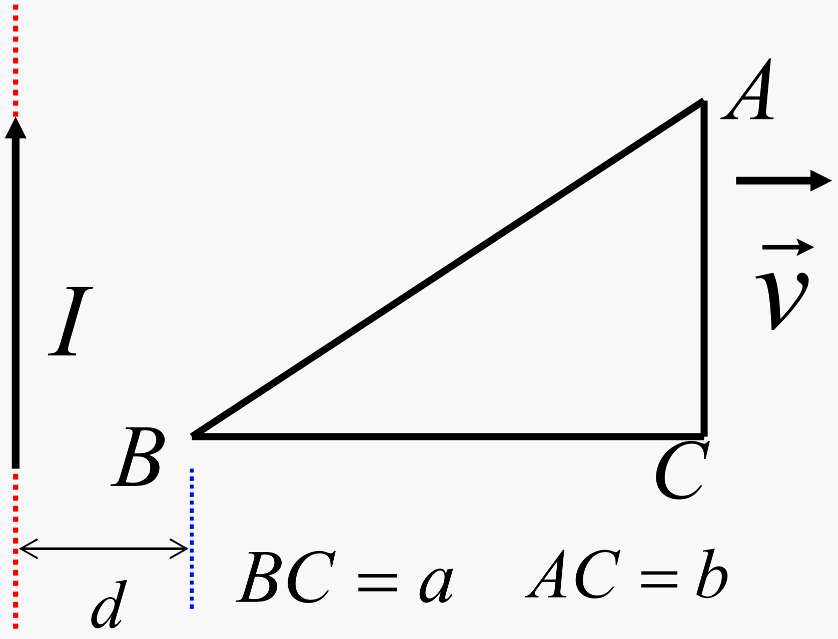


$\varepsilon_i<0$ 感应电动势的实际方向与规定的正方向相反

例：无限长直导线，通以电流 I

线圈以垂直于导线方向的速度向右平移

求：线圈中的感应电动势



分析：电流 I ，
在直角三角形回路处产生磁场，
方向垂直纸面向里。

线圈各边在磁场中运动，各边均有可能产生动生电动势，
回路中的总电动势是各边产生动生电动势的代数和，
可以用动生电动势来求感应电动势。

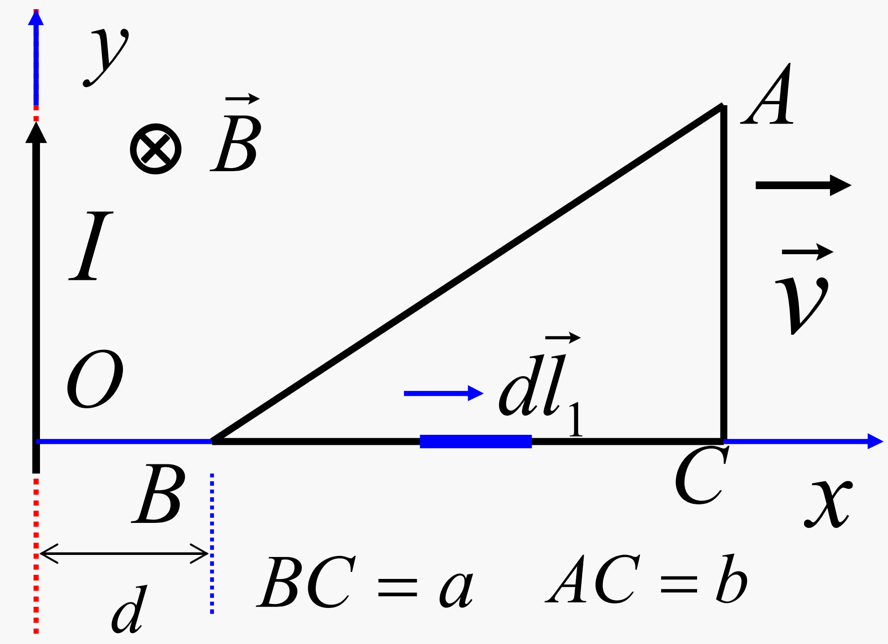
闭合线圈，在非均匀磁场中运动，穿过回路的磁通量变化，
在直角三角形回路处产生感应电动势，
可以用法拉第定律来求感应电动势。

（一）动生电动势（1）

$$\vec{v}=v\vec{i} \qquad \vec{B}(x)=-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k}$$

$$\vec{v}\times\vec{B}=v\vec{i}\times\left(-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k}\right)$$

$$=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{x}\vec{j}$$



☆

BC 段：线元 $d\vec{l}_1=dl_1\vec{i}$

$$d\varepsilon_{BC}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}_1=\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{x}\vec{j}\right)\cdot dl_1(\vec{i})=0$$

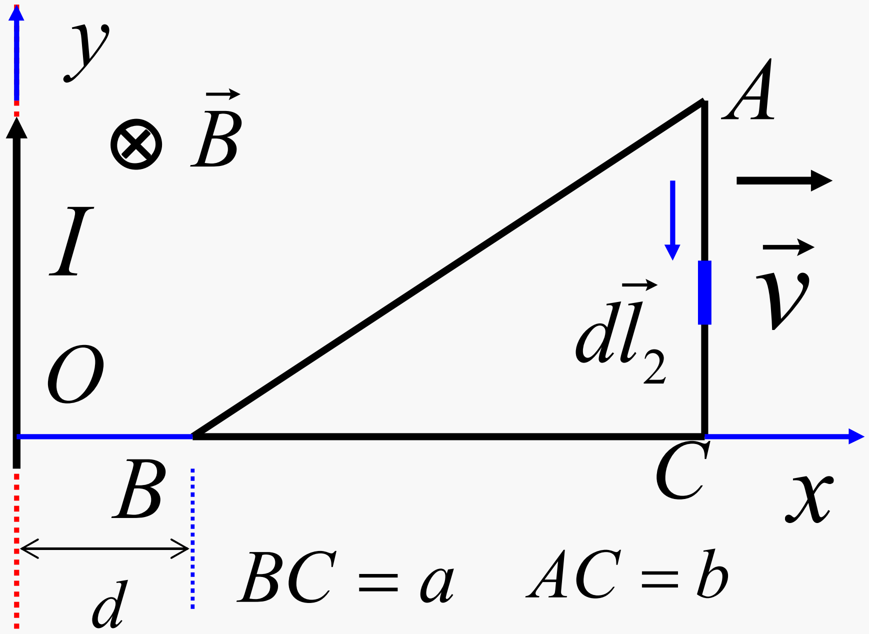
$$\varepsilon_{BC}=\int d\varepsilon_{BC}=0 \qquad \varepsilon_{CB}=-\varepsilon_{BC}=0$$

（一）动生电动势（2）

$$\vec{v} = v\vec{i} \qquad \vec{B}(x) = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k}$$

$$\vec{v}\times\vec{B} = v\vec{i}\times(-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k})$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{d+a}\vec{j}$$



☆

AC 段：线元 $d\vec{l}_2 = -dl_2\vec{j}$

$$d\varepsilon_{AC} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}_2 = (\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{d+a}\vec{j})\cdot dl_2(-\vec{j}) = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{vI}{d+a}dl_2$$

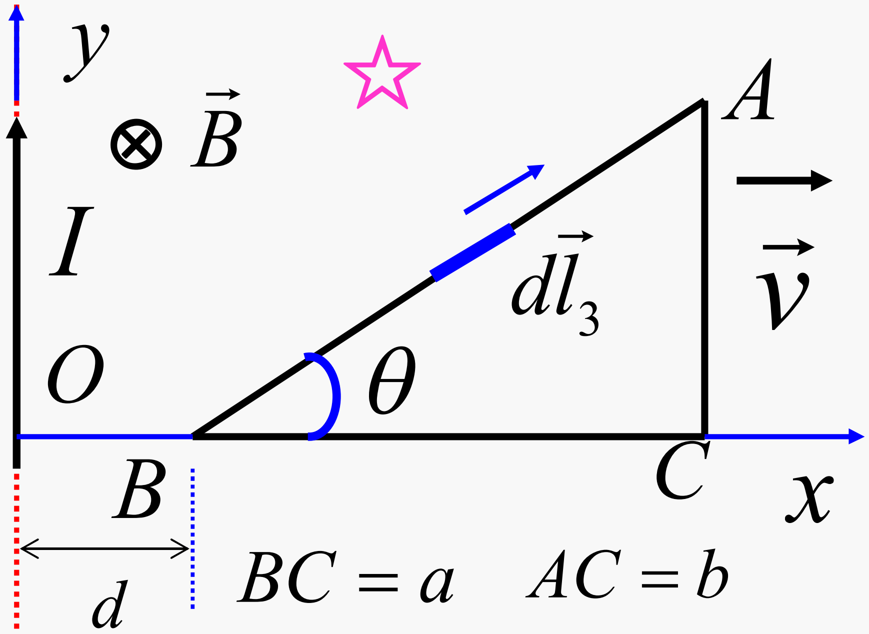
$$\varepsilon_{AC} = \int d\varepsilon_{AC} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{vI}{d+a}\int_A^C dl_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{vI}{d+a}b$$

（一）动生电动势（3）

$\vec{v}=v\vec{i}\qquad \vec{B}(x)=-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k}$

$$\vec{v}\times\vec{B}=v\vec{i}\times\left(-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\vec{k}\right)$$

$$=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{x}\vec{j}$$



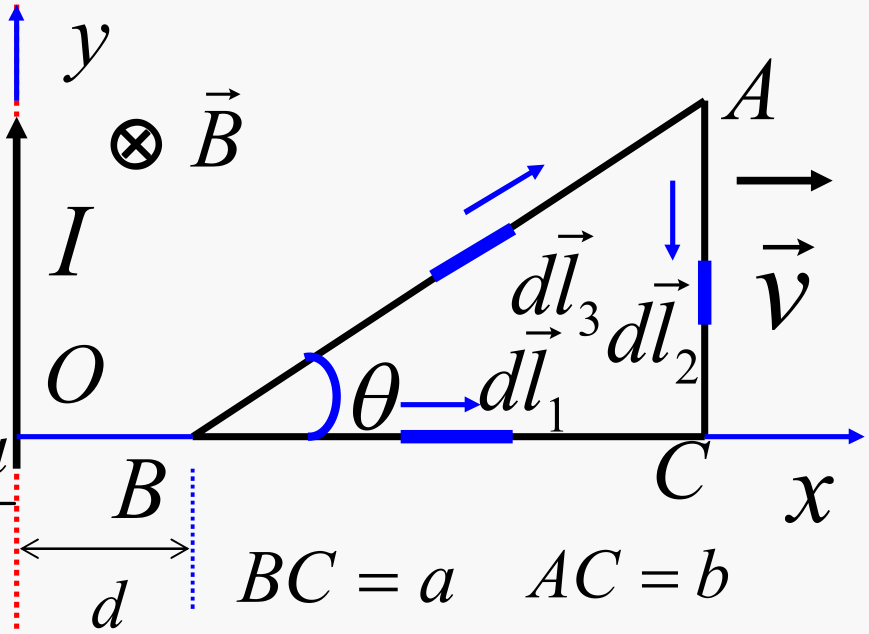
BA段：线元 $d\vec{l}_3=\vec{i}\,dx+\vec{j}\,dy=\vec{i}\,dx+\vec{j}\tan\theta dx=\vec{i}\,dx+\vec{j}\,\frac{b}{a}dx$

$$d\varepsilon_{BA}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}_3=\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Iv}{x}\vec{j}\right)\cdot\left(\vec{i}\,dx+\vec{j}\,\frac{b}{a}dx\right)=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\frac{dx}{x}$$

$$\varepsilon_{BA}=\int d\varepsilon_{BA}=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\ln\frac{d+a}{a}$$

（一）动生电动势（4）

闭合回路的感应电动势



$$\varepsilon_{ACBA} = \varepsilon_{AC} + \varepsilon_{CB} + \varepsilon_{BA}$$

$$= -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{vI}{d+a}b + \frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\ln\frac{d+a}{a}$$

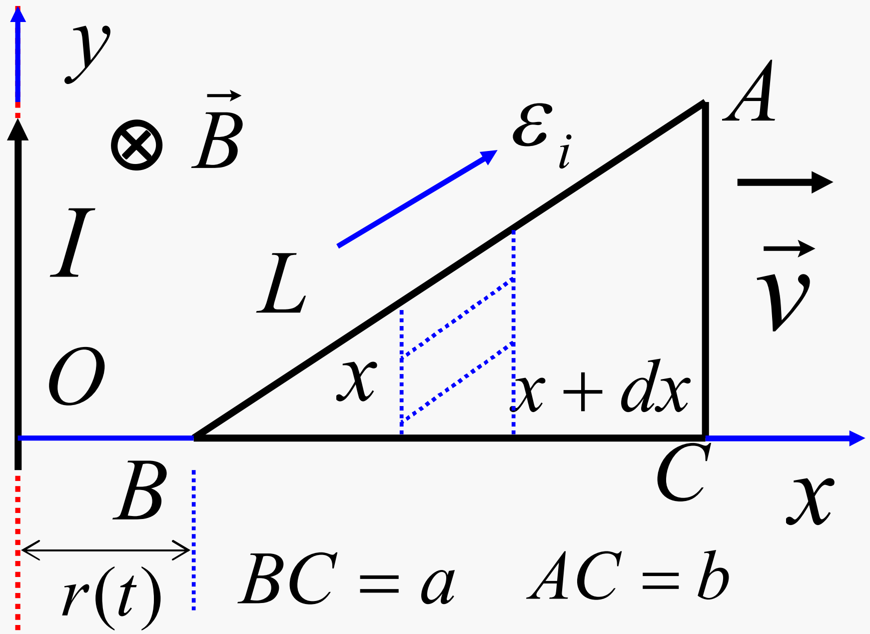
$$\varepsilon_{ACBA} > 0$$

感应电动势的实际方向为：顺时针，☆

大小为

$$\varepsilon_i = \frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\ln\frac{d+a}{a} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{vI}{d+a}b$$

（二）解法二 $\Phi > 0$



x 处的磁场：

$$B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$$

穿过长条的磁通量为：

$$d\Phi = B(x)\,y\,dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\left[\frac{b}{a}x - \frac{b}{a}r(t)\right]dx$$

穿过回路的磁通量

$$\Phi(t) = \int d\Phi(t) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi a}\int_{r(t)}^{r(t)+a}\left[1 - \frac{r(t)}{x}\right]dx$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi a}\left[a - r(t)\ln\frac{r(t)+a}{r(t)}\right]$$

☆

回路中的感应电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi a}[\frac{dr}{dt}\ln\frac{r(t)+a}{r(t)} - r(t)\frac{r(t)}{r(t)+a}\frac{a}{r^2(t)}\frac{dr}{dt}]$$

$$= \frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}[\ln\frac{r(t)+a}{r(t)} - \frac{a}{r(t)+a}]$$

☆

$$r(t) = d \Rightarrow \varepsilon_i = \frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}(\ln\frac{d+a}{d} - \frac{a}{d+a}) \qquad \varepsilon_i > 0$$

感应电动势的实际方向为：顺时针，

大小为 $\varepsilon_i = \dfrac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\ln\dfrac{d+a}{a} - \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{vI}{d+a}b$