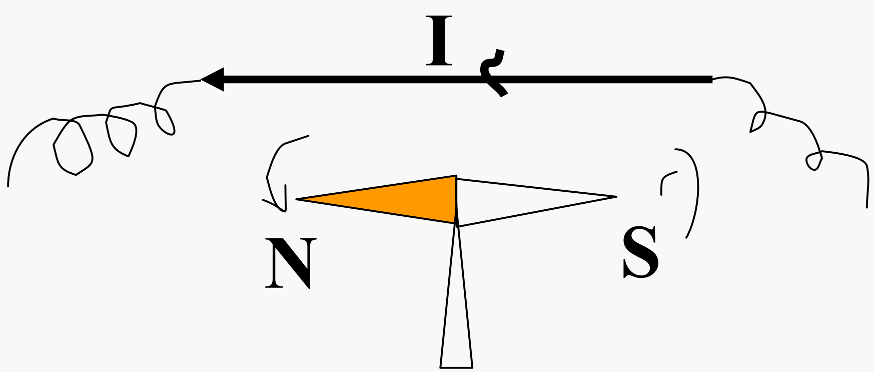
第八章 恒定磁场

静止电荷在其周围产生静电场；运动电荷即电流在其周围也会产生电场。当电流不随时间变化时，是稳恒电场。本章我们讲--------在运动电荷周围也会产生磁场。运动电荷之间的相互作用是通过电场和磁场传递的。

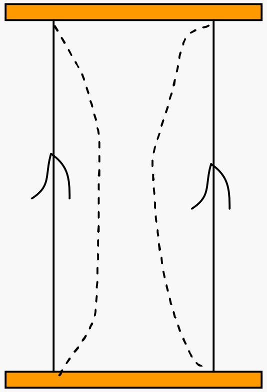
8.1 磁场　　磁感应强度

一．　有关实验　　1、奥斯特实验（电流的磁效应）

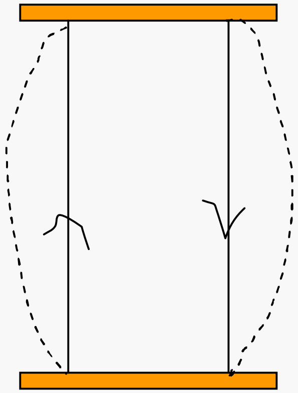


1820年做出此实验，它在历史上第一次揭示了电现象和磁现象的联系，对电磁学的发展起着重要的作用

2. 两段平行放置的并两端固定的导线



同向相吸



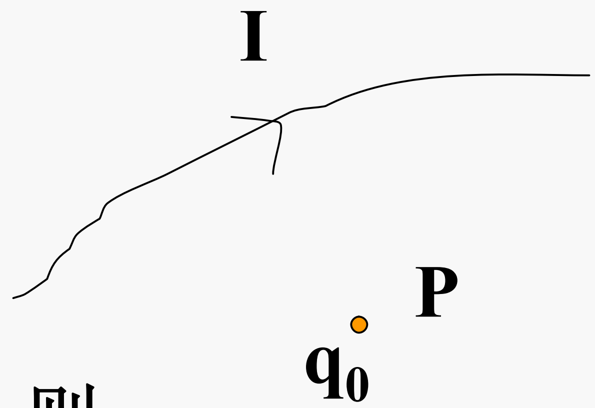
异向相斥

事实说明：运动电荷在其周围不仅会产生电场，也会产生磁场。则在其间的运动电荷就会受到这两个场施于它的力。

电流（运动电荷）→ 磁场 → 电流（运动电荷）

描述磁场性质的物理量用磁感应强度$\vec{B}$来描述。

二. 磁场　　磁感应强度



一稳恒电流I，在其周围存在电场，场强为 $\vec{E}$

1) 一试验电荷q_0 静止放在P点，则其受到的电场力

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

2)当q_0 是运动的，通过P点的速度为 $\vec{v}$, 此时受的力的大小与方向与上电场力都不同，设受力为 $\vec{F}$

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

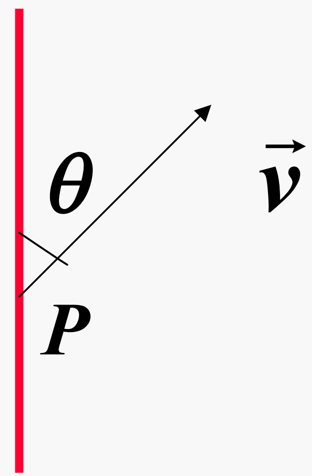
前一项与电荷运动速度无关
后一项与电荷运动速度有关

与电荷运动速度有关的力，称为磁力。磁力仅仅对运动电荷才会出现，通常称洛仑兹力。

1、磁感应强度的大小：

实验表明：磁力的大小与 q 、$\vec{v}$有关，与 $q\vec{v}$ 成正比，与$\vec{v}$ 的方向有关。

磁线：运动电荷沿此磁线方向运动时，不受磁力。



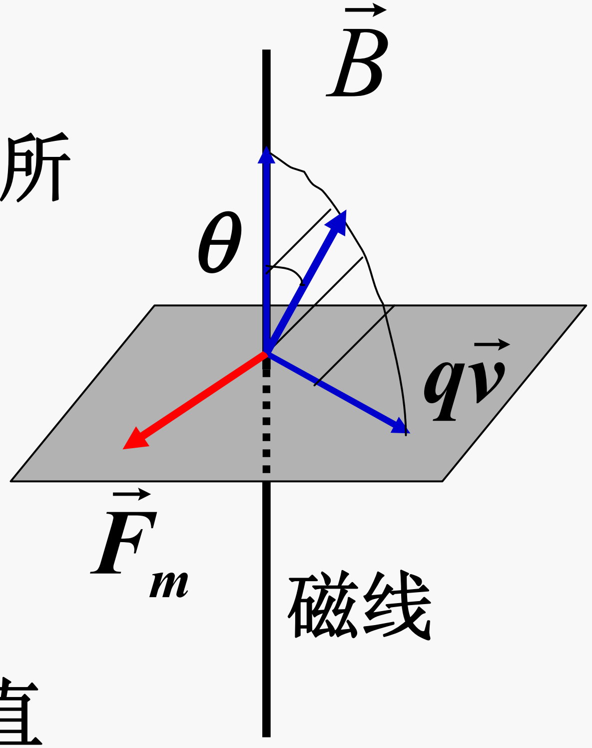
$$F_m \propto qv\sin\theta$$

$$B = \frac{F_m}{qv\sin\theta}$$

B 称为 P 点磁感应强度的大小

2、磁感应强度的方向

实验表明：磁力的方向是沿$q\vec{v}$与磁线所构成的平面的法线方向。



当 $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 时，此时受的磁力最大

这时：$\vec{F}_{max}, q\vec{v}$ 和磁线三者互相垂直

定义：$\boxed{\vec{F}_{max} \times q\vec{v}}$ 所指的方向称为**磁感应强度**的方向，它与磁线平行。

单位：　特斯拉(T)　　高斯 (G)　　$1T = 10^4 G$

3. 实验表明：磁场和电场一样，遵循叠加原理。

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

三、洛仑兹力公式

运动电荷在磁场中受力为：

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

洛仑兹力公式

大小：$F = qvB\sin\theta$

方向： 右手螺旋定则

运动电荷在电磁场中受力：

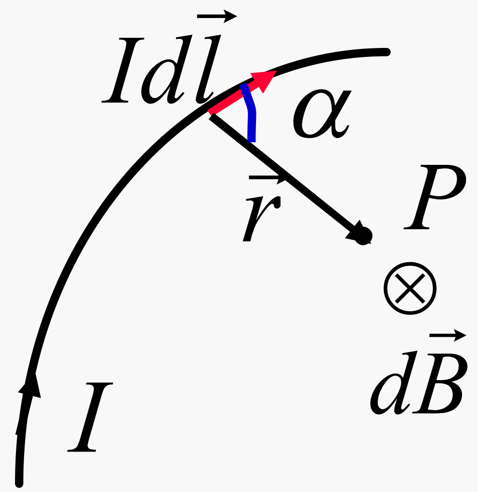
$$\boxed{\vec{f} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

电场力，与电荷的运动状态无关

磁场力，运动电荷才受磁力

8.2 毕奥—萨伐尔定律

一、毕奥----萨伐尔定律



电流元： $Id\vec{l}$

由实验：一电流元 $Id\vec{l}$ 在某点 P产生的磁场的磁感应强度为：

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

⟹ 毕奥---萨伐尔定律

$\vec{r}_0$ 为 $\vec{r}$ 方向单位矢量

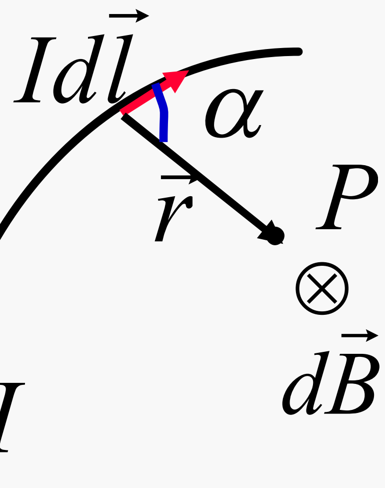
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} (N/A^2)$$

真空中的磁导率

大小：$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}$

方向： $d\vec{B} \perp \vec{r}_0,\ Id\vec{l}$

一段长为L 的直导线其在 P 点产生的 $\vec{B}$是各个 $Id\vec{l}$在该处产生的 $d\vec{B}$ 的矢量叠加。（叠加原理）



$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

二、应用

简单形状载流导线的磁场

1) 载流直导线产生的磁场

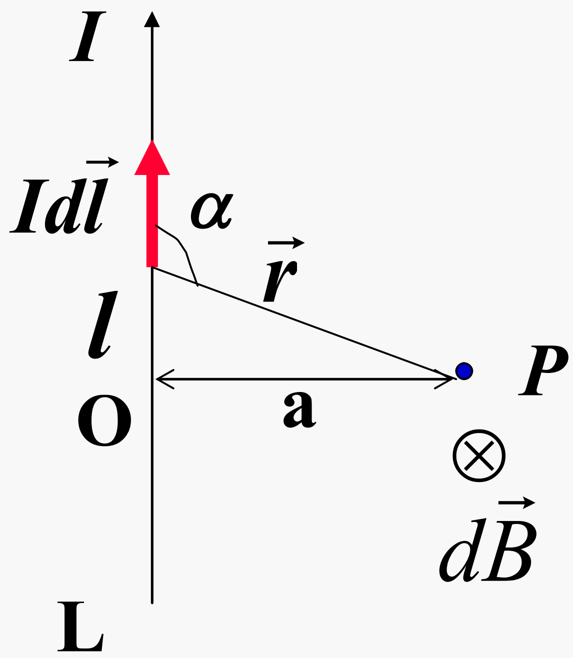
2) 载流圆线圈产生磁场。

复杂的可看做是这两种简单的叠加。

例1 载流直导线的磁场

$Id\vec{l}$ 的在 P 点的 $d\vec{B}$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$



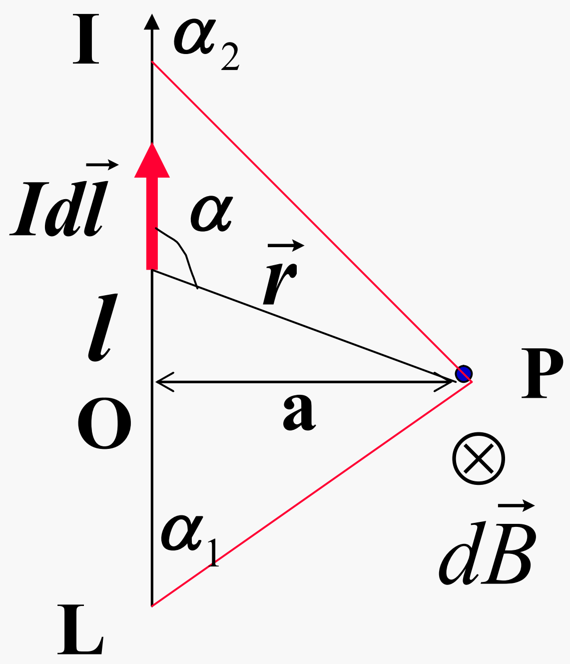
大小： $dB=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl\ \sin\alpha}{r^2}$

方向：垂直纸面向里

长为 L 的直导线在 P 点的 B

$$B=\int_L dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

$$B=\int_L dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$



做代换：

$$\begin{cases} r=\dfrac{a}{\sin\alpha} \\ l=-a\,ctg\,\alpha \\ dl=\dfrac{a}{\sin^2\alpha}d\alpha \end{cases}$$

得：

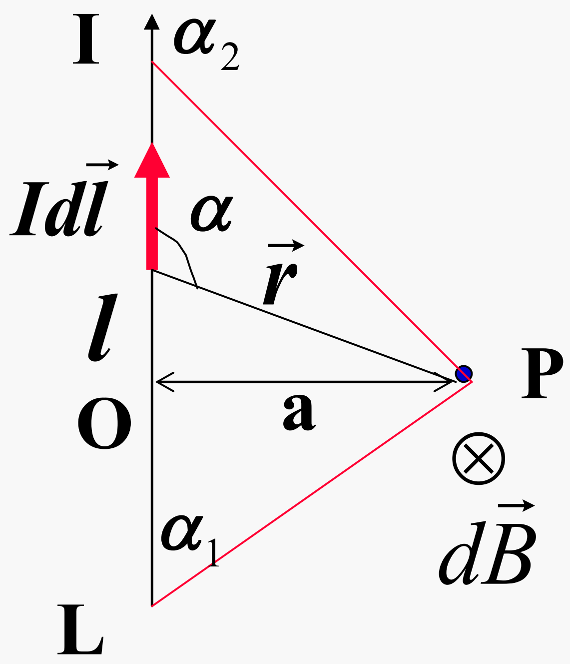
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)}$$

方向：以直导线为轴线的圆周的切线方向，与电流构成右手螺旋法则。

大小：$B\propto\dfrac{1}{a},I$

离导线越远，B越小

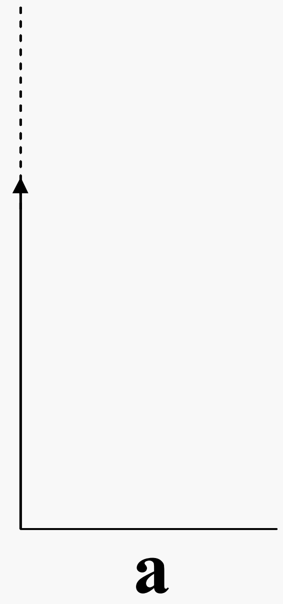
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



特例： 1) 导线无限长时

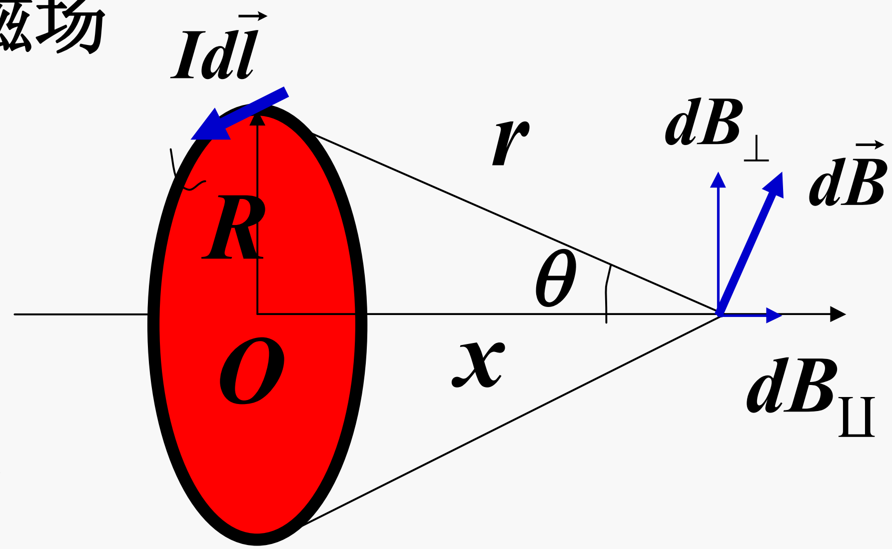
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

2) 半无限长时



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

例2 载流圆线圈轴线上的磁场



电流元产生的磁场

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

垂直分量相互抵消，只剩下平行分量的标量叠加。

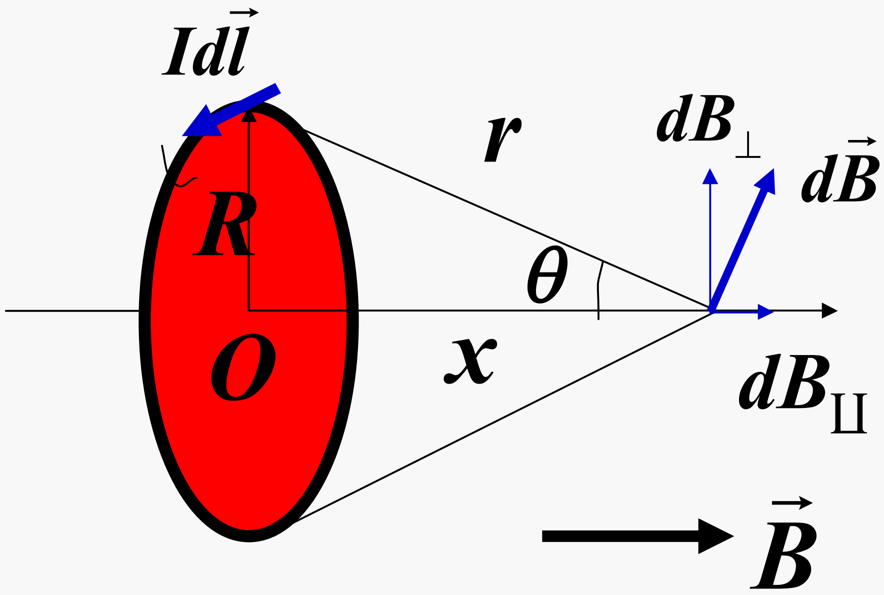
$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl \cdot \sin\theta}{r^2}$$

载流圆线圈产生磁场

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \pi R \sin\theta}{2\pi r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I \pi R \sin\theta}{2\pi r^2}$$



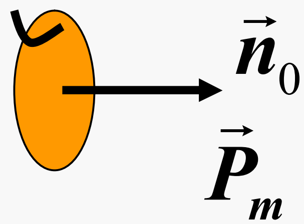
做代换：

$$B = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 IS}{2\pi (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$S = \pi R^2$
线圈所围面积

引入磁偶极子的概念：



磁矩： $\vec{P}_m = I S \vec{n}_0$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{P}_m}{2\pi (x^2 + R^2)^{3/2}}}$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 P_m}{2\pi(x^2+R^2)^{3/2}}}$$

特例： 1) 圆心处 $x=0$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

2) 无限远处 $x>>R$

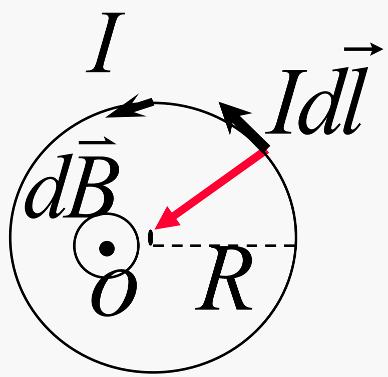
$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{P}_m}{x^3}$$

电偶极子 电偶极矩 $\vec{p}_e$ $-\longrightarrow+$

磁偶极子 磁偶极矩 $\vec{p}_m$ I

也可直接计算：(圆心)

任取电流元 $Id\vec{l}$



在场点0的磁感强度方向

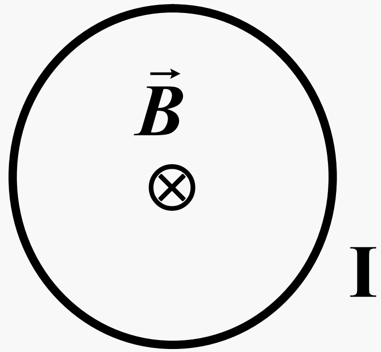
垂直纸面向外大小为

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$$

各电流元的磁场方向相同 大小直接相加

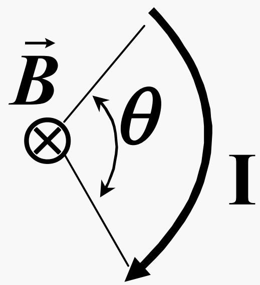
$$B = \int_L \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_L dl = \frac{\mu_0 I}{2R} \qquad \vec{B} \odot$$

载流圆环　　圆心角 $\theta = 2\pi$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

载流圆弧　　圆心角 θ

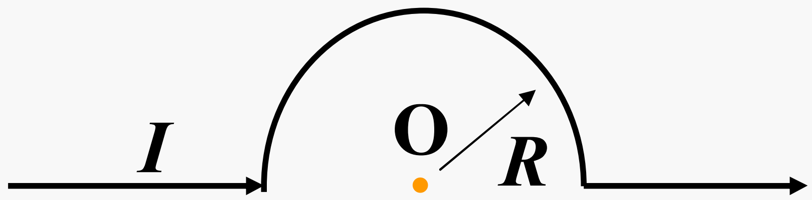


$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \bullet \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$$

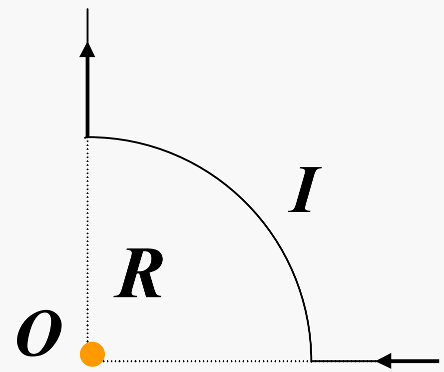
半圆，1/3园……,在园心处的磁场？

利用叠加原理求组合导线的磁场

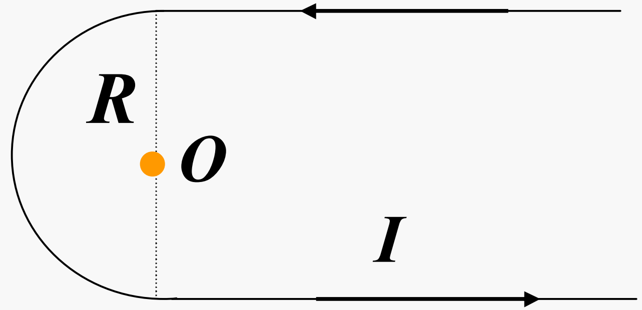
例3 如图， 求圆心O点的 $\vec{B}$



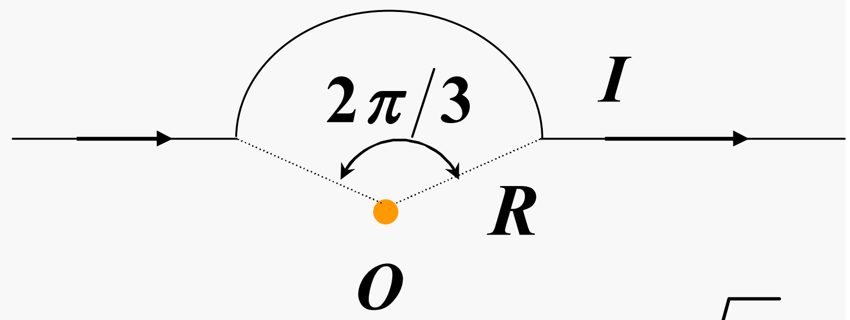
$$B=\frac{\mu_0 I}{4R}\ \otimes$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{8R}\ \odot$$



$$B=\frac{\mu_0 I}{4R}+\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\ \odot$$



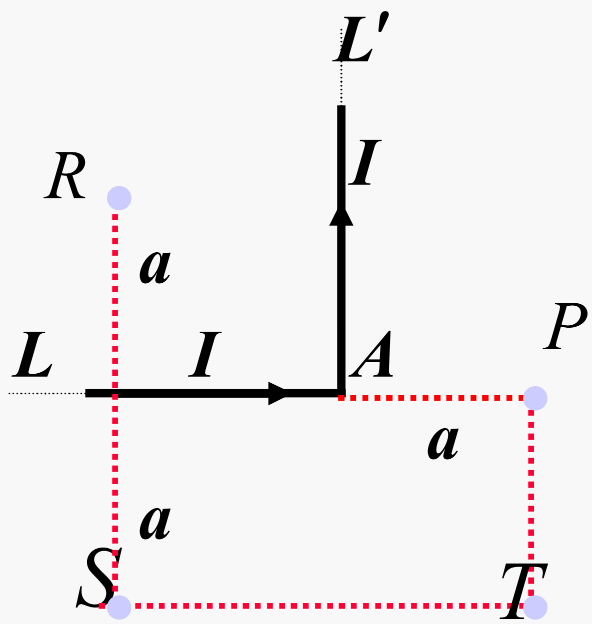
$$B=\frac{\mu_0 I}{6R}+\frac{\mu_0 I}{\pi R}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\otimes$$

例 无限长载流直导线弯成如图形状

$I = 20\,A \quad a = 4cm$

求： P、R、S、T四点的 $\vec{B}$



解： P点 $B_p = B_{LA} + B_{L'A}$

$$= 0 + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} = 5 \times 10^{-5}\,T$$

方向 $\otimes$

R点 $B_R = B_{LA} + B_{L'A}$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0 - \cos\frac{3}{4}\pi) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{1}{4}\pi - \cos\pi)$$

$$= 1.71 \times 10^{-5}\,T$$

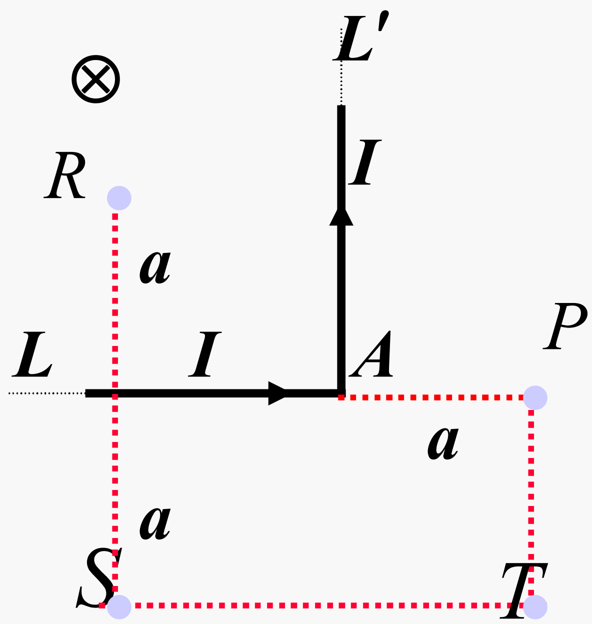
方向 $\odot$

S点

$$B_{LA}=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0-\cos\frac{3}{4}\pi)\quad 方向\quad \otimes$$

$$B_{L'A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{3}{4}\pi-\cos\pi)\quad 方向\ \odot$$

$$B_S=B_{LA}-B_{L'A}=7.07\times10^{-5}T\quad 方向\quad \otimes$$



T点

$$B_{LA}=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0-\cos\frac{\pi}{4})\quad 方向\ \otimes$$

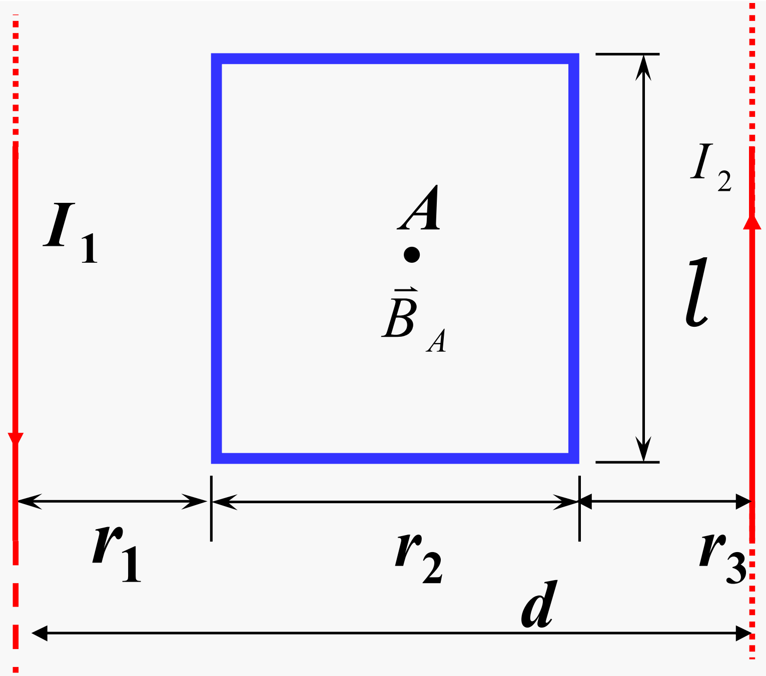
$$B_{L'A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{3}{4}\pi-\cos\pi)\quad 方向\quad \otimes$$

$$B_T=B_{LA}+B_{L'A}=2.94\times10^{-5}T\quad 方向\ \otimes$$

#例 两平行载流直导线

求 两线中点 $\vec{B}_A$

#过图中矩形的磁通量



$d = 40\,cm$

$r_2 = 20\,cm$

$l = 25\,cm$

$r_1 = r_3 = 10\,cm$

$I_1 = I_2 = 20\,A$

解：I_1、I_2在A点的磁场

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, d/2}$$

$$= 2.0\times10^{-5}\,T$$

$$B_A = B_1 + B_2 = 4.0\times10^{-5}\,T$$

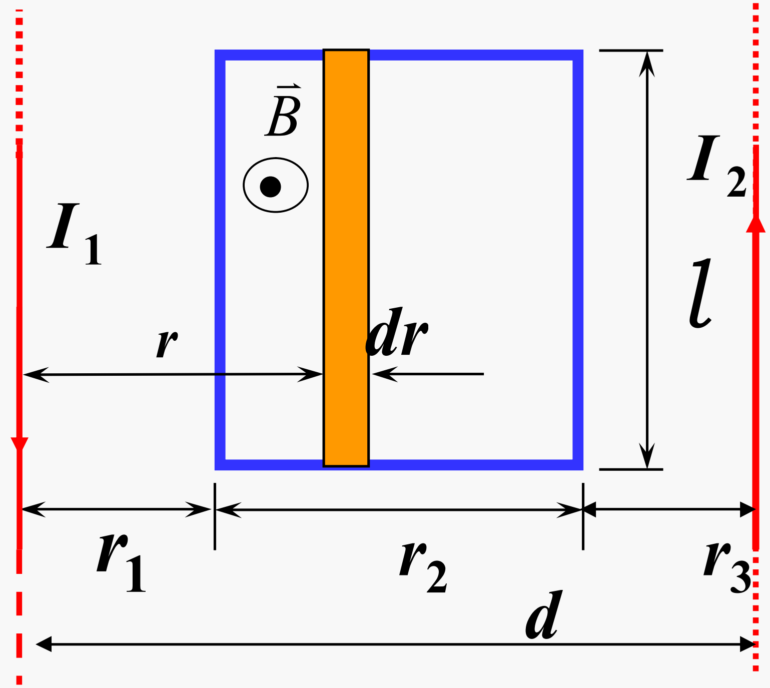
方向 $\odot$

如图在距1为r处取一宽为dr的面元,则有

$$d\Phi_m = \vec{B}\cdot d\vec{S} = Bldr$$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)}$$

方向 $\odot$



$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \int_{r_1}^{r_1+r_2}\left[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-r)}\right] l dr$$

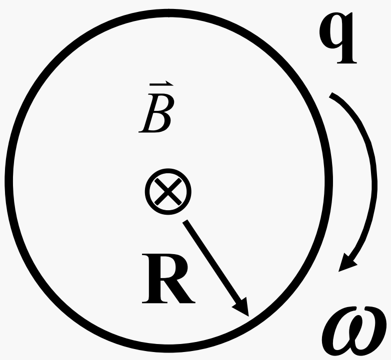
$$= \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi}\ln\frac{r_1+r_2}{r_1} + \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi}\ln\frac{d-r_1}{d-r_1-r_2}$$

$$= 2.26\times 10^{-6}\ \text{Wb}$$

例 均匀带电圆环

已知：q、R、ω 圆环绕轴线匀速旋转

求圆心处的 $\vec{B}$



解： 带电体转动，形成运流电流

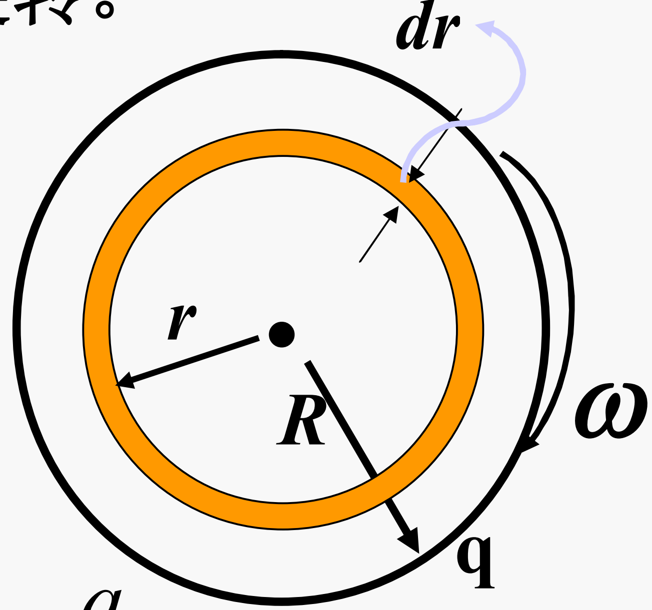
$$I = \frac{q}{T} = \frac{q}{2\pi/\omega} = \frac{q\omega}{2\pi}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 q\omega}{4\pi R}$$

例 均匀带电圆盘

已知：q、R、ω 圆盘绕轴线匀速旋转。

求圆心处的 $\vec{B}$ 及圆盘的磁矩



解：如图取半径为r,宽为dr的环带。

元电流 $dI = \dfrac{dq}{T} = \dfrac{dq}{2\pi/\omega} = \dfrac{\omega}{2\pi}dq$

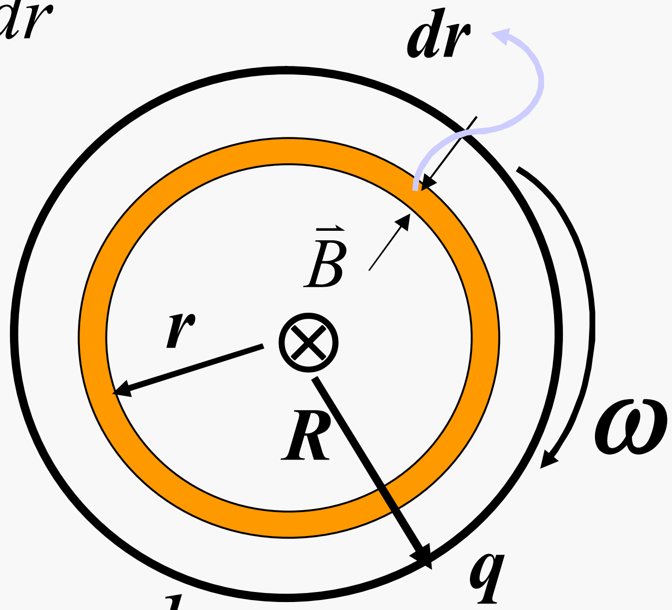
$$dq = \sigma ds = \sigma \cdot 2\pi r dr$$ 其中 $\sigma = \dfrac{q}{\pi R^2}$

$$dI = \sigma\omega r dr$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0}{2r}\sigma\omega r dr$$

$$B=\int dB=\int\frac{\mu_0 dI}{2r}=\int_0^R\frac{\mu_0}{2r}\sigma\omega r dr$$

$$=\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}=\frac{\mu_0\omega q}{2\pi R}$$



线圈磁矩 $\vec{P}_m=IS\vec{n}$

如图取微元 $dP_m=SdI=\pi r^2\sigma\omega r dr$

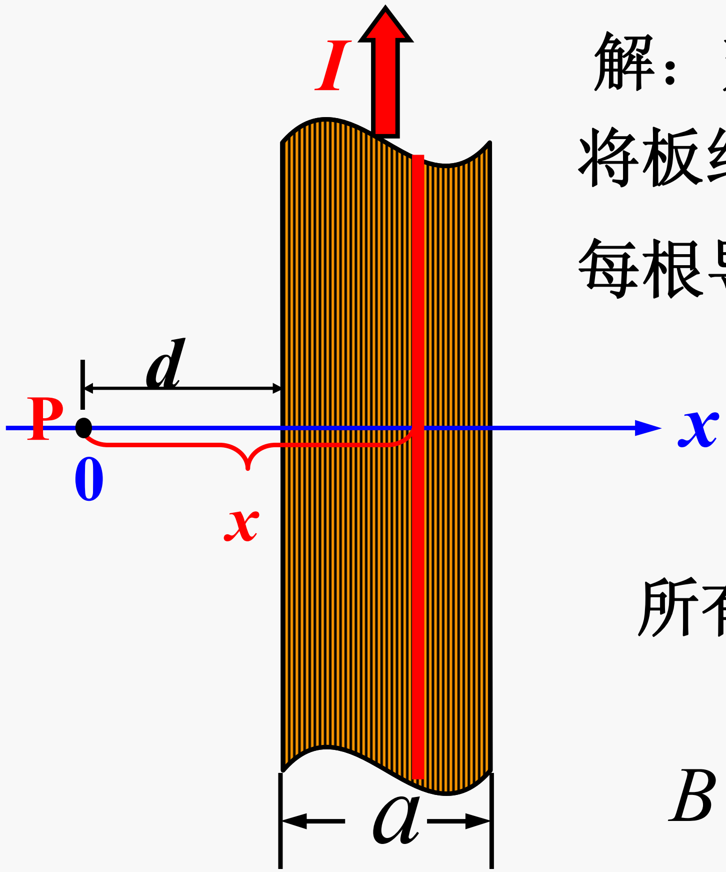
$$P_m=\int dP_m=\int_0^R\pi r^2\sigma\omega r dr=\frac{\pi\sigma\omega R^4}{4}$$

方向：$\otimes$

例题

宽度为 a 的无限长金属平板，均匀通电流I，

求：图中P点的磁感应强度。



解：建立坐标系

将板细分为许多无限长直导线

每根导线宽度为 dx 通电流 $dI = \frac{I}{a}\mathrm{d}x$

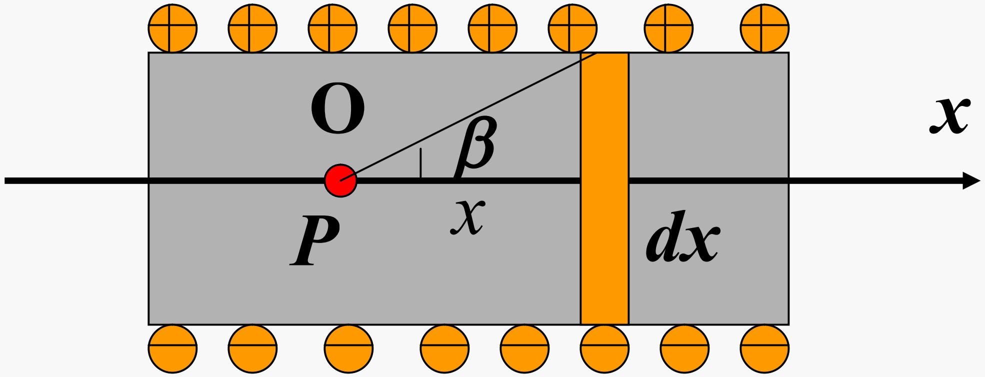
$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 dI}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}x}{2\pi ax}$$

所有dB 的方向都一样：$\odot$

$$B = \int_d^{a+d} \frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}x}{2\pi ax} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\frac{a+d}{d}$$

#例 长为 l 的直螺线管轴线上的 $\vec{B}$，半径为R，单位长度的匝数为 n，电流强度为I。求：轴线上P点的磁感应强度？

解：取一dx 段螺线管元



此螺线管元相当于

$I' = ndxI$ 圆线圈

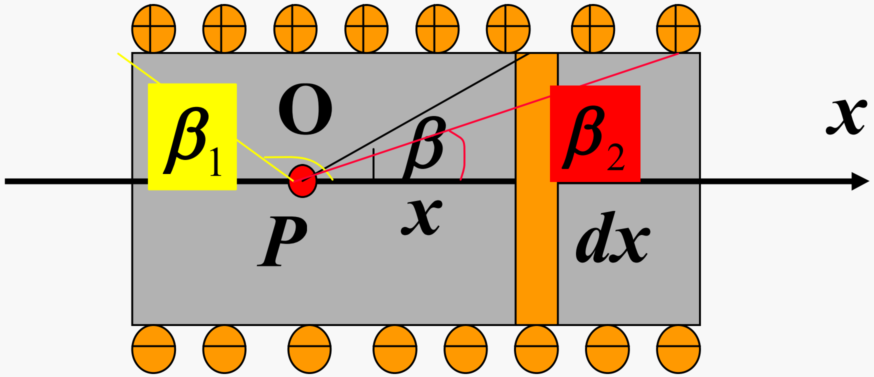
$$dB = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi(x^2+R^2)^{3/2}}$$

方向向右

$$\therefore \quad B = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\int \frac{P_m}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\int \frac{I'S}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\int \frac{nI\pi R^2 dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}\int \frac{R^2 dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



代换：
$$\begin{cases} x = R\,ctg\beta \\ dx = -R\dfrac{d\beta}{\sin^2\beta} \end{cases}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)}$$

特例：1) 无限长螺线管 $\beta_1 = \pi \quad \beta_2 = 0$

$$\boxed{B = \mu_0 nI}$$

2) 在螺线管的两个端点 $\beta_1 = \pi/2, \beta_2 = 0$

$$\boxed{B = \mu_0 nI/2}$$