一、绝对时空

伽利略变换

牛顿力学的相对性原理

二、 狭义相对论的两条基本假设

1 爱因斯坦相对性原理

2 光速不变原理

洛仑兹变换

新时空观

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y \qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad z = z'$$

§4 狭义相对论时空观

"同时性"的相对性　时间膨胀　长度收缩

一、"同时性"的相对性

	S	S'
事件1	(x_1, t_1)	(x_1', t_1')
事件2	(x_2, t_2)	(x_2', t_2')

如两事件在S系中不同地点同时发生　$x_1 \neq x_2$　$t_1 = t_2$

即　$\Delta t = t_2 - t_1 = 0; \Delta x = x_2 - x_1 \neq 0$

S'系中是否同时发生？　$\Delta t' = t_2' - t_1' = ?$

由 $$t_1' = \frac{t_1 - \frac{u}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$ 和 $$t_2' = \frac{t_2 - \frac{u}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

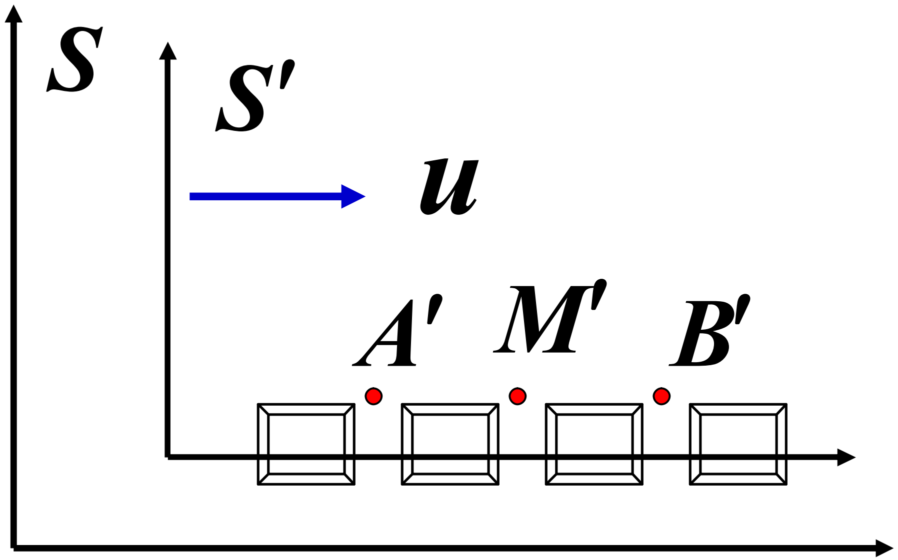
$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

因为 $\Delta x \neq 0$

且 $\Delta t = 0$ $\Rightarrow$ $\Delta t' \neq 0$

S'系中不是否同时发生 “同时性”是相对的

S' Einstein train



S 地面参考系

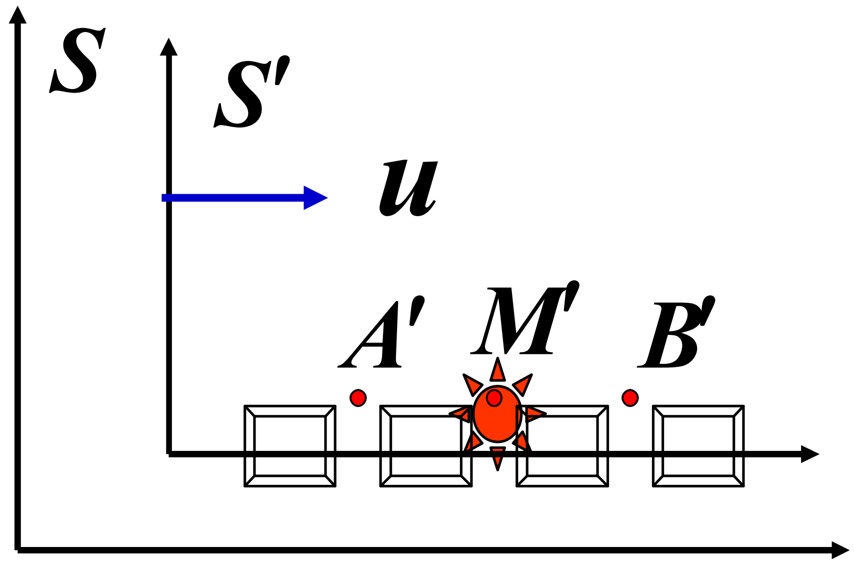
实验装置

在火车上 A'、B' 分别放置信号接收器

中点 M' 放置光信号发生器

$t = t' = 0$ M' 发一光信号

$t = t' = 0$　M'发一光信号



事件1　　A' 接收到闪光

事件2　　B' 接收到闪光

两事件发生的时间间隔

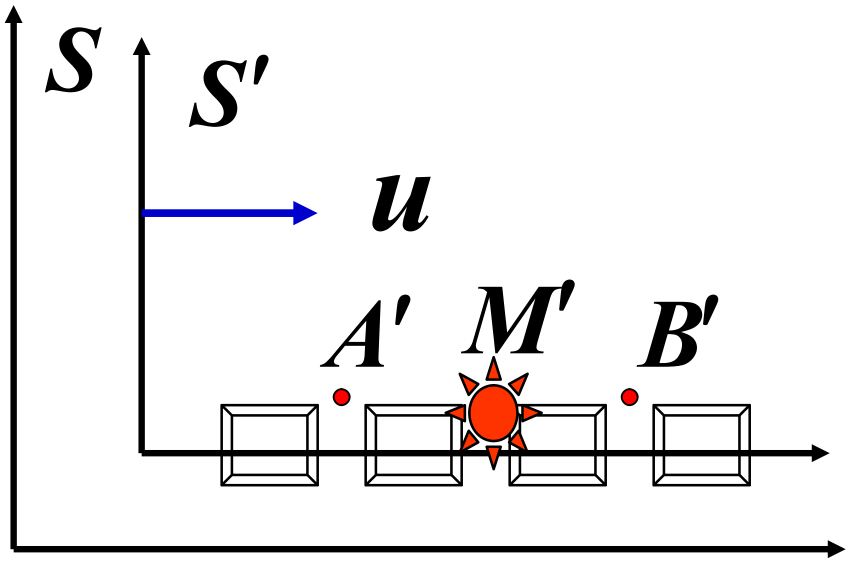
S' ?　　　S ?

S'　　M' 发出的闪光　光速为c

$\because \overline{A'M'} = \overline{B'M'}$　$\therefore$ A'　B' 同时接收到光信号

事件1、事件2　在S'同时发生

S 系中的观察者？



M' 处闪光　光速也为 c

A'　B'　随　S' 运动

A' 迎着光　比 B' 早接收到光

事件1、事件2　不同时发生　　事件1先发生

相对观察者在运动后方的事件先发生

- 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果
- 相对效应
- 当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同

注意：

（1）如果在一个惯性系中的同一地点同时发生两事件，则在另一个惯性系中也将是同时发生的。（同一件事）

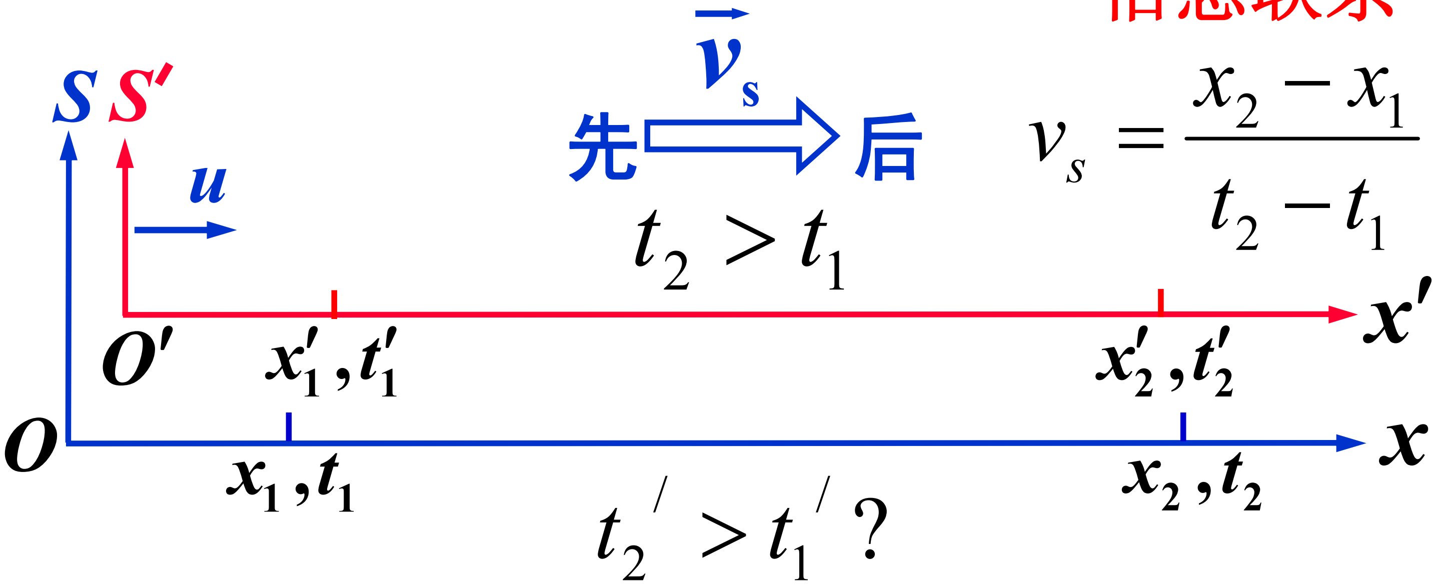
（2）垂直于相对运动方向上发生的两个事件的同时性是绝对的。即：$x_1 = x_2; y_1 \neq y_2 \ldots$ 在另一个惯性系中也将是同时发生的。

（3）时间的量度是相对的。即：对不同参考系，沿相对速度方向发生的同样两个事件之间的时间间隔是不同的。

（4） 因果关系的绝对性 ☆

信息联系

$$v_s = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} < c$$



有因果（有信息联系，$v_s < c$ ） 的两个事件，发生的先后次序(因果性）是绝对的，在任何惯性系中都不应颠倒。但时间间隔可能不同。

证明： $\underline{t_2^{\prime}-t_1^{\prime}}=\gamma(t_2-\frac{u}{c^2}x_2)-\gamma(t_1-\frac{u}{c^2}x_1)$ ☆

$$=\gamma(t_2-t_1)-\gamma\frac{u}{c^2}(x_2-x_1)=\gamma\underline{(t_2-t_1)}(1-\frac{u}{c^2}v_s)$$

因 $\boldsymbol{u<c}$, $\boldsymbol{v_s\le c}$ (t_2-t_1) 和 $(t_2'-t_1')$ 同号。

在 $S^{\prime}$ 系观察，先后次序不颠倒。

但是

无因果（无信息联系）的两个事件，发生的先后次序在不同惯性系可能颠倒。

二 时间膨胀（运动时钟变慢）

相对论测量时间规则：

1、所有的钟是相同的，各自参照系中校对好的；

2、在同一参考系中所用钟是同步的

3、说某事件何时发生的，必须用事发地的钟报时

（所有 参考系到处都有钟）。

讨论：在某系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔(同一只钟测量），与另一系中，在两个地点的这两个事件的时间间隔(两只同步钟分别测量)的关系。

	S	S'
事件1	(x_1, t_1)	(x_1', t_1')
事件2	(x_2, t_2)	(x_2', t_2')
	$x_1 = x_2$	$x_1' \neq x_2'$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = ?$$

Δt 是S系中同一地点发生的两事件的时间间隔，是用S中单一时钟（静止于S系中）测得的两个相继事件的时间数值差；这称为**固有时间间隔（原时）**。

由洛仑兹变换

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$ 和 $$\Delta x = 0$$ $$\Rightarrow \boxed{\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > 1$$

$$\boxed{\therefore \Delta t' > \Delta t}$$

原时最短

反之，若在S'中同一地点先后发生的两事件，其固有时间间隔为 $\Delta t'$， 在 S 中不同地点的同步钟测得的两事件的时间间隔为Δt，则：

由洛仑兹逆变换

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \dfrac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \quad \text{和} \quad \Delta x' = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} > 1 \qquad \boxed{\Delta t > \Delta t'}$$

原时最短

说明

静止在参考系中单一时钟测得的两事件的固有时间间隔总是小于以 u 相对运动的参考系中两个同步时钟测得的同样的两个事件的时间间隔。即运动的时钟变慢，这一效应叫时间膨胀。

讨论

1. 运动时钟变慢效应是时间本身的客观特征

2. 双生子效应

例题###：一列火车以 **108km/h** 的 速度匀速行驶。

1.地面上一信号灯闪光 **10s**，问从车上观测闪光延续了多长时间？

2.火车上一电闪光 **10s**，问从地面上观测闪光延续了多长时间？

解：地面 **S**, 火车 **S'**　　有：u=108km/h=30m/s

(1) 事件 发生在**S**系　　则：$\Delta t' = \Delta t/(\sqrt{1-\beta^2})$

$$\Delta t = 10s, \beta = {}^{u}\!/_{c} = 10^{-7}$$

$$\Delta t' = {}^{10}\!\Big/_{\sqrt{1-(10^{-7})^2}} = 10\times(1+0.5\times10^{-14})s$$

(2)事件 发生在**S'**系　　则：$\Delta t = {}^{\Delta t'}\!\Big/_{(\sqrt{1-\beta^2})}$

$$\Delta t' = 10s, \beta = {}^{u}\!/_{c} = 10^{-7}$$

$$\Delta t = {}^{10}\!\Big/_{\sqrt{1-(10^{-7})^2}} = 10\times(1+0.5\times10^{-14})s$$

结论：任何参考系，相对它静止的钟没有变化，而相对它运动的钟都变慢了。

孪生子佯谬和孪生子效应　　阅读

1961年，美国斯坦福大学的海尔弗利克在分析大量实验数据的基础上提出，寿命可以用细胞分裂的次数乘以分裂的周期来推算。对于人来说细胞分裂的次数大约为50次，而分裂的周期大约是2.4年，照此计算，人的寿命应为120岁。因此，用细胞分裂的周期可以代表生命过程的节奏。

设想有一对孪生兄弟，哥哥告别弟弟乘宇宙飞船去太空旅行。在各自的参考系中，哥哥和弟弟的细胞分裂周期都是2.4年。但由于时间延缓效应，在地球上的弟弟看来，飞船上的哥哥的细胞分裂周期要比2.4年长，他认为哥哥比自己年轻。而飞船上的哥哥认为弟弟的细胞分裂周期也变长，弟弟也比自己年轻。

假如飞船返回地球兄弟相见，到底谁年轻就成了难以回答的问题。

问题的关键是，时间延缓效应是狭义相对论的结果，它要求飞船和地球同为惯性系。要想保持飞船和地球同为惯性系，哥哥和弟弟就只能永别，不可能面对面地比较谁年轻。这就是通常所说的孪生子佯谬（**twin paradox**）。

如果飞船返回地球则在往返过程中有加速度，飞船就不是惯性系了。这一问题的严格求解要用到广义相对论，计算结果是，兄弟相见时哥哥比弟弟年轻。这种现象，被称为孪生子效应。

1971年，美国空军用两组**Cs**（铯）原子钟做实验。发现绕地球一周的运动钟变慢了**203±10ns**，而按广义相对论预言运动钟变慢**184 ± 23 ns**，在误差范围内理论值和实验值一致，验证了孪生子效应。

阅读

例 π^+介子是一种不稳定的粒子（衰变为 μ介子与中微子）。

其静止时平均寿命为 $\tau_0 = 2.5 \times 10^{-8} s$ 。

用高能加速器把介子加速到 $u = 0.99c$，

求：介子平均一生最长行程 。

（实验室测得衰变前通过的平均距离为 $52m$

解：如果用平均寿命与速率相乘，得到

$$l = \tau_0 u = 2.5 \times 10^{-8} \times 0.99 \times 3 \times 10^8 = 7.4m$$

这与实验结果明显不符

☆

如果考虑到相对论时间延缓效应 ☆

$\tau_0 = 2.5 \times 10^{-8} s$ 是介子静止时平均寿命，为固有时

当介子运动时，在实验室测得的平均寿命应该是

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{2.5 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} = 1.8 \times 10^{-7}(s)$$

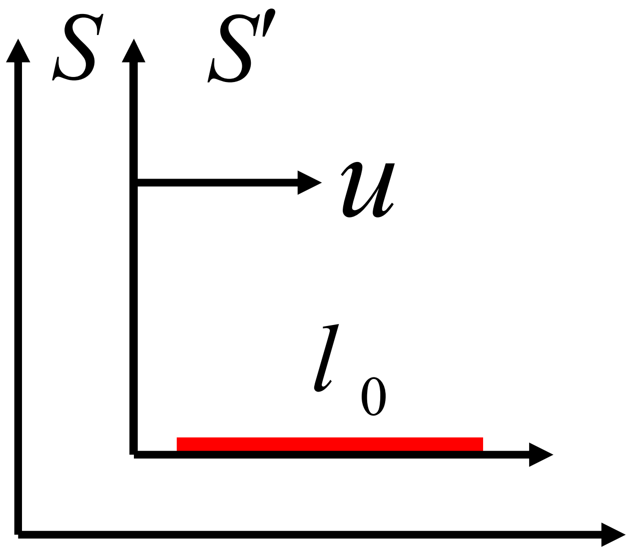
在实验室测得它通过的平均距离应该是

$$l = u\Delta t = 0.99 \times 3 \times 10^8 \times 1.8 \times 10^{-7} = 53(m)$$

这与实验结果符合的很好

这是符合相对论的一个高能粒子实验。
近代高能粒子实验，每天都在考虑着相对论，
而相对论也都经受住了这种考验。

三、长度收缩



对运动物体长度的测量问题？

物体（尺子）静止时测得的它的长度叫原长，也称静长。

尺子静止于 S' 系中 静长 $l_0 = x_2' - x_1'$

尺子以速度 u 相对 S 系运动，S 系测得尺子的长度？

S 中，同时测量是必要的

相应的时空坐标

	S	S'
事件1：测棒的左端	x_1, t_1	x_1', t_1'
事件2：测棒的右端	x_2, t_2	x_2', t_2'

$(t_2 = t_1)$

	S	S'
事件1：测棒的左端	x_1, t_1	x'_1, t'_1
事件2：测棒的右端	x_2, t_2	x'_2, t'_2
	$(t_2 = t_1)$	
	$\Delta t = 0$	
由洛仑兹变换	$l = x_2 - x_1$	$l_0 = x'_2 - x'_1$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \Rightarrow \boxed{l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{\therefore l < l_0}$$

原长最长，运动的尺子收缩了

讨论

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

- 相对效应
- 纵向效应：物体沿运动方向长度收缩，
  垂直方向不变。
- 在低速下 $\Rightarrow$ 伽利略变换
- 同时性的相对性的直接结果

例题：在地球上测量，某星球与地球的距离为 N_1 光年如果航天员计划用 N_2 年的时间（按照飞船上的时间计时）完成这一旅程，求;**(1)** 飞船对于地球的速度应为多少？（**2**）针对数值 $N_1 = N_2$ 的情况简单讨论。

解法一：　长度收缩方法

(1)飞船上测量地球**---**星体的距离

$$L = N_1 \cdot c \cdot A\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}$$

其中***A*=365×24×3600**

而： $L = N_2 \cdot A \cdot u$　得; $u = \dfrac{cN_1}{({N_1}^2 + {N_2}^2)^{1/2}}$

（**2**） 如果 $N_1 = N_2$ 得; $u = \dfrac{c}{\sqrt{2}}$

解法二；(时间膨胀法)

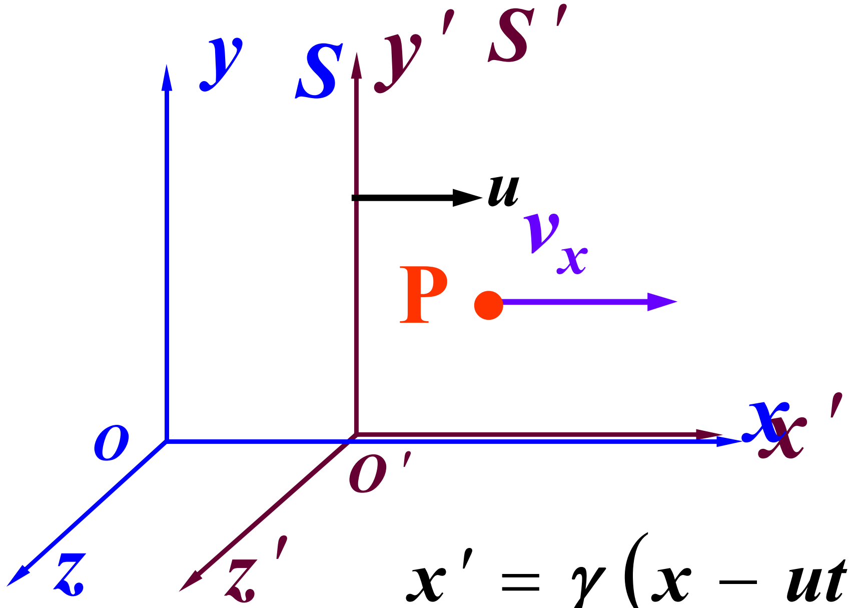
飞船上N_2年时间，地球上时间为 $$N_3 = \frac{N_2}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}$$

$$\therefore u = \frac{L}{N_3} = \frac{N_1 \cdot c \cdot A}{N_2 \cdot A} \cdot \sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}$$

得；$$u = \frac{cN_1}{(N_1{}^2 + N_2{}^2)^{1/2}}$$

同（一）一样。

四、速度变换



$$S:\quad v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$S':\quad v'_x = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}$$

讨论： v_x v'_x 的关系

$$x' = \gamma(x - ut) \Rightarrow \mathrm{d}x' = \gamma(\mathrm{d}x - u\,\mathrm{d}t)$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right) \Rightarrow \mathrm{d}t' = \gamma\left(\mathrm{d}t - \frac{u\,\mathrm{d}x}{c^2}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}x' = \gamma(\mathrm{d}x - u\,\mathrm{d}t)}{\mathrm{d}t' = \gamma\left(\mathrm{d}t - \frac{u\,\mathrm{d}x}{c^2}\right)} \qquad \cancel{\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t}}$$

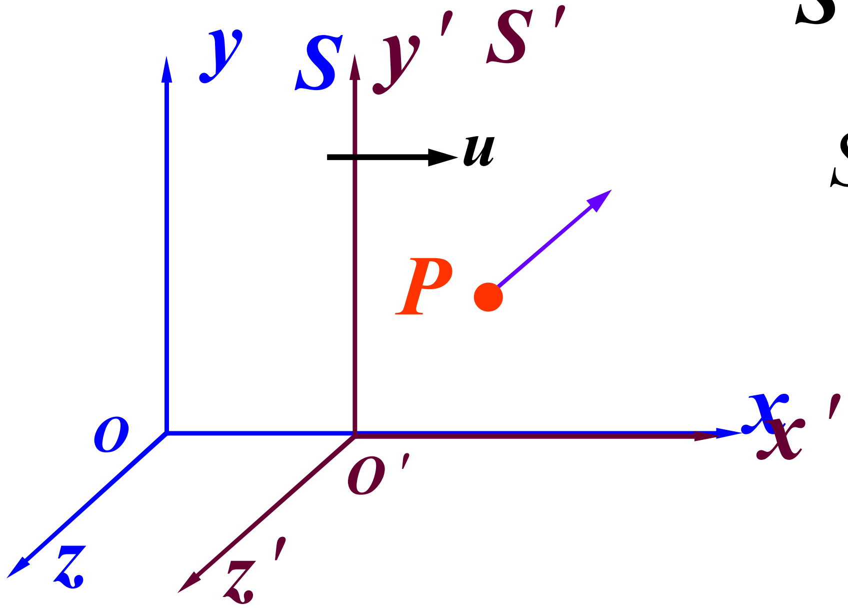
$$\boxed{v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}}}$$

物体沿x方向运动

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

物体沿任意方向运动



$$S: \quad \vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$S': \quad \vec{v}\,' = v'_x \vec{i} + v'_y \vec{j} + v'_z \vec{k}$$

$$\boxed{v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}}$$

$$v'_y = \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'} = \frac{dy}{\gamma\left(dt - \dfrac{udx}{c^2}\right)}$$

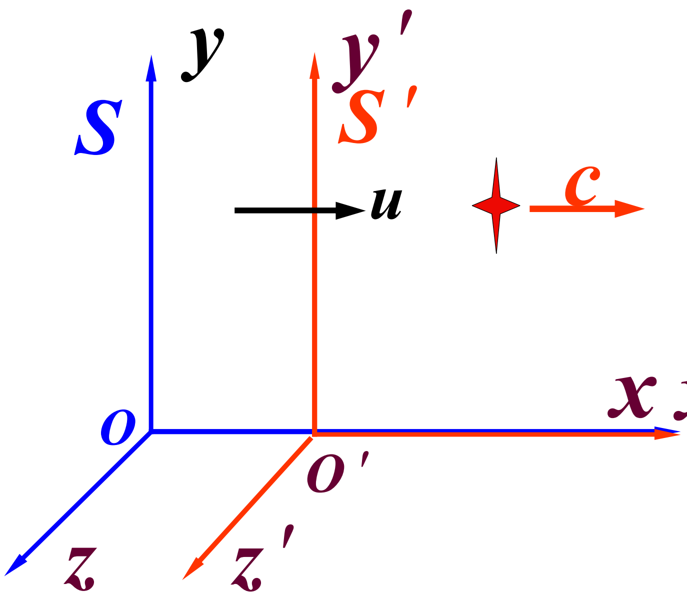
$$= \frac{\mathrm{d}y\sqrt{1-\beta^2}\,/\,\mathrm{d}t}{\left(\mathrm{d}t - \dfrac{u\,\mathrm{d}x}{c^2}\right)/\,\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{v'_y = \frac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}}$$

同理：

$$\boxed{v'_z = \frac{v_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{uv_x}{c^2}}}$$

例题：在 S '系测得光信号速度为c，求在相对S'沿x方向以u匀速运动的 S 系测得光信号的速度。



光信号 $\begin{cases} S'\text{：}\ v_{x'} = c \\ S\text{：}\ v_x = ? \end{cases}$

$$v_x = \frac{c + u}{1 + \dfrac{uc}{c^2}} = c\ !$$

不管 u 多大，在 S系中测得光速仍然是 c —— 追赶光是徒劳的！c 是一切物质运动的极限速率。

例题：地球上两枚火箭A和B长度为20米，分别以 $20\times10^7 m/s$ 和 $18\times10^7 m/s$ 的速度朝相反方向离开地球。

1.两火箭的相对速度（A看B）

2.A上测量B有多长。

解： 1. 地球为*S*系，火箭A为*S'*系， 有：$u = v_A = 20\times10^7 m/s$

B在*S*系的速度： $v_x = -18\times10^7 m/s$

则：

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - {uv_x}/{c^2}} = -27.1\times10^7 m/s$$

如果按经典理论，$v_x' = v_x - u = -38\times10^7 m/s$ 超光速

2. 火箭A为S系，
火箭B为S'系，有：

$$u = -27.1\times10^7 m/s, l' = 20m$$

$$l = l'\sqrt{1 - \left({u}/{c}\right)^2} = 8.5m$$