Ayudantía 2

Median, Mergesort, Quicksort

Cristobal Berrios
Nicolas Fraga
Juan Isamitt
José Tomás Jiménez

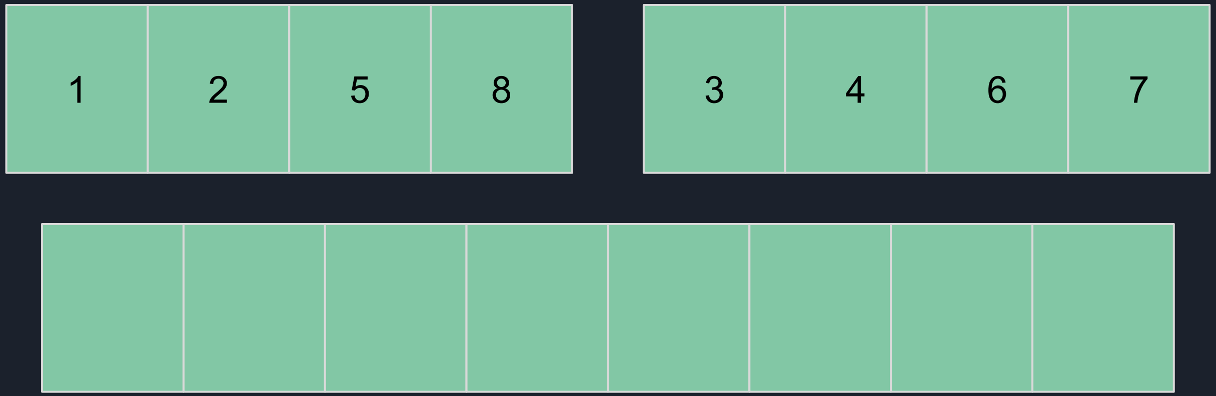
Repaso de algoritmos

Algoritmos de dividir y conquistar

1. Mergesort
2. Quicksort

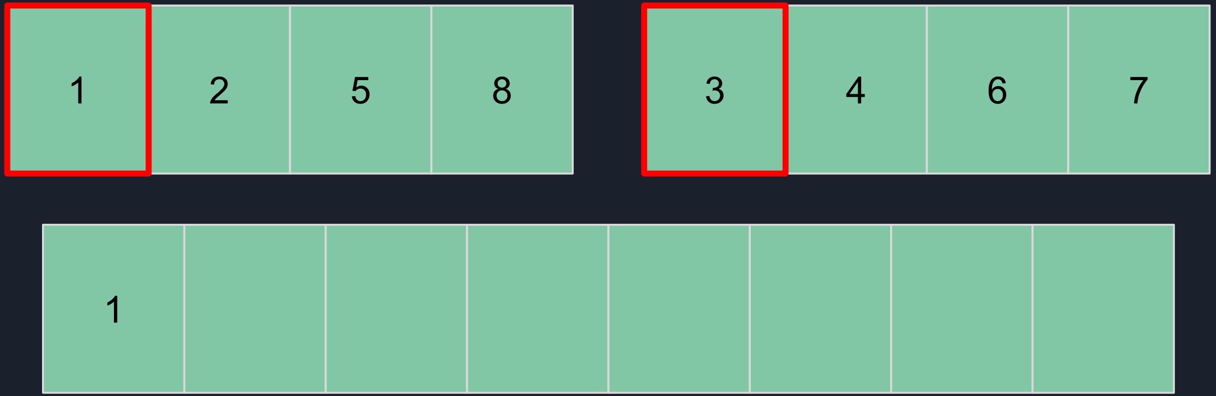
MERGESORT != MERGE

Merge



- Se tienen dos conjuntos de elementos ORDENADOS por sí solos.
- Se crea un conjunto vacío de tamaño igual a la suma del tamaño de ambos conjuntos.

Merge



- Elegir el valor más chico.
- Ponerlo en la lista vacía.
- Seguir con el siguiente de la lista de donde viene el elemento que se escogió.

Merge

1	2	5	8		3	4	6	7

1	2						

- Seguir así.

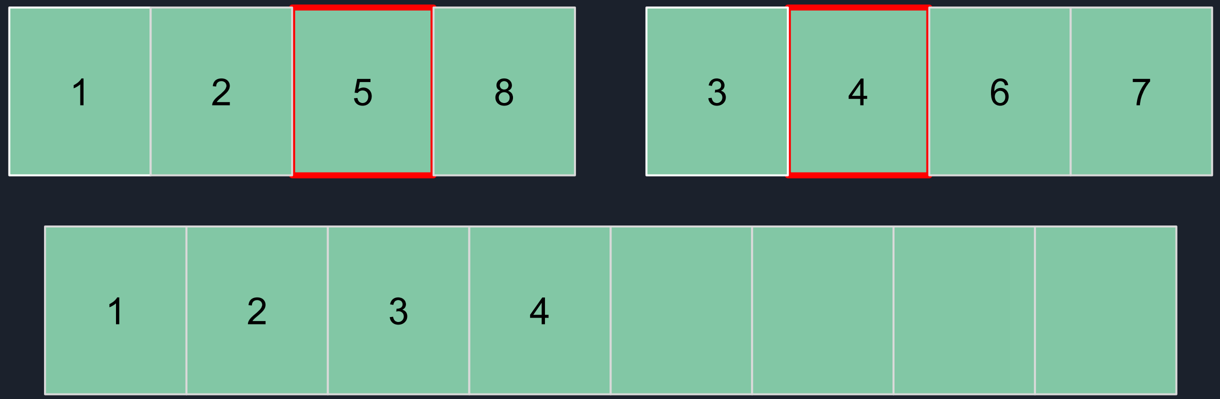
Merge

1	2	5	8

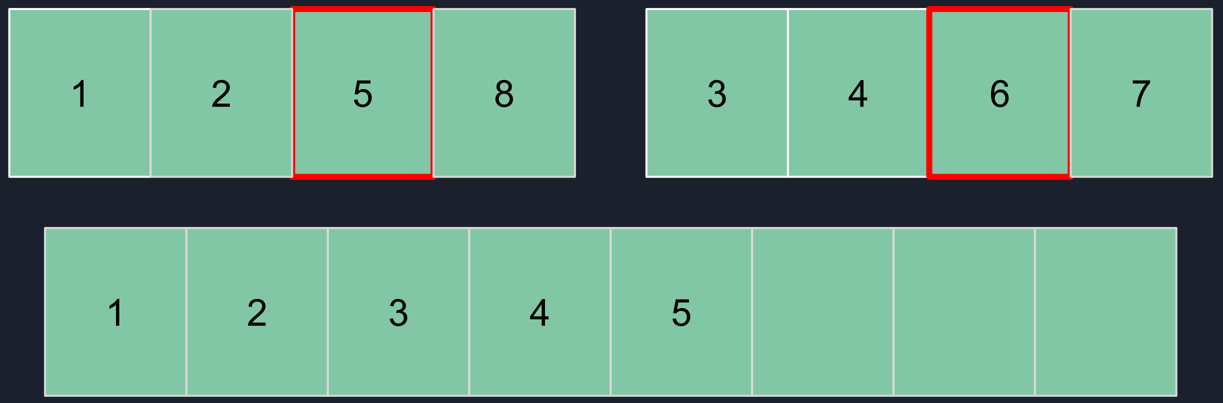
3	4	6	7

1	2	3					

Merge



Merge



Merge

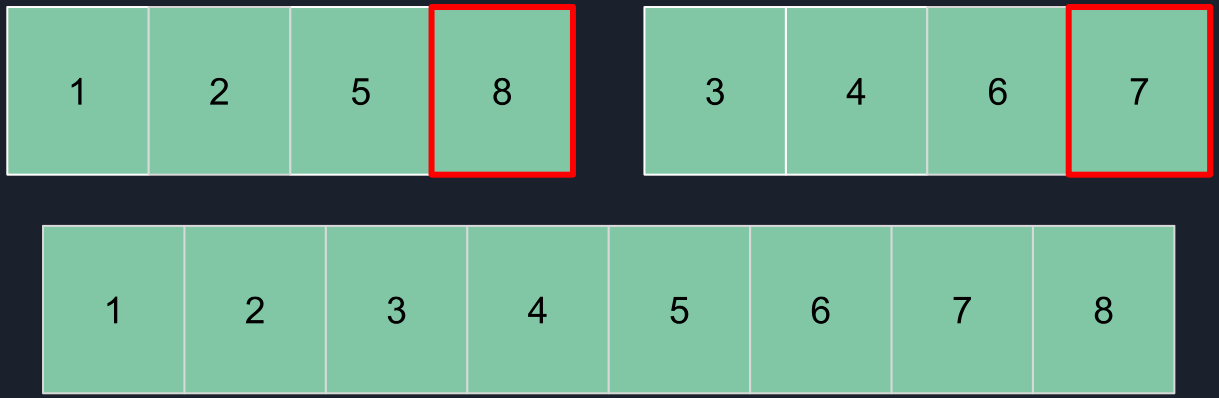
1	2	5	8

3	4	6	7

1	2	3	4	5	6		

Merge

Merge



- El algoritmo debe saber qué tan larga es cada lista para detenerse con el último elemento.

Mergesort

1	8	5	2	4	6	7	3

- Dividir secuencia a la mitad
- Ordenar cada mitad de forma recursiva
- Unir las mitades mediante merge

Mergesort

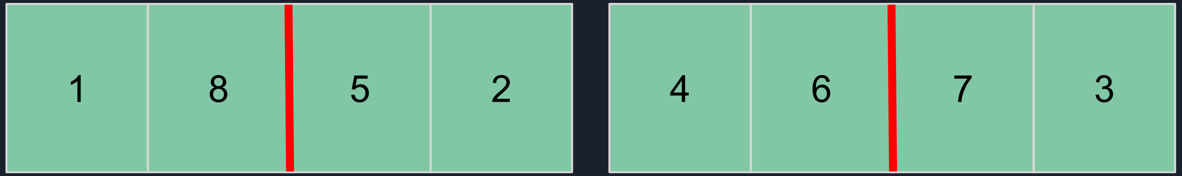
1	8	5	2	4	6	7	3

Mergesort

1	8	5	2

4	6	7	3

Mergesort



Mergesort

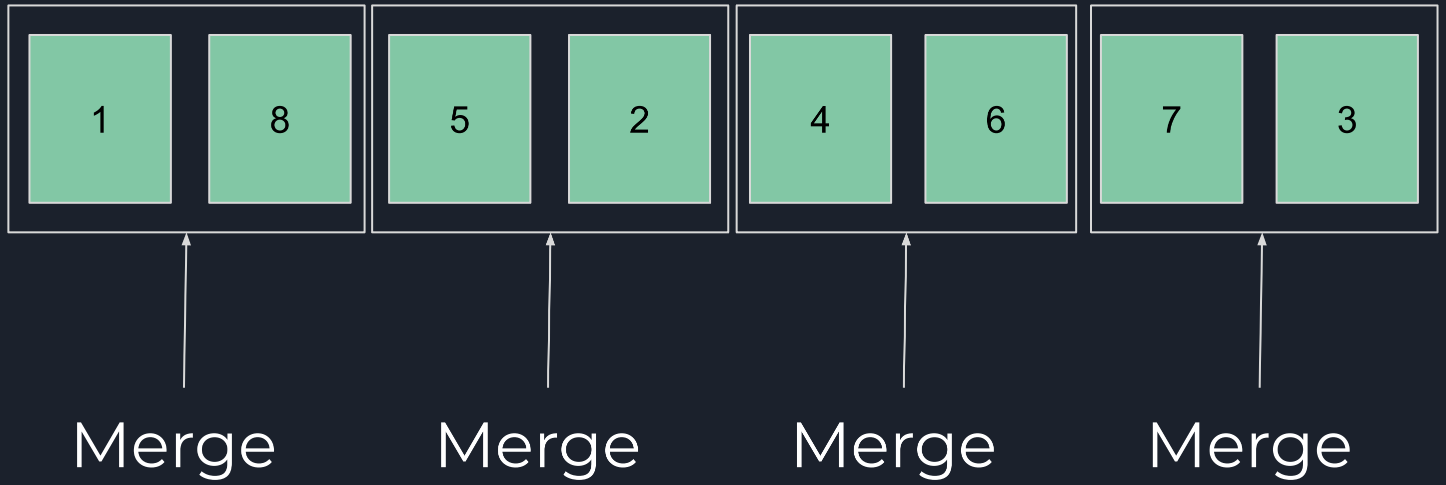
1	8	5	2	4	6	7	3

Mergesort

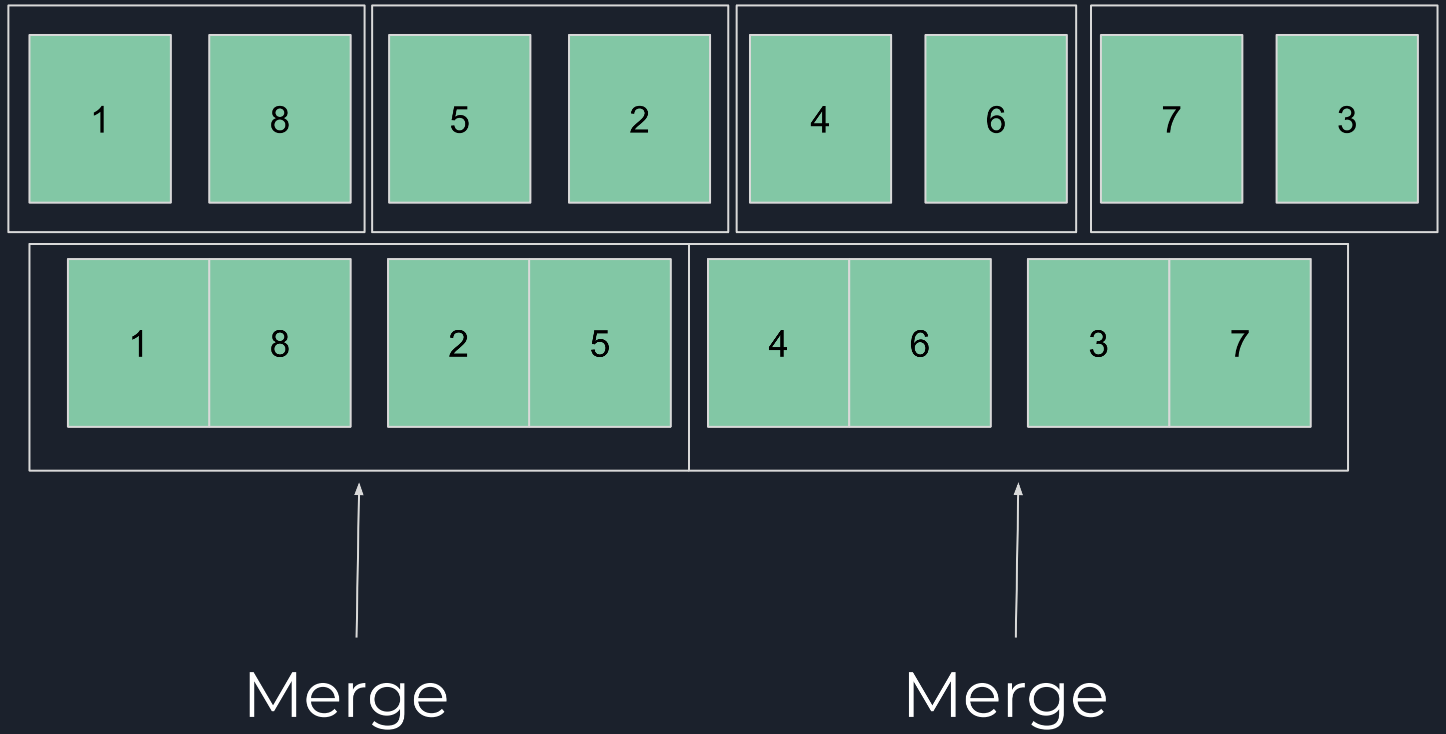
Mergesort

1	8	5	2	4	6	7	3

Mergesort



Mergesort



Mergesort

Mergesort

1	2	5	8

3	4	6	7

1	2	3	4	5	6	7	8

ORDENADO!!!!

Mergesort

```
merge(A, B):
    C = Arreglo vacío
    while A y B no estén vacíos:
        a = primer elemento de A
        b = primer elemento de B
        if a <= b:
            C.append(a)
            Eliminamos a de A
        else if a > b:
            C.append(b)
            Eliminamos b de B
    if A está vacío:
        C.append(B)
    else if B.está vacío:
        C.append(A)
    return C
```

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Mergesort

1. Suponiendo que Merge es correcto y O(n):

a) Demuestre que MergeSort es correcto
b) Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Caso Base:

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Caso Base:

Para A de largo n = 1, A está ordenado trivialmente.

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Caso Base:

Para A de largo n = 1, A está ordenado trivialmente.

Se retorna A y MergeSort es correcto.

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Hipótesis Inductiva:

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Hipótesis Inductiva:

Supongamos que MergeSort es correcto para A de largo $k \leq n$

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Tomamos A de largo n + 1.

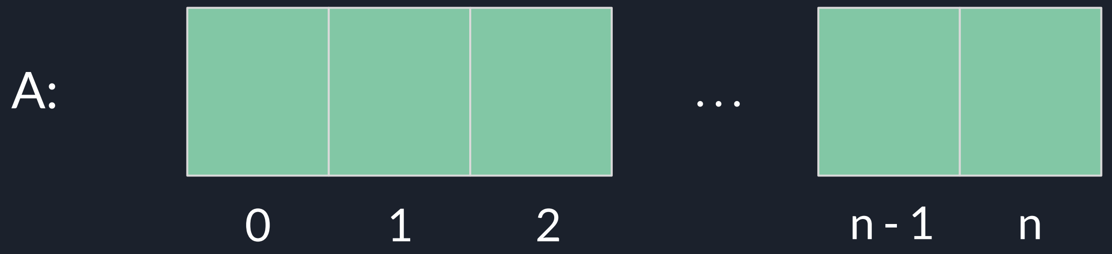
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Tomamos A de largo n + 1.



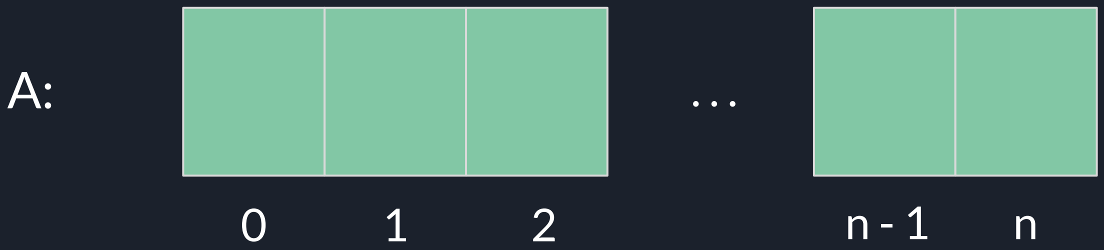
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Tomamos A de largo n + 1.



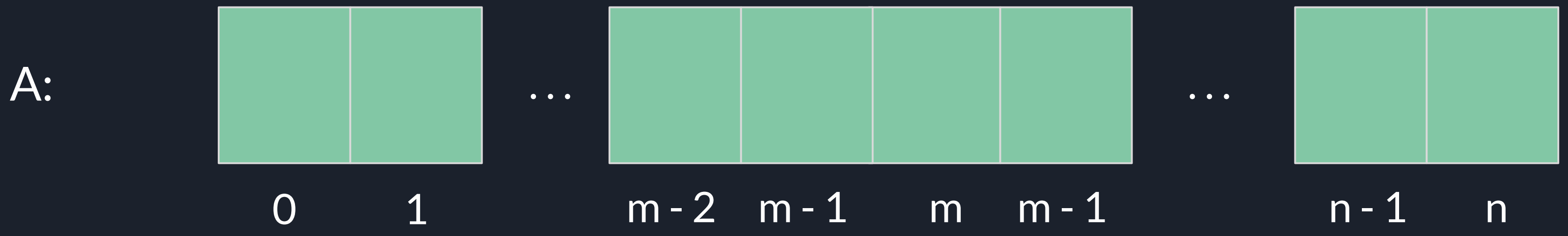
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Tomamos A de largo n + 1.



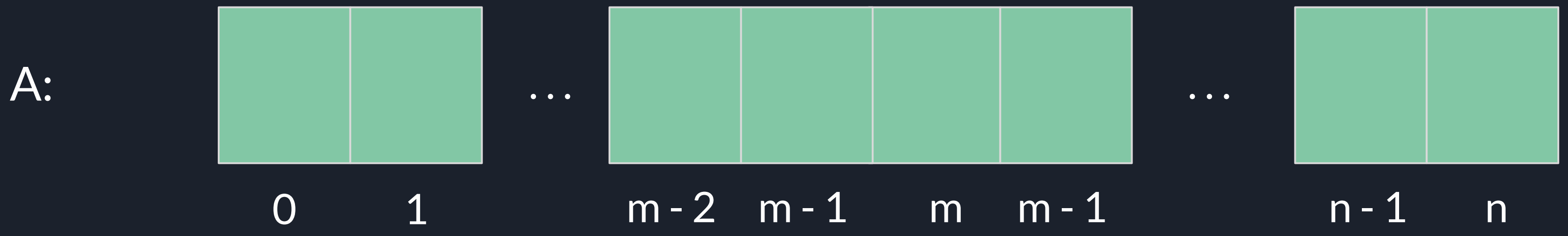
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Se llama a MergeSort con las dos mitades de A



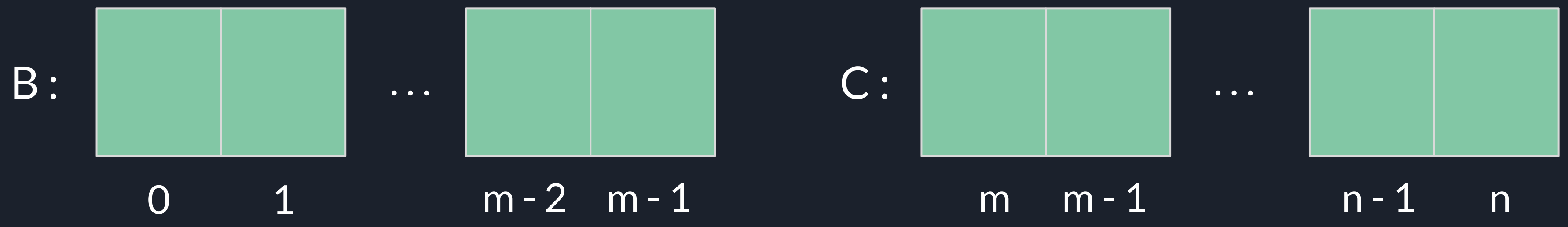
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Se llama a MergeSort con las dos mitades de A



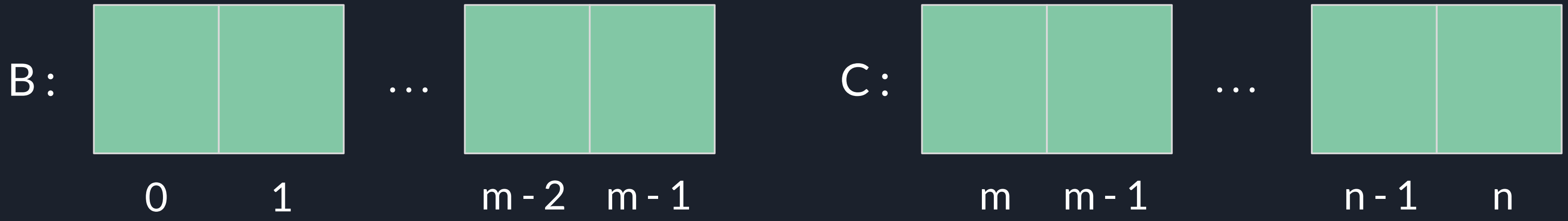
Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Los largos de B y C son ≤ n.



Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Los largos de B y C son ≤ n.

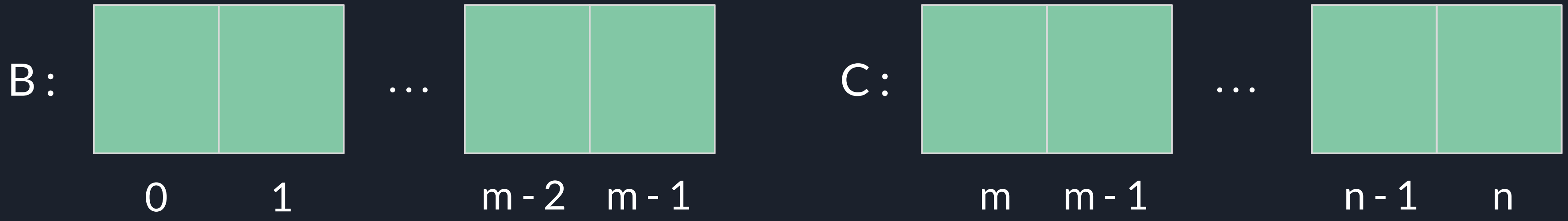
Por HI, MergeSort las ordena correctamente.

Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:



Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Merge une los arreglos ordenados B y C para volver a formar el arreglo A, ahora ordenado.

Mergesort

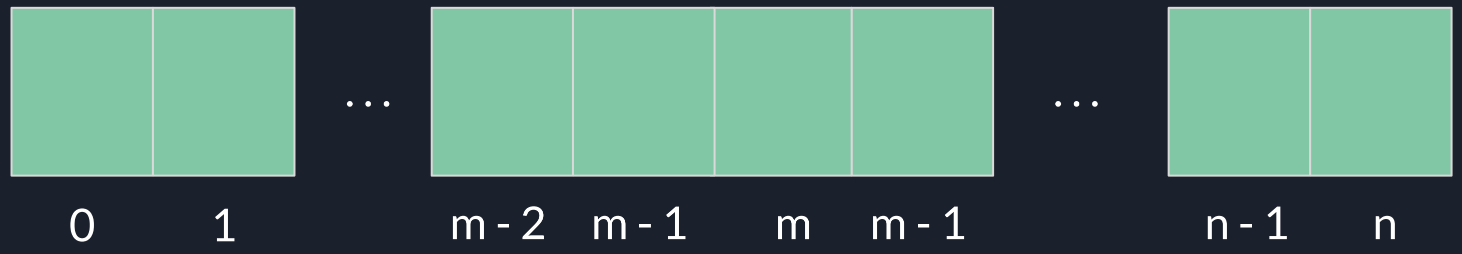
1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Merge une los arreglos ordenados B y C para volver a formar el arreglo A, ahora ordenado.

A:



Mergesort

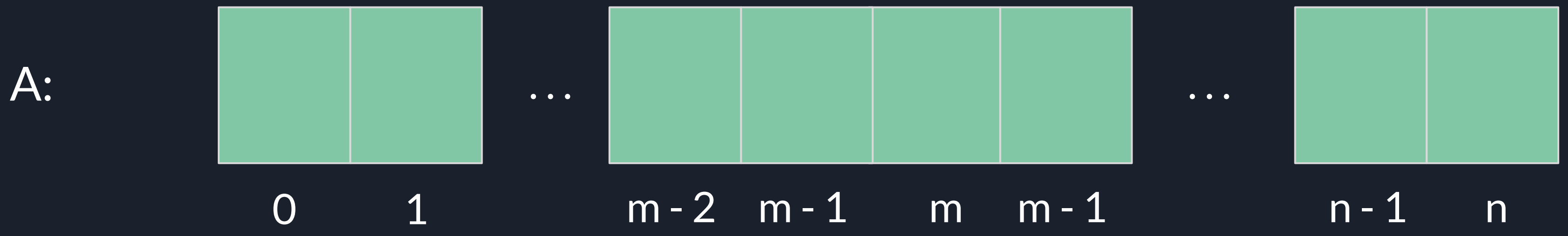
1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Merge une los arreglos ordenados B y C para volver a formar el arreglo A, ahora ordenado.

Por enunciado, Merge es correcto.



Mergesort

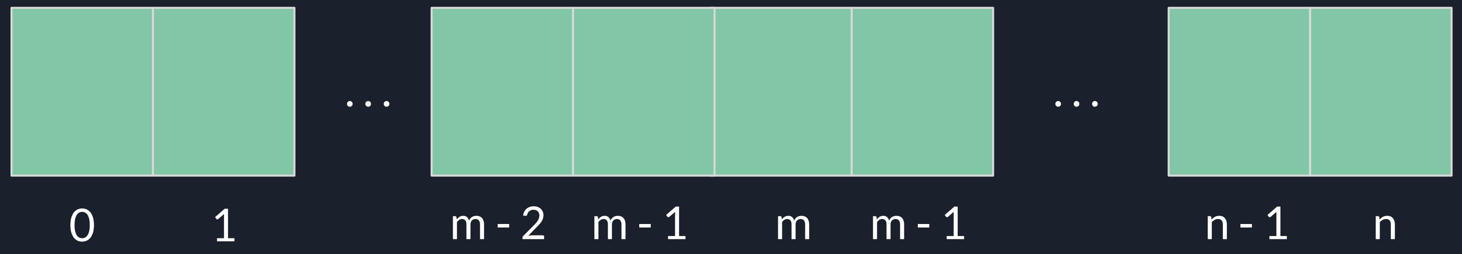
1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Por lo tanto, MergeSort puede ordenar correctamente un arreglo de largo n + 1

A:



Mergesort

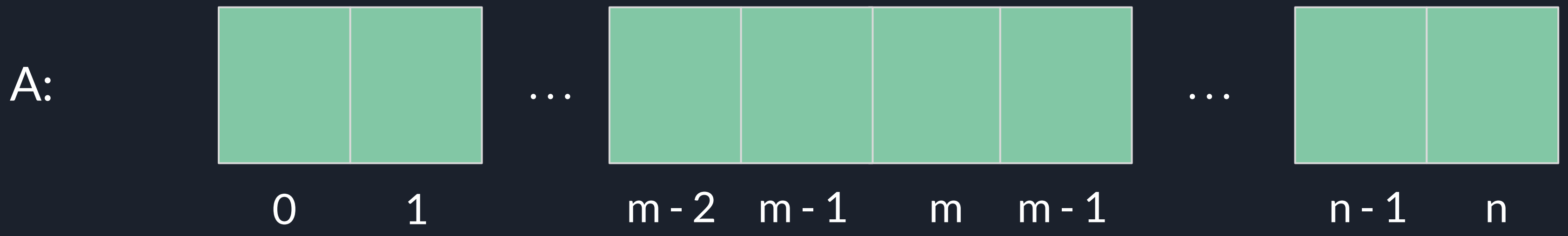
1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Por lo tanto, MergeSort puede ordenar correctamente un arreglo de largo n + 1

MergeSort es correcto!



Mergesort

1.a. Demuestre que MergeSort es correcto

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Tesis Inductiva:

Por lo tanto, MergeSort puede ordenar correctamente un arreglo de largo n + 1

MergeSort es correcto!

A:

0	1	...	m - 2	m - 1	m	m - 1	...	n - 1	n

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

- Notamos que si n=1, MergeSort corre en O(1)

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

- Notamos que si n=1, MergeSort corre en O(1)
- Pero si n > 1 ...

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

- Notamos que si n=1, MergeSort corre en O(1)
- Pero si n > 1 ...

Se llama nuevamente a MergeSort con nuevos inputs

Y también se llama a Merge

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

```
mergeSort(A, i, f):
    if f - i > 1:
        m = round((f - i)/2)
        B = mergeSort(A, i, m)
        C = mergeSort(A, m, f)
        A[i:f] = merge(B, C)
    return A[i:f]
```

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n} = 1 \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n} > 1 \end{cases}$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Ecuación de Recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n = 1} \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n > 1} \end{cases}$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Ecuación de Recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n} = 1 \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n} > 1 \end{cases}$$

Y… ahora qué?

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Ecuación de Recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n = 1} \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n > 1} \end{cases}$$

- Tomamos un k tal que $n \leq 2^k < 2n$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Ecuación de Recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n} = 1 \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n} > 1 \end{cases}$$

- Tomamos un k tal que $n \leq 2^k < 2n$
- Tendremos entonces que $T(n) \leq T(2^k)$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Ecuación de Recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if n} = 1 \\ T\left(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor\right) + T\left(\lceil \frac{n}{2} \rceil\right) + n & \text{if n} > 1 \end{cases}$$

- Tomamos un k tal que $n \leq 2^k < 2n$
- Tendremos entonces que $T(n) \leq T(2^k)$

Tenemos una nueva Ecuación de Recurrencia

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$T(n) \leq T(2^k) = 2^k + 2 * T(2^{k-1})$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$$T(n) \leq T(2^k) = 2^k + 2 * T(2^{k-1})$$

$$= 2^k + 2 * (2^{k-1} + 2 * T(2^{k-2}))$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$$T(n) \leq T(2^k) = 2^k + 2 * T(2^{k-1})$$

$$= 2^k + (2^k + 4 * T(2^{k-2}))$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$$T(n) \leq T(2^k) = 2^k + 2 * T(2^{k-1})$$

$$= 2^k + (2^k + 4 * T(2^{k-2}))$$

$$= 2^k + 2^k + 4 * (2^{k-2} + 2 * T(2^{k-3}))$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \le T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$$T(n) \le T(2^k) = 2^k + 2 * T(2^{k-1})$$

$$= 2^k + (2^k + 4 * T(2^{k-2}))$$

$$= 2^k + 2^k + (2^k + 8 * T(2^{k-3}))$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = \begin{cases} 1 & \text{if k} = 0 \\ 2^k + 2 \cdot T(2^{k-1}) & \text{if k} > 0 \end{cases}$$

$T(n) \leq T(2^k) = 1 * 2^k + 2^1 * T(2^{k-1})$

$= 2 * 2^k + 2^2 * T(2^{k-2})$

$= 3 * 2^k + 2^3 * T(2^{k-3})$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = 1 * 2^k + 2^1 * T(2^{k-1})$$

$$= 2 * 2^k + 2^2 * T(2^{k-2}))$$

$$= 3 * 2^k + 2^3 * T(2^{k-3}))$$

$$= \ldots$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = 1 * 2^k + 2^1 * T(2^{k-1})$$

$$= 2 * 2^k + 2^2 * T(2^{k-2}))$$

$$= 3 * 2^k + 2^3 * T(2^{k-3}))$$

$$= \ldots$$

$$= i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$$ en la i-ésima iteración

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$ en la i-ésima iteración

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$ en la i-ésima iteración

- Pero nuestro algoritmo no puede correr para siempre…

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$ en la i-ésima iteración

- Pero nuestro algoritmo no puede correr para siempre…
- Tomamos el caso $k = i$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$ en la i-ésima iteración

- Pero nuestro algoritmo no puede correr para siempre…
- Tomamos el caso $k = i$

$$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$$

$$= k * 2^k + 2^k * T(2^0)$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$$ en la i-ésima iteración

- Pero nuestro algoritmo no puede correr para siempre…
- Tomamos el caso $k = i$

$$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$$

$$= k * 2^k + 2^k * T(1)$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$ en la i-ésima iteración

- Pero nuestro algoritmo no puede correr para siempre…
- Tomamos el caso $k = i$

$$T(n) \leq T(2^k) = i * 2^k + 2^i * T(2^{k-i})$$

$$= k * 2^k + 2^k$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Nos quedamos con $T(n) \leq k * 2^k + 2^k$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Nos quedamos con $T(n) \leq k * 2^k + 2^k$

Pero tenemos que volver a términos de n … cómo?

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Nos quedamos con $T(n) \leq k * 2^k + 2^k$

Pero tenemos que volver a términos de n … cómo?

Recordemos que: $n \leq 2^k < 2n$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Nos quedamos con $T(n) \leq k * 2^k + 2^k$

Pero tenemos que volver a términos de n …   cómo?

Recordemos que: $n \leq 2^k < 2n$

$$\log(n) \leq k < \log(2n)$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Recordemos que: $n \leq 2^k < 2n$

$$\log(n) \leq k < \log(2n)$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Recordemos que: $n \leq 2^k < 2n$

$$\log(n) \leq k < \log(2n)$$

Ahora tenemos $T(n) \leq k * 2^k + 2^k < \log(2n) * n + n$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Como $T(n) < \log(2n) * n + n$

$$T(n) \in \Theta(n \cdot \log(n))$$

Mergesort

1.b. Calcule la complejidad de MergeSort

Como $T(n) < \log(2n) * n + n$

$$T(n) \in \Theta(n \cdot \log(n))$$

Quicksort

$quicksort(A, i, f)$:

$\quad if\ i \leq f$:

$\quad\quad p \leftarrow partition(A,\ i,\ f)$

$\quad\quad quicksort(A,\ i,\ p-1)$

$\quad\quad quicksort(A,\ p+1,\ f)$

Quicksort

$quicksort(A, i, f)$:

$\quad if\ i \leq f$:

$\quad\quad p \leftarrow partition(A,\ i,\ f)$

$\quad\quad quicksort(A,\ i,\ p-1)$

$\quad\quad quicksort(A,\ p+1,\ f)$

$partition(A,\ i,\ f)$:

$\quad x \leftarrow un\ indice\ aleatorio\ en\ [i,\ f],\quad p \leftarrow A[x]$

$\quad A[x] \rightleftarrows A[f]$

$\quad j \leftarrow i$

$\quad for\ k \in [i,\ f-1]$:

$\quad\quad if\ A[k] < p$:

$\quad\quad\quad A[j] \rightleftarrows A[k]$

$\quad\quad\quad j \leftarrow j+1$

$\quad A[j] \rightleftarrows A[f]$

$\quad return\ j$

Quicksort

Quicksort

$quicksort(A, i, f)$:

$\quad if\ i \leq f$:

$\qquad p \leftarrow partition(A,\ i,\ f)$

$\qquad quicksort(A,\ i,\ p-1)$

$\qquad quicksort(A,\ p+1,\ f)$

Quicksort

$partition(A,\ i,\ f)$:

$x \leftarrow un\ indice\ aleatorio\ en\ [i,\ f], \quad p \leftarrow A[x]$

$A[x] \rightleftarrows A[f]$

$j \leftarrow i$

$for\ k \in [i,\ f-1]$:

$if\ A[k] < p$:

$A[j] \rightleftarrows A[k]$

$j \leftarrow j + 1$

$A[j] \rightleftarrows A[f]$

$return\ j$

Pregunta 2

El algoritmo de ordenamiento QuickSort no se comporta bien cuando existen muchos datos repetidos en el arreglo a ordenar.

a) ¿Por qué sucede esto?

b) Proponga una modificación al algoritmo visto en clase que permita mejorar esta situación.

Pregunta 2

```
partition(A, i, f):
    x ← índice aleatorio ∈ [i, f]
    A[x] ⇆ A[f]
    j ← i
    for k in (i, f - i):
        if A[j] < p:
            A[k] ⇆ A[j]
            j ← j + 1
    A[j] ⇆ A[f]
    return i + j
```

Pregunta 2

```
partition(A, i, f):
    x ← índice aleatorio ∈ [i, f]
    A[x] ⇆ A[f]
    j ← i
    for k in (i, f - i):
        if A[j] < p:
            A[k] ⇆ A[i]
            j ← j + 1
    A[j] ⇆ A[f]
    return i + j
```

```
3_wide_partition(A, i, f):
    p ← pivote aleatorio en A
    j, k ← i
    u ← f
    while k ≤ u:
        if A[j] < p:
            A[k] ⇆ A[i]
            j ← j + 1
            k ← k + 1
        else if A[k] > p:
            A[k] ⇆ A[i]
            u ← u - 1
        else: // p = A[k]
            k ← k + 1
    A[j] ⇆ A[f]
    return i + j, i + u
```

Propuesto

a) Complejidad en el mejor caso.

b) Complejidad en el peor caso.

c) Comentarios sobre si mejora QuickSort (Se les subirá solución)

Enfoque en sacar complejidades de partition y median.

La demostración de la complejidad de las recursiones de QuickSort serán vistas la clase siguiente.

Propuesto

```
median_modificado(A):
    i ← 0
    f ← n - 1
    x ← partition(A, i, f)
    while  x ≠ n/2 :
        if  x < n/2 :
            i ← x + 1
        else :
            f ← x - 1
        x ← partition(A, i, f)
    return x      // modificación
```

Propuesto: Mejor caso

- Median encuentra en el primer intento la media $\Rightarrow$ *O(1)*
- Partition recorre *n* elementos.

$$mejor\ caso \Rightarrow\ median\ \sim\ 1 \cdot O(n)\ \sim\ O(n)$$

Propuesto: Peor caso

- Si llamamos a *median*, en el peor caso recorre los *n* elementos antes de encontrar la media.
  $\Rightarrow O(n)$

- Cada llamada a *median* llama a partition, que siempre recorre cerca de n elementos.

$$\textit{mejor caso} \Rightarrow \textit{median} \sim n \cdot O(n) \sim O(n^2)$$

Propuesto

Para encontrar la complejidad de este QuickSort novedoso que propuso el compañero del ejercicio propuesto, les servirá la clase siguiente, donde deberían ver cómo se llega a la complejidad de QuickSort.

Se les subirá la solución del propuesto el lunes :)