Repaso I2

Arboles - BackanTrack - Hash - Heaps disjuntos

Carlos Paredes - cparedesr@uc.cl

Sergio (Huasito) A - matamalaappels@uc.cl

Árbol ABB

Root

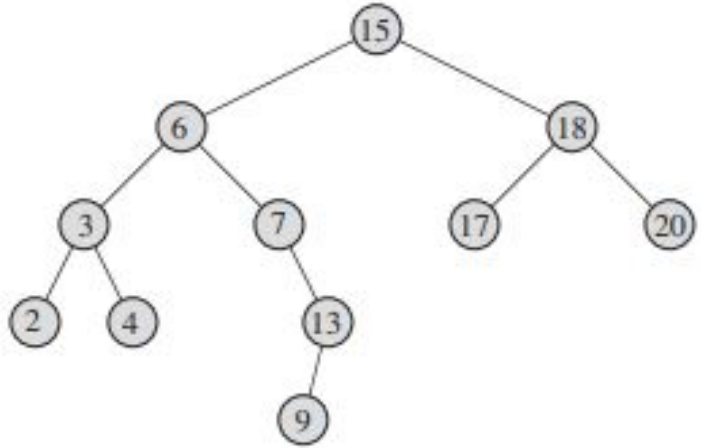
claves menores ← → claves mayores

Recorridos :

In - order : L-N-R

Pre - order : N-L-R

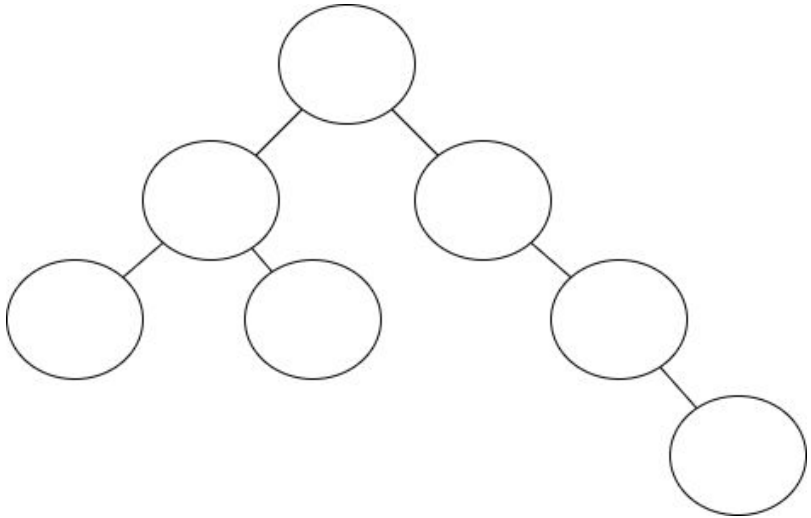
Post-order : L-R-N

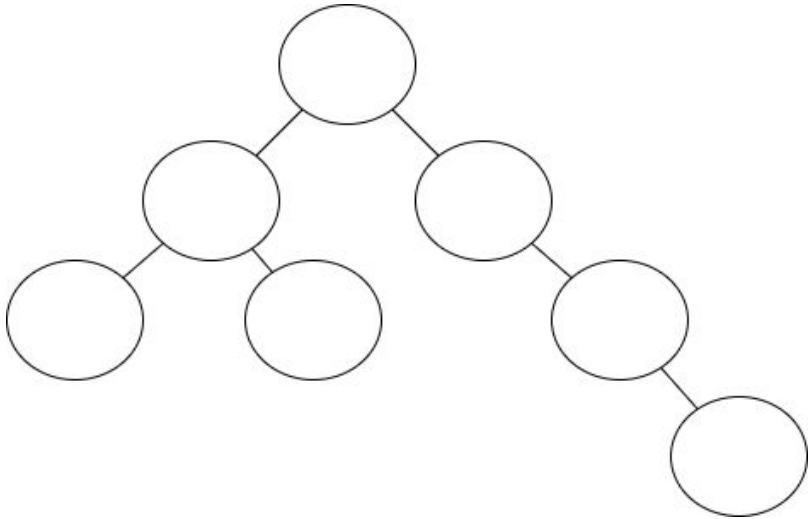


1. La propiedad fundamental de un ABB es que las claves almacenadas en el subárbol izquierdo son todas menores que la clave almacenada en la raíz, la que a su vez es menor que cualquiera de las claves almacenadas en el subárbol derecho. Teniendo presente esta propiedad, responde:

   a. Considera que tienes un ABB vacío T sin autobalance y una lista desordenada L de n números. ¿Cómo puedes utilizar T para ordenar L? ¿Cuál sería la complejidad de este algoritmo en notación Ω? ¿Qué características tiene L cuando se da este caso? Da un ejemplo con $n = 11$.

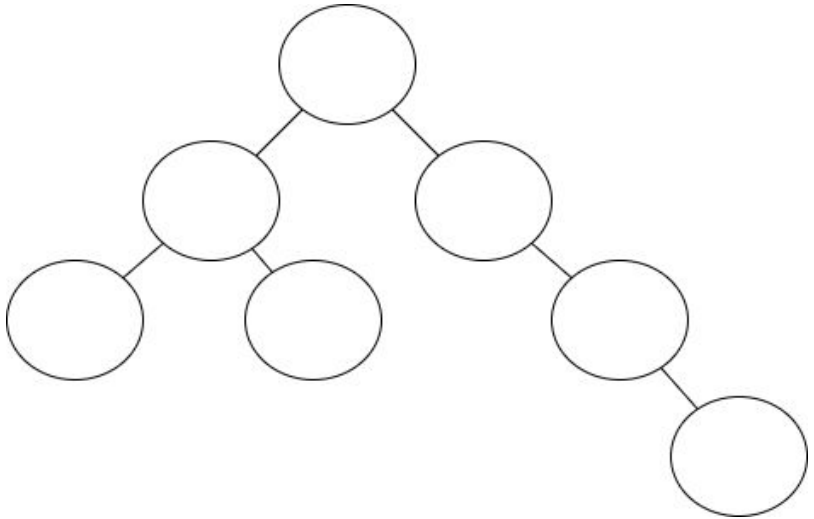
   b. Definimos B_x como los nodos en la ruta de búsqueda de una hoja x en un árbol T. Definimos A_x como todos los nodos a la izquierda de B_x, y C_x como todos los nodos a la derecha de B_x. ¿Es posible que haya un nodo en C_x de clave menor a la clave de un nodo en A_x?
   Si la respuesta es sí, da un ejemplo. En caso contrario, demuestra que no es posible.





1 .- Generamos el árbol con los elementos de la lista

2.- Popeamos los elementos del árbol haciendo recorrido in-order



Complejidad ? $\Omega(n \cdot log(n))$.

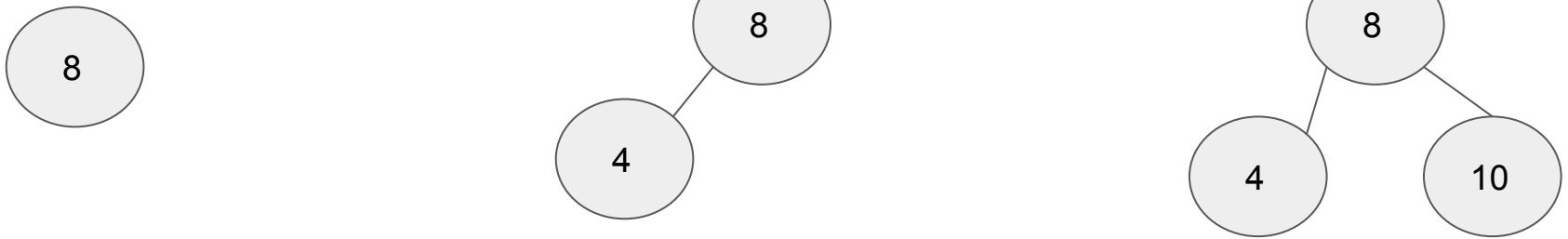
Pq ?

n inserciones

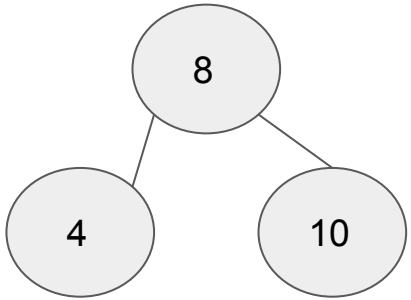
cada una toma $\mathcal{O}(log(n$

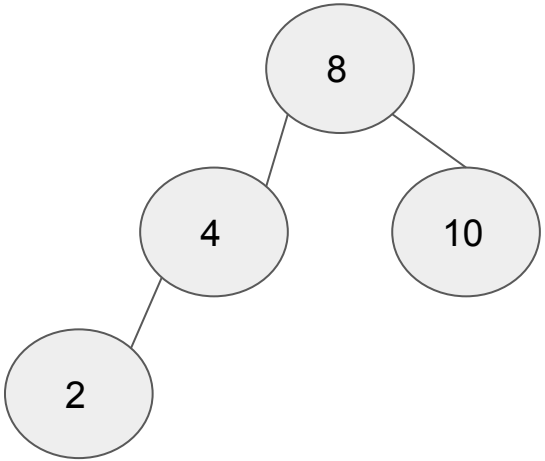
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7

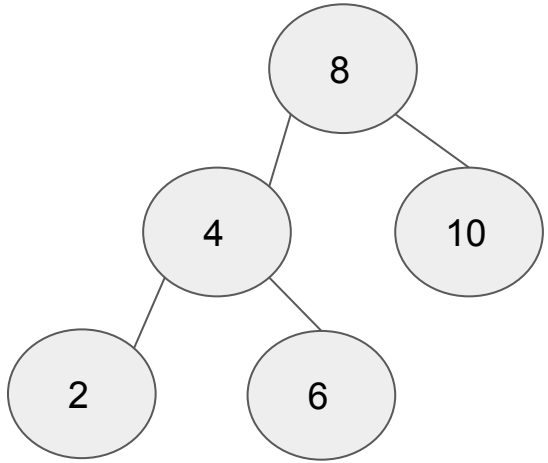
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7



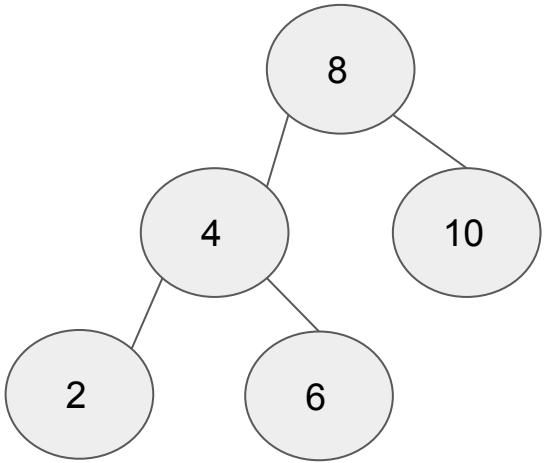
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7

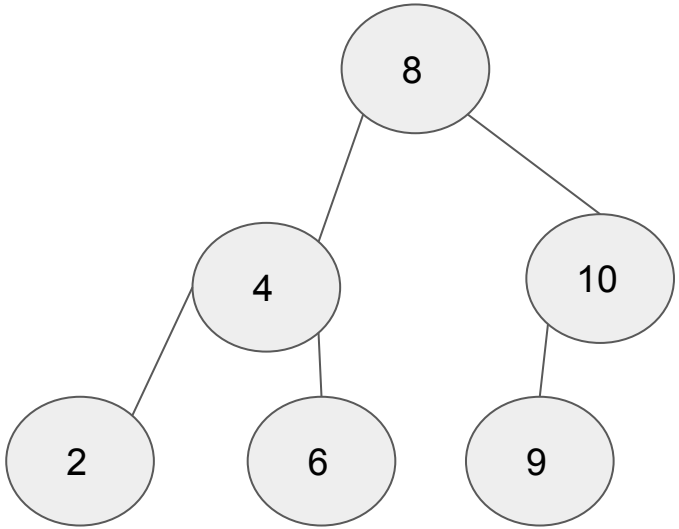




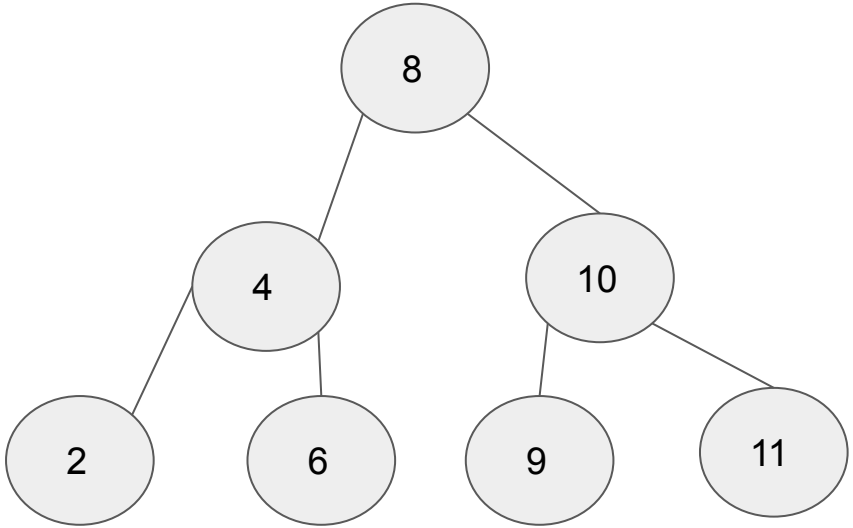


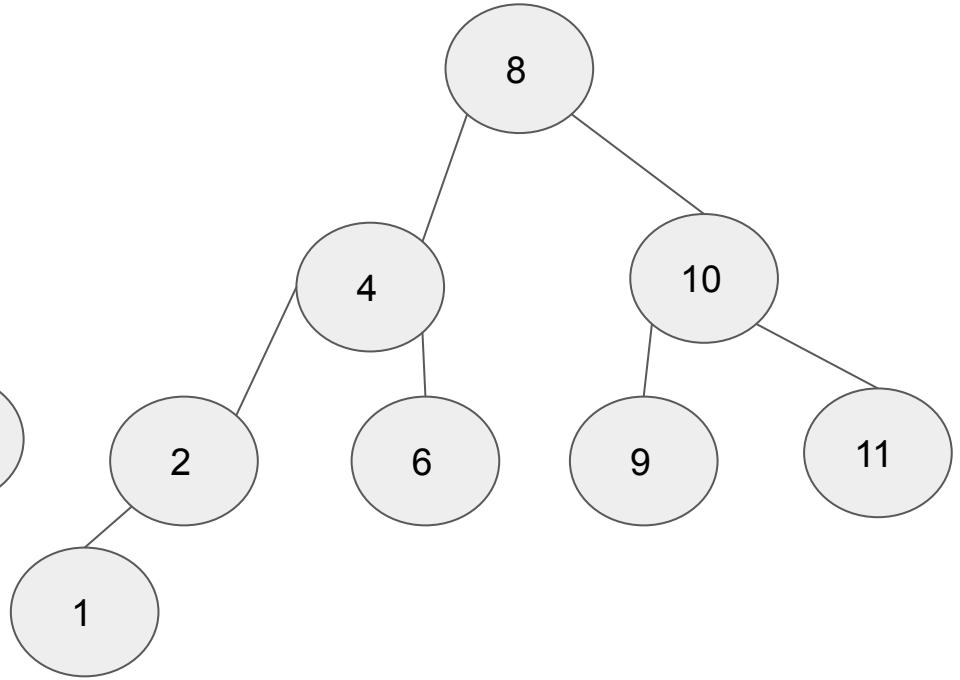
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7



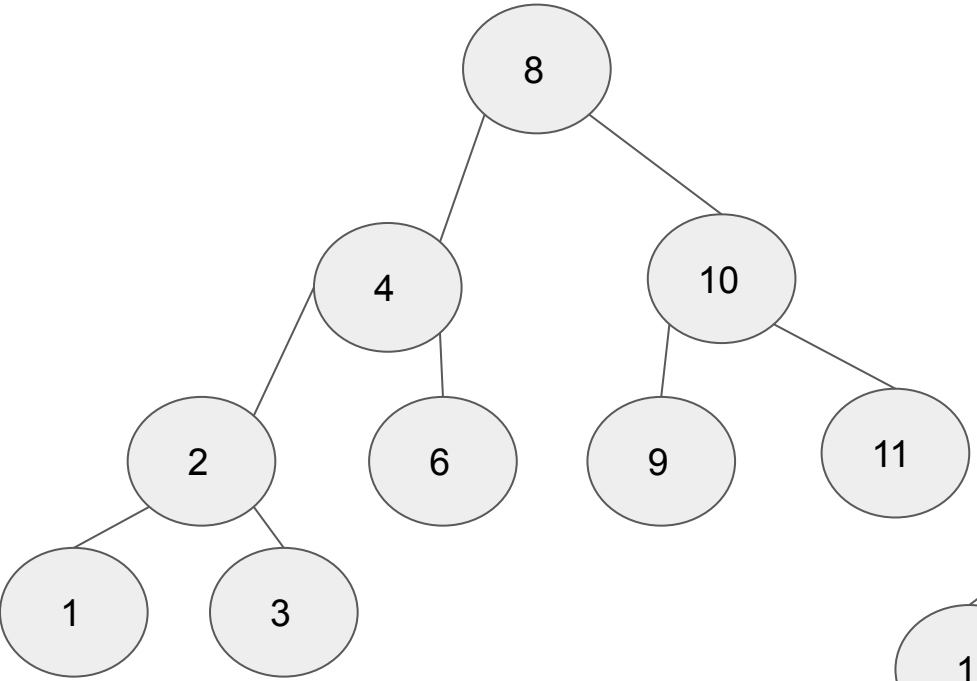


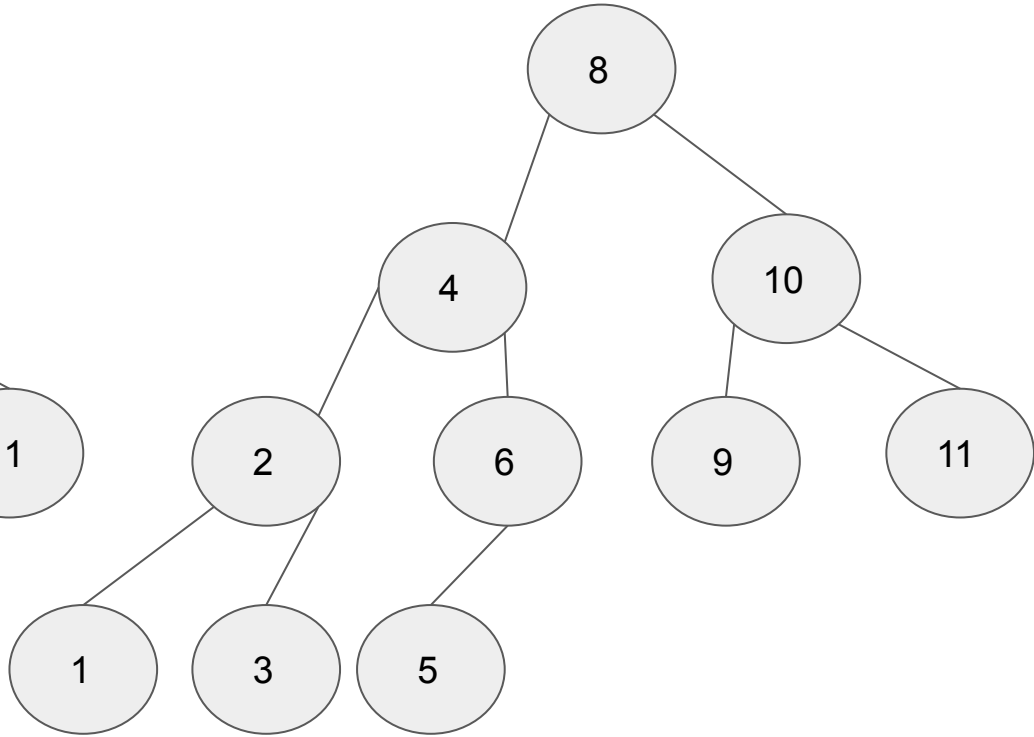
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7



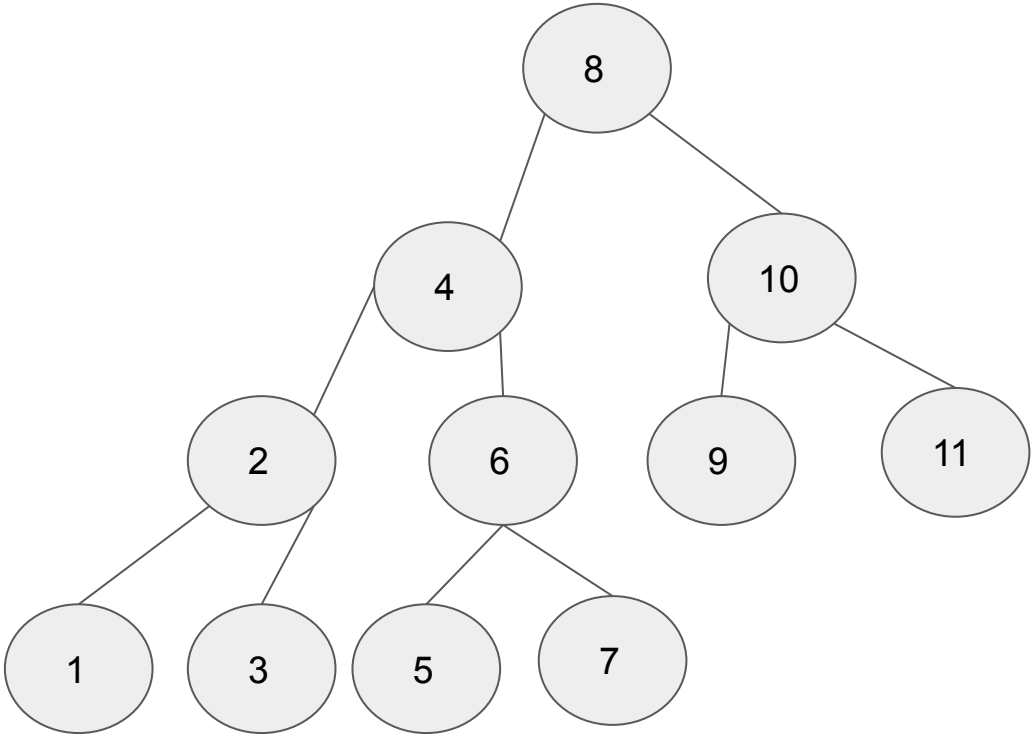


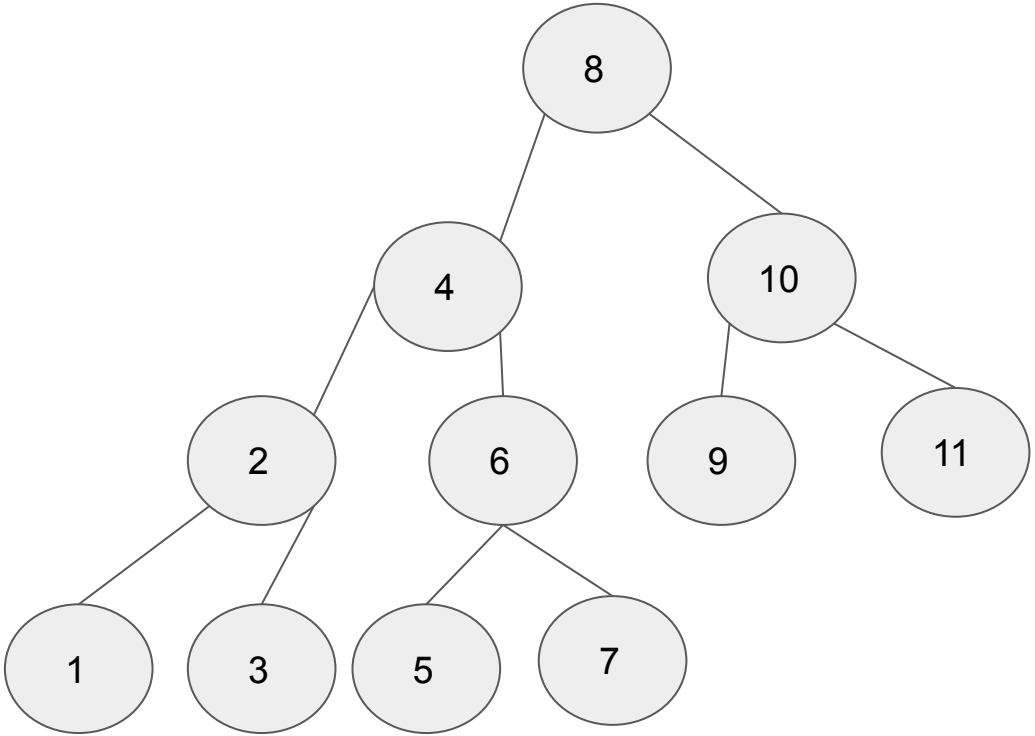
8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7



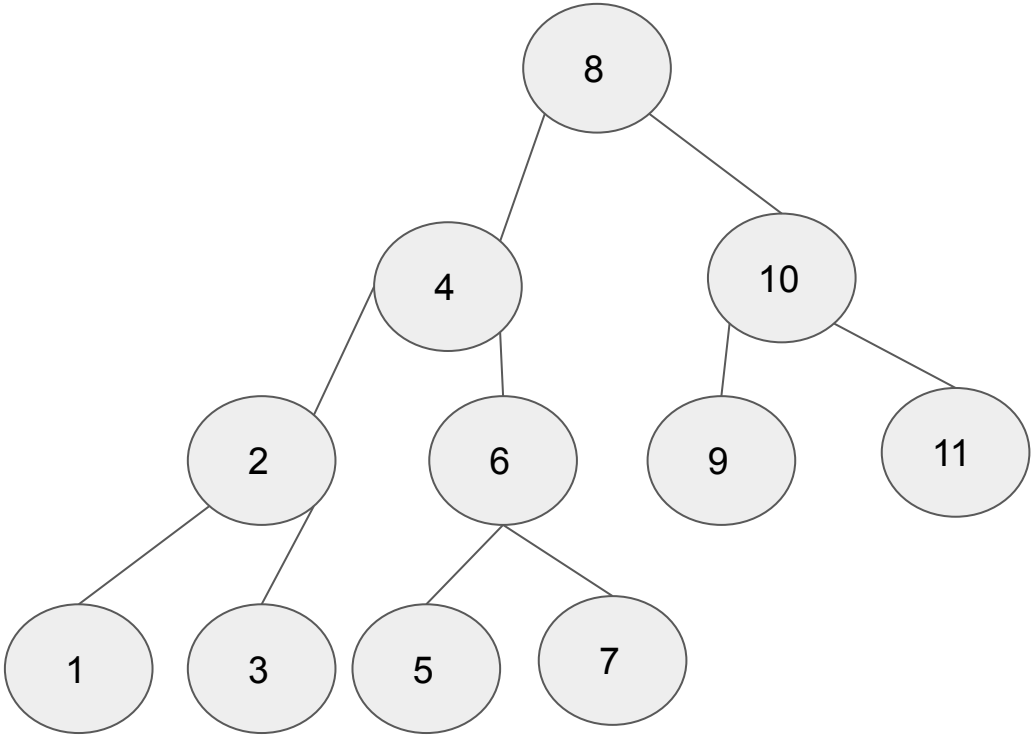


8	4	10	2	6	9	11	1	3	5	7



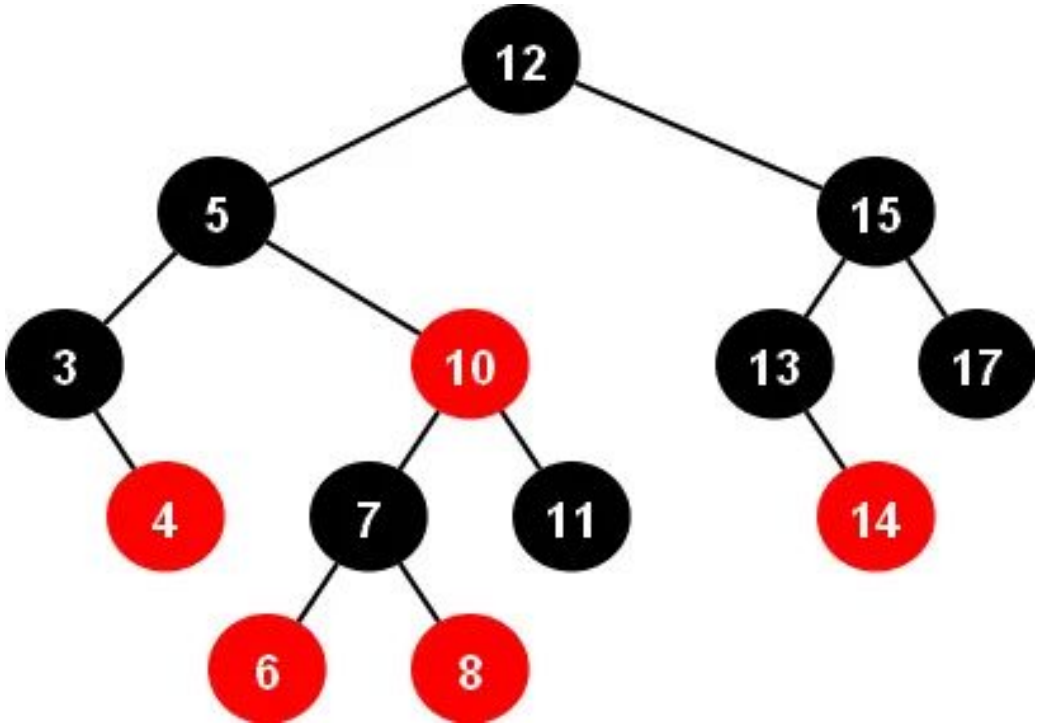

8
4
10
2
6
9
11
1
3
5
7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11



Rojo Negro

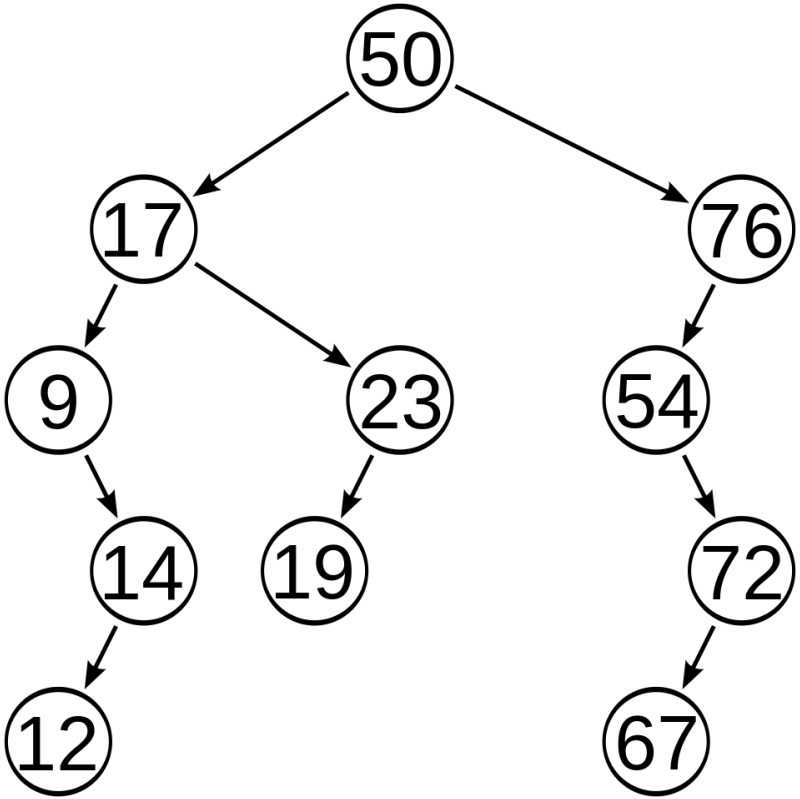
- o es rojo o es negro
- root -> negro
- hojas -> negras
- si un nodo es rojo, sus hijos son negros
- ∀ camino simple de un nodo a sus hojas, deben haber la misma cantidad de nodos negros.


12
5
15
3
10
13
17
4
7
11
14
6
8

- Es todo Árbol AVL un rojo negro ?
- Muestra como construir un arbol rojo negro, el cual en el peor caso

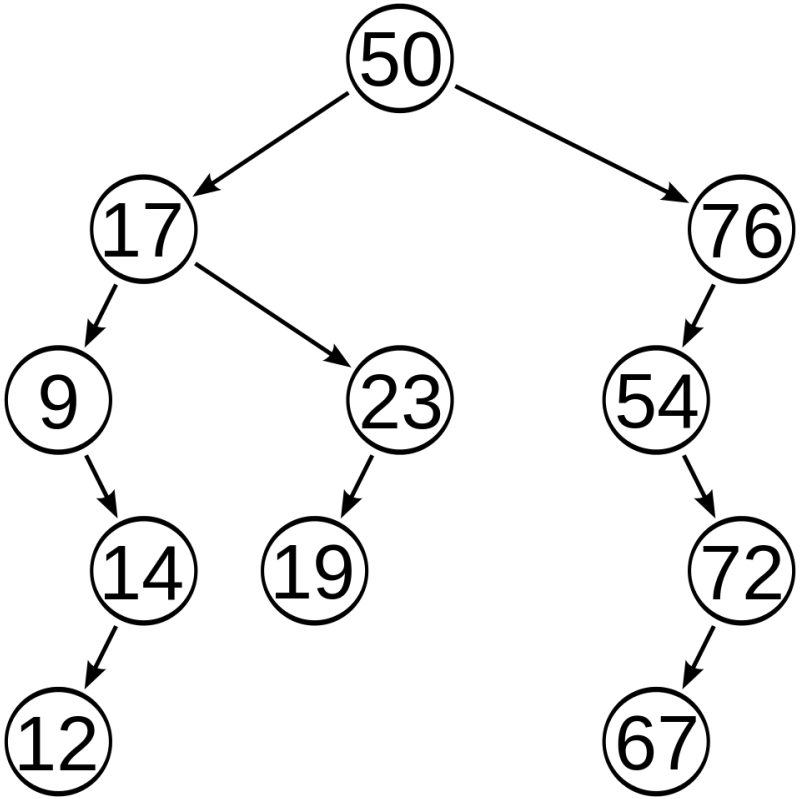
  casi todas las rutas desde la raiz hasta las hojas tienen largo $2log(N)$

- Es todo Árbol AVL un rojo negro ?



- Es todo Árbol AVL un rojo negro ?

Si !

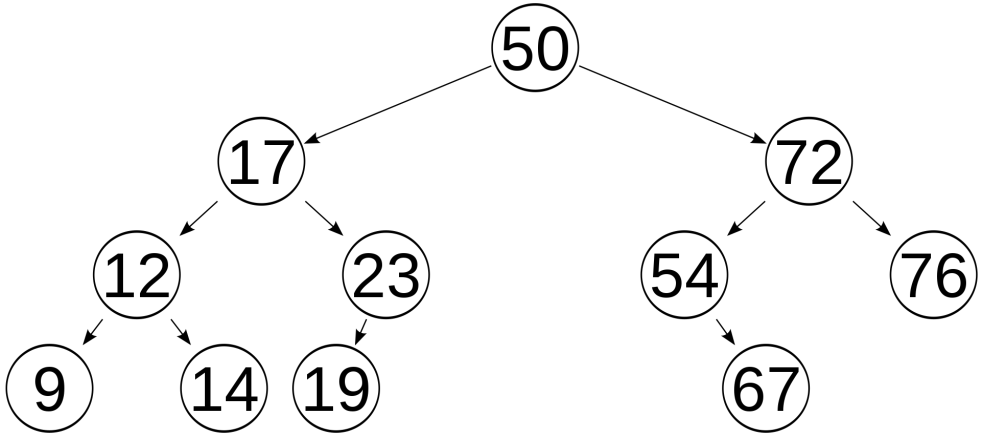


- Es todo Árbol AVL un rojo negro ?

Si !

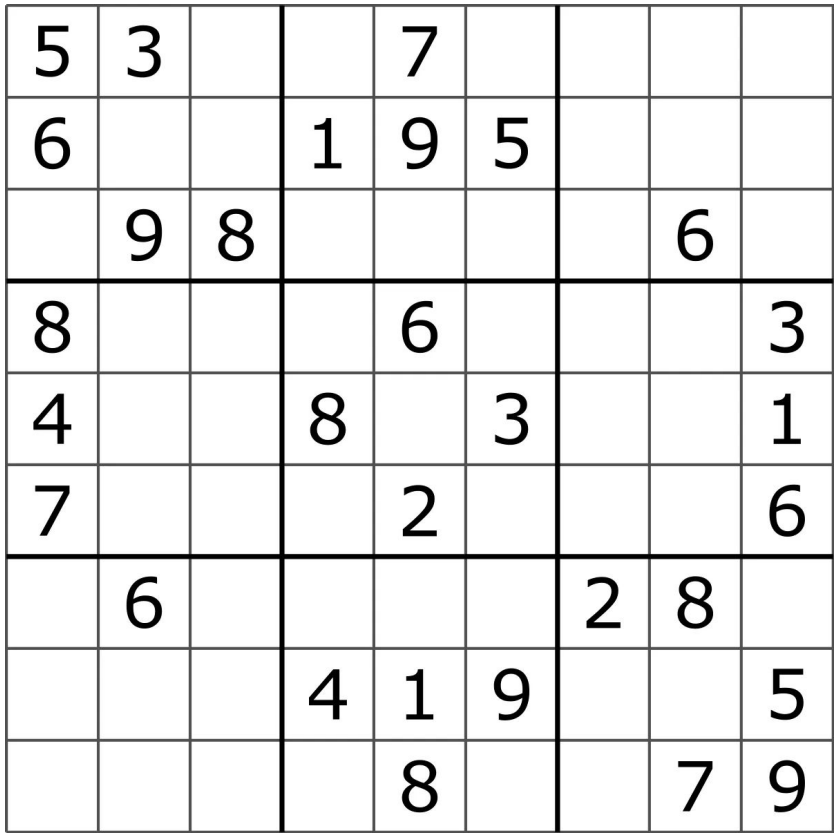
Notamos que el árbol AVL mas “desvalanceado” es aquel que el sub-arbol derecho tiene 1 mas de altura que su correspondiente sub-arbol izquierdo

Esto significa que la cantidad de nodos en la ruta más larga crece de forma 2H y la de la ruta más corta h+1, h altura del árbol



BackanTrack

- Dominio ?
- Mejoras :



BackanTrack

- Dominio ? {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
- Mejoras :

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

BackanTrack

- Dominio ? {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
- Mejoras :

  comenzar resolviendo el bloque

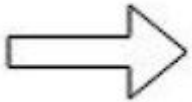
  mas “rellenado” (Heurística)

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

BackanTrack

Kakuro :

	23	15	12
23			
17			
10			



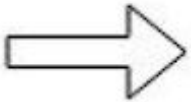
	23	15	12
23	9	8	6
17	8	4	5
10	6	3	1

BackanTrack

Variables ?

Dominio ?

	23	15	12
23			
17			
10			



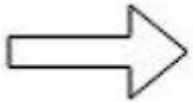
	23	15	12
23	9	8	6
17	8	4	5
10	6	3	1

BackanTrack

Variables : celdas

Dominio : { 1, ,,, MAX }

	23	15	12
23			
17			
10			



	23	15	12
23	9	8	6
17	8	4	5
10	6	3	1

Hashing

Una tienda quiere premiar a sus ***k*** clientes más rentables. Para ello cuenta con la lista de las ***n*** compras de los últimos años, en que cada compra es una tupla de la forma *(ID Cliente, Monto)*. La rentabilidad de un cliente es simplemente la suma de los montos de todas sus compras.
Explica cómo usar tablas de hash y heaps para resolver este problema en tiempo esperado —o promedio- $O(n + nlog(k))$.

El problema se separa en dos partes.

- Calcular la rentabilidad de cada cliente
- Buscar los *k* clientes más rentables

Hashing

Calcular la rentabilidad de cada cliente

Queremos obtener el set de tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*, donde la rentabilidad para el ID Cliente ***i*** es la suma de todos los montos de las tuplas de la forma *(i, Monto)*.

Para esto creamos una tabla de hash ***T*** donde se almacenan tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*. Cada vez que se inserte un ID Cliente ***i***:

- Si ya está en la tabla, se suma el monto recién insertado al monto guardado.
- Si no, se guarda en la tabla con el monto recién insertado como monto inicial.

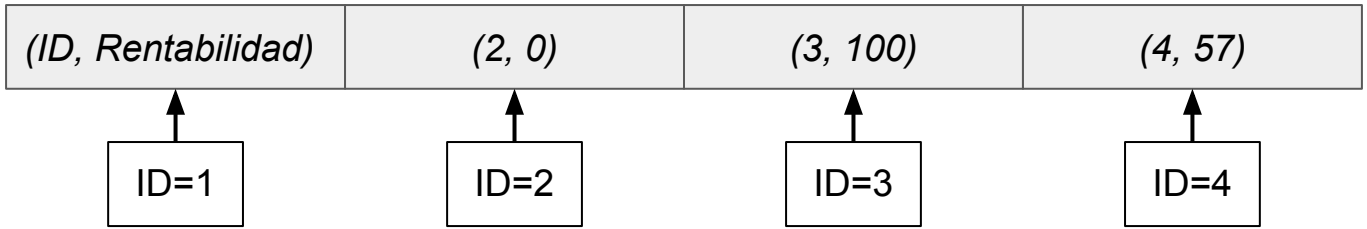
Hashing

Calcular la rentabilidad de cada cliente

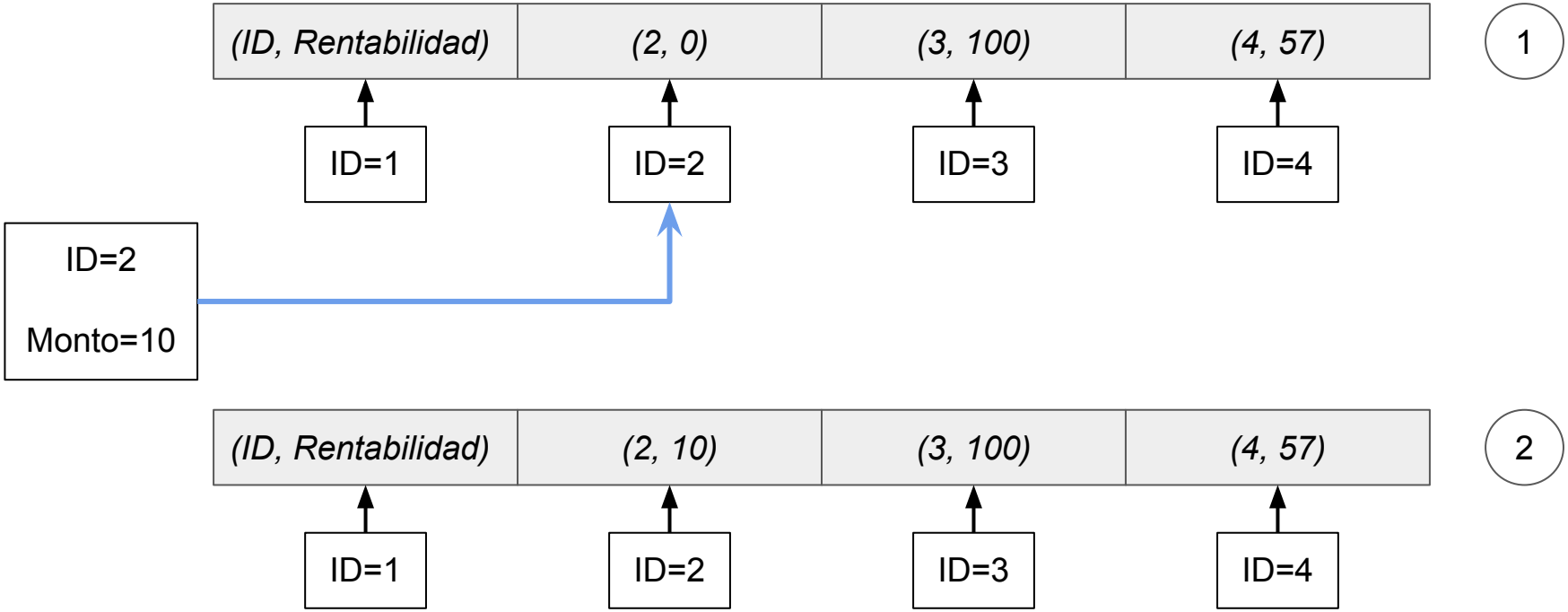
Queremos obtener el set de tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*, donde la rentabilidad para el ID Cliente ***i*** es la suma de todos los montos de las tuplas de la forma *(i, Monto)*.

Para esto creamos una tabla de hash ***T*** donde se almacenan tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*. Cada vez que se inserte un ID Cliente *i*:

- Si ya está en la tabla, se suma el monto recién insertado al monto guardado.
- Si no, se guarda en la tabla con el monto recién insertado como monto inicial.



Hashing


(ID, Rentabilidad)
(2, 0)
(3, 100)
(4, 57)
1
ID=1
ID=2
ID=3
ID=4
ID=2
Monto=10
(ID, Rentabilidad)
(2, 10)
(3, 100)
(4, 57)
2
ID=1
ID=2
ID=3
ID=4

Hashing

Calcular la rentabilidad de cada cliente

Queremos obtener el set de tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*, donde la rentabilidad para el ID Cliente ***i*** es la suma de todos los montos de las tuplas de la forma *(i, Monto)*.

Para esto creamos una tabla de hash ***T*** donde se almacenan tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*. Cada vez que se inserte un ID Cliente ***i***:

- Si ya está en la tabla, se suma el monto recién insertado al monto guardado.
- Si no, se guarda en la tabla con el monto recién insertado como monto inicial.

Al hacer esto con todas las *n* tuplas hemos efectivamente encontrado la rentabilidad para cada cliente.

Hashing

Calcular la rentabilidad de cada cliente

Queremos obtener el set de tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*, donde la rentabilidad para el ID Cliente ***i*** es la suma de todos los montos de las tuplas de la forma *(i, Monto)*.

Para esto creamos una tabla de hash ***T*** donde se almacenan tuplas *(ID Cliente, Rentabilidad)*. Cada vez que se inserte un ID Cliente *i*:

- Si ya está en la tabla, se suma el monto recién insertado al monto guardado.
- Si no, se guarda en la tabla con el monto recién insertado como monto inicial.

Al hacer esto con todas las *n* tuplas hemos efectivamente encontrado la rentabilidad para cada cliente.

La inserción en esta tabla tiene tiempo esperado ***O(1)*** como se ha visto en clases. Como se realizan ***n*** inserciones, esta parte tiene tiempo esperado ***O(n)***.

Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables

Sea *m* el total de clientes distintos. Creamos un min-heap de tamaño *k* que contendrá los *k* clientes más rentables que hemos visto hasta el momento. De este modo, la raíz del heap es el cliente **menos rentable** de los ***k* más rentables** encontrados hasta el momento.

Iteramos sobre las tuplas en ***T***, insertando en el heap hasta llenarlo, usando la rentabilidad como prioridad. Luego de haber llenado el heap, seguimos iterando sobre *T* .

Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables

Sea *m* el total de clientes distintos. Creamos un min-heap de tamaño *k* que contendrá los *k* clientes más rentables que hemos visto hasta el momento. De este modo, la raíz del heap es el cliente **menos rentable** de los ***k* más rentables** encontrados hasta el momento.

Iteramos sobre las tuplas en ***T***, insertando en el heap hasta llenarlo, usando la rentabilidad como prioridad. Luego de haber llenado el heap, seguimos iterando sobre *T* .

Para cada elemento que veamos que sea mayor a la raíz, lo intercambiamos con esta. Luego hacemos *shift-down* para restaurar la propiedad del heap. Esto mantiene la propiedad descrita en el párrafo anterior.

Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables

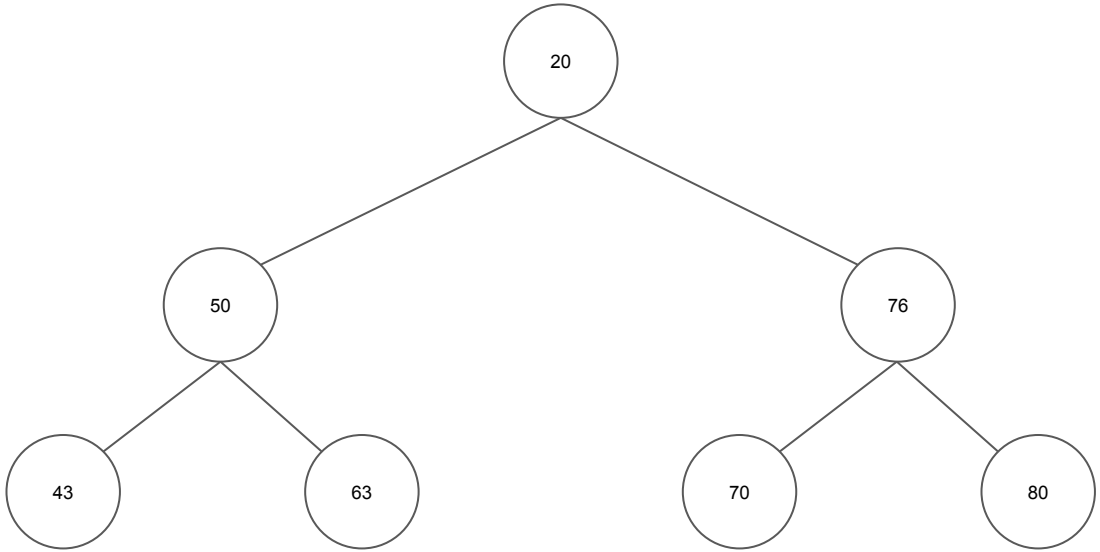
Sea *m* el total de clientes distintos. Creamos un min-heap de tamaño *k* que contendrá los *k* clientes más rentables que hemos visto hasta el momento. De este modo, la raíz del heap es el cliente **menos rentable** de los ***k* más rentables** encontrados hasta el momento.

Iteramos sobre las tuplas en ***T***, insertando en el heap hasta llenarlo, usando la rentabilidad como prioridad. Luego de haber llenado el heap, seguimos iterando sobre *T* .

Para cada elemento que veamos que sea mayor a la raíz, lo intercambiamos con esta. Luego hacemos *shift-down* para restaurar la propiedad del heap. Esto mantiene la propiedad descrita en el párrafo anterior.

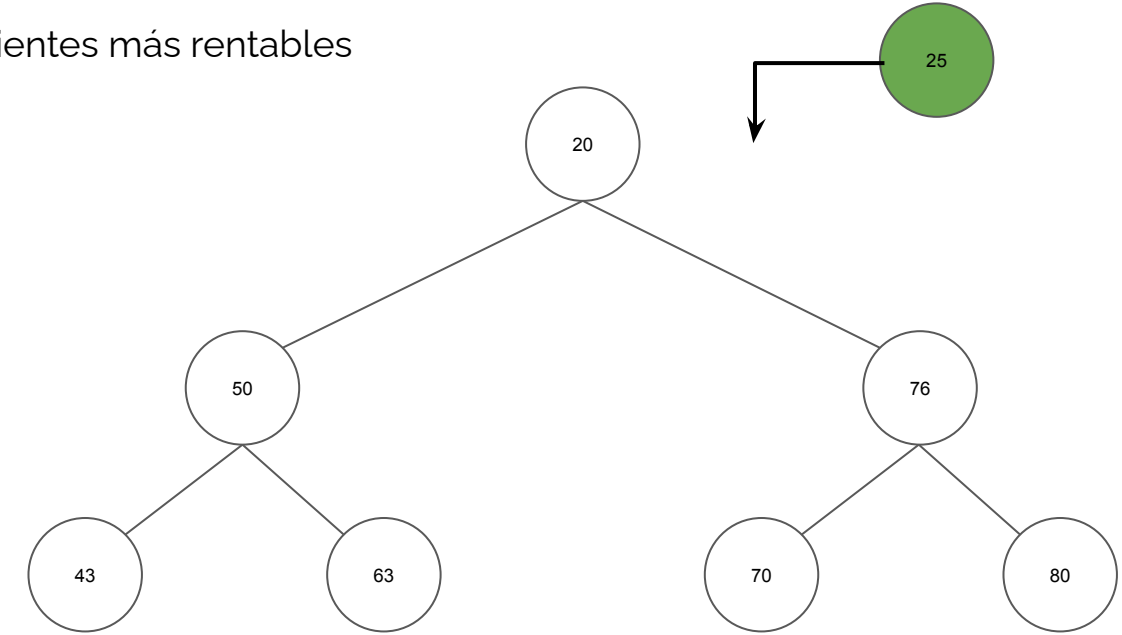
Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables



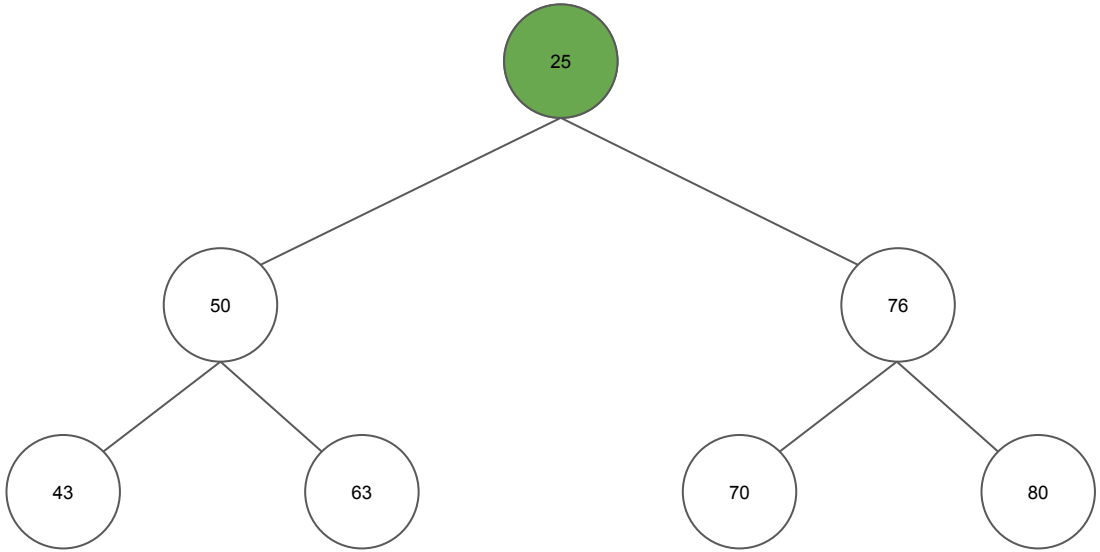
Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables



Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables



Hashing

Buscar los *k* clientes más rentables

Cada inserción en el heap toma *O(log k)*. En el peor caso insertamos los *m* elementos en el heap, por lo que esta parte es *O(m log(k))*. Pero como en el peor caso *m=n*, esta parte es *O(n log k)*.