

Definição de integral duplo:

Seja $R = [a, b] \times [c, d]$ e $f: R \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

► Considere-se uma subdivisão de $[a, b]$ em n subintervalos
 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$

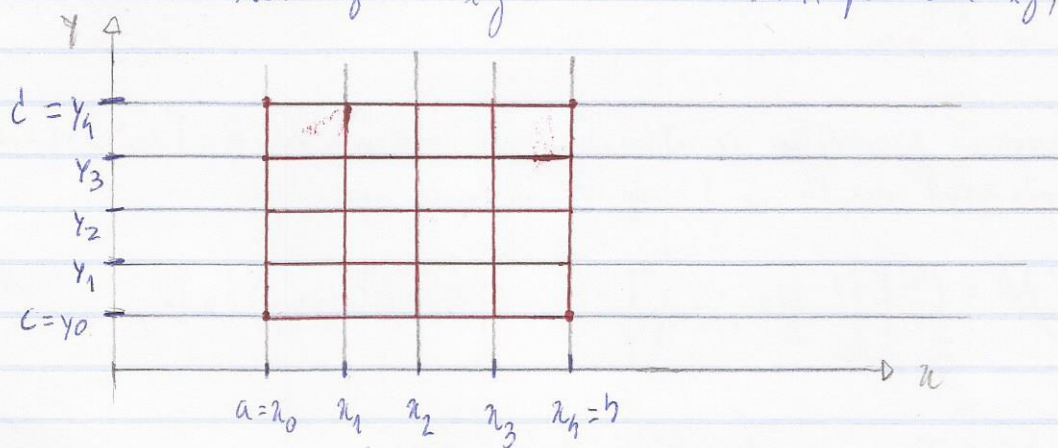
► Considere-se uma subdivisão $[c, d]$ em k subintervalos
 $c = y_0 < y_1 < \dots < y_{k-1} < y_k = d$

► As subdivisões anteriores correspondem a uma subdivisão do retângulo R em $n \times k$ retângulos
 $R_{ij} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$

► Denote-se $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ e $\Delta y_j = y_{j+1} - y_j$

► A área do retângulo R_{ij} é então $\Delta A_{ij} = \Delta x_i \Delta y_j$

► Para cada retângulo R_{ij} escolha-se um ponto $(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij})$



► O volume do paralelepípedo de base R_{ij} e altura $f(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij})$ é

$$f(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij}) \Delta A_{ij}$$

► O volume do sólido limitado por R e pelo gráfico de f pode ser aproximado por

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{k-1} f(\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij}) \Delta A_{ij}$$