Universidade de Brasília
Instituto de Física
Física Experimental 1

Relatório 02.2:
Cinemática do Movimento do Carrinho sobre o Trilho de Ar

Turma 27
Grupo: 02

Anthony Ribeiro Rocha Mat:22/2014840
Francisco Ribeiro de Souza Campos Mat:22/2014590
Pedro de Lacerda Rangel Mat:24/1027072

Professor:
Jailton Correia Fraga Junior

3 de fevereiro de 2025

1 Objetivos

O presente relatório tem como objetivo analisar o movimento de um carrinho sobre um trilho de ar, a partir da obtenção e interpretação de três gráficos experimentais: deslocamento em função do tempo, velocidade em função do tempo e velocidade ao quadrado em função do deslocamento. A partir da regressão polinomial e linear dos dados coletados, serão determinadas equações que descrevem o movimento do carrinho, permitindo a verificação da aceleração do sistema e sua comparação com o valor teórico previamente estimado.

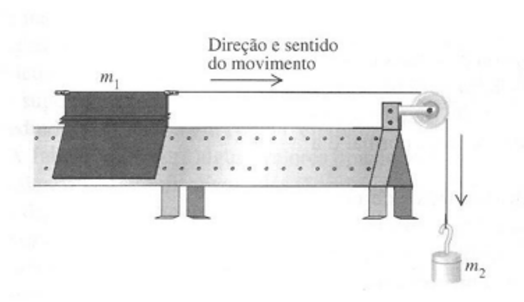

Figura 1: Ilustração do Sistema Carrinho + Peso Suspenso

2 Materiais

1. SciDAVis
2. Python

3 Introdução

O experimento realizado conclui, por meio da elaboração de gráficos e da obtenção de equações, a análise do comportamento de um sistema composto por um carrinho deslizando em um trilho de ar horizontal sem atrito, conectado a um peso suspenso por meio de um fio inextensível que passa sobre uma polia ideal. A dinâmica do sistema pode ser descrita pelas leis de Newton. Ao aplicar a segunda lei para cada corpo, obtém-se as equações 1 para o carrinho e 2 para o peso suspenso:

$$T = m_1 \cdot a, \tag{1}$$

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a, \tag{2}$$

onde T é a força exercida pelo fio, a é a aceleração do sistema, m_1 é a massa do carrinho e m_2 é a massa do peso suspenso.

Somando essas equações, a aceleração do sistema é dada pela equação 3:

$$a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}, \tag{3}$$

o que evidencia sua dependência das massas e da aceleração gravitacional. Como a aceleração é constante, espera-se que a cinemática do sistema seja descrita pelas equações de um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

O movimento retilíneo uniformemente variado é caracterizado por uma aceleração constante, o que implica que as grandezas cinemáticas podem ser descritas por expressões matemáticas específicas [Resnick e Halliday 2002]. A posição em função do tempo é descrita pela equação 4

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2, \tag{4}$$

enquanto a velocidade em função do tempo é dada pela equação 5:

$$v(t) = v_0 + at, \tag{5}$$

Por fim, a equação de Torricelli, que relaciona a velocidade ao quadrado com o deslocamento, é:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S, \tag{6}$$

onde s_0 e v_0 representam, respectivamente, a posição e a velocidade iniciais.

Essas equações servirão de base para a comparação com as equações obtidas experimentalmente a partir das regressões aplicadas aos dados coletados. A correlação entre os dados experimentais e os princípios físicos envolvidos será discutida ao longo do relatório, considerando também possíveis fontes de erro e limitações do experimento.

4 Procedimento e análise de dados

O primeiro gráfico construído foi o de deslocamento em função do tempo $\Delta S(t)$. A partir dos dados tabulados na tabela 1, foi gerado um gráfico no formato scatter utilizando o software SciDAVis [SciDAVis 2021].

$t \pm \Delta t(s)$	$\Delta Sm \pm \Delta(\Delta S)(m)$	$Vm \pm \Delta Vm(m/s)$	$Vm^2 \pm \Delta Vm^2(m/s)$
0.377 $\pm$ 0.003	0.100 $\pm$ 0.001	0.529 $\pm$ 0.045	0.280 $\pm$ 0.047
0.537 $\pm$ 0.001	0.200 $\pm$ 0.001	0.706 $\pm$ 0.079	0.498 $\pm$ 0.111
0.659 $\pm$ 0.001	0.300 $\pm$ 0.001	0.907 $\pm$ 0.130	0.823 $\pm$ 0.236
0.763 $\pm$ 0.001	0.400 $\pm$ 0.001	1.024 $\pm$ 0.199	1.049 $\pm$ 0.408
0.852 $\pm$ 0.001	0.500 $\pm$ 0.001	1.134 $\pm$ 0.253	1.286 $\pm$ 0.574
0.934 $\pm$ 0.001	0.600 $\pm$ 0.001	1.270 $\pm$ 0.255	1.613 $\pm$ 0.648
1.007 $\pm$ 0.003	0.700 $\pm$ 0.001	1.270 $\pm$ 0.255	1.613 $\pm$ 0.648
1.077 $\pm$ 0.002	0.800 $\pm$ 0.001	1.323 $\pm$ 0.332	1.750 $\pm$ 0.878

Tabela 1: Tabela dos Dados

Em seguida, aplicou-se uma regressão polinomial de segundo grau, sendo este o modelo mais adequado para descrever a relação entre as variáveis, como é evidente na figura 2.

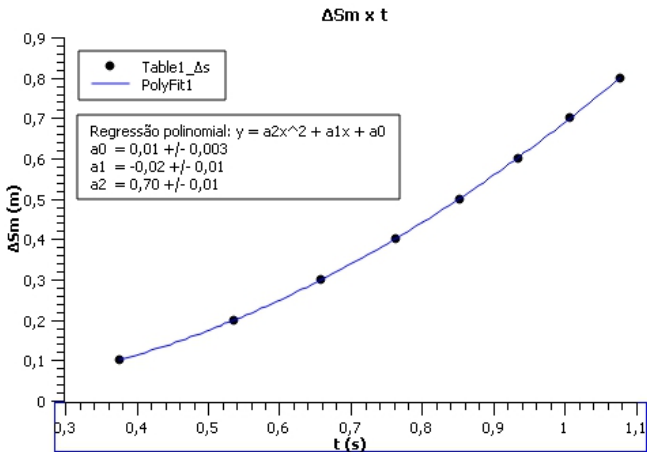

Figura 2: Gráfico ΔSm x t

A equação resultante foi:

$$\Delta S = 0.704t^2 - 0.024t + 0.010 \tag{7}$$

Comparando essa equação com a equação horária do espaço, nota-se que o coeficiente do termo quadrático representa aproximadamente metade do valor da aceleração, conforme esperado na equação $S = S_0 + V_0t + \frac{1}{2}at^2$. Assim, observa-se que a aceleração obtida a partir da regressão apresenta boa concordância com a aceleração teórica previamente calculada.

O segundo gráfico elaborado foi o de velocidade em função do tempo $V(t)$. Assim como no gráfico anterior, os dados foram tabulados e representados no formato scatter, como apresentado na figura 3.

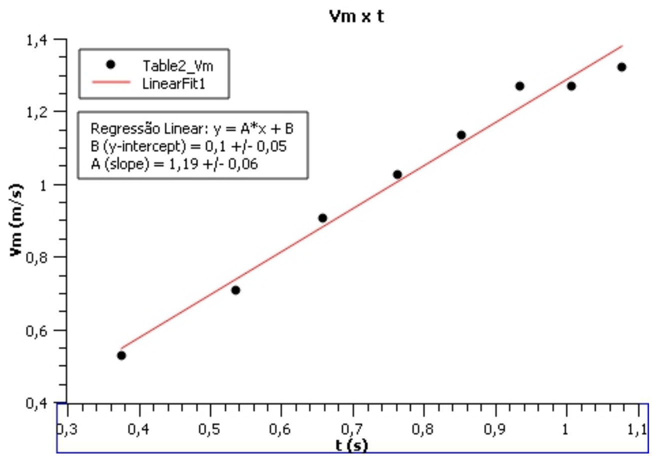

Figura 3: Gráfico Vm x t

Posteriormente, foi aplicada uma regressão linear, obtendo-se a equação:

$$V = 0.1 + 1.19t \tag{8}$$

Comparando essa equação com a equação $V = V_0 + at$, verifica-se que o coeficiente angular deve corresponder à aceleração do sistema. No entanto, a aceleração extraída da regressão (1.19 m/s^2) apresenta um desvio em relação ao valor teórico (1.448 m/s^2), o que indica a presença de incertezas experimentais e possíveis perdas de energia que não foram completamente desconsideradas.

Por fim, o terceiro gráfico analisado foi o de velocidade ao quadrado em função do deslocamento $V^2(\Delta S)$, apresentado na figura 4.

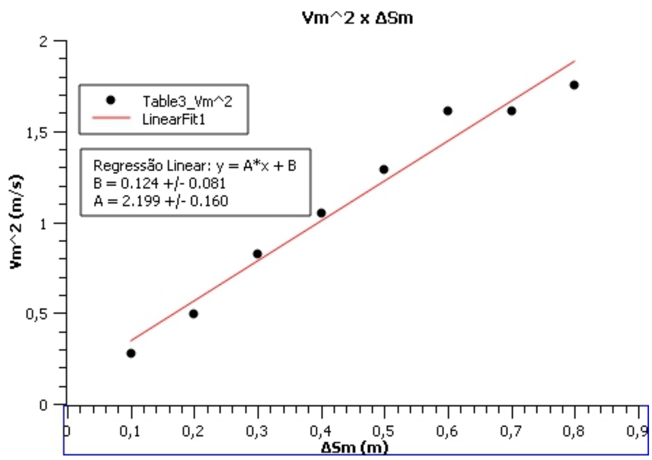

Figura 4: Gráfico Vm x ΔSm

Esse gráfico, construído seguindo os mesmos procedimentos dos anteriores, passou por uma regressão linear, resultando na equação:

$$V^2 = 0.12 + 2.20\Delta S \quad (9)$$

Ao compararmos essa equação com a equação de Torricelli $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$, observa-se que o coeficiente angular deve ser aproximadamente igual ao dobro da aceleração do sistema. O valor obtido na regressão (2.20 m/s^2) mostra um desvio em relação ao valor teórico esperado ($2\times1.448 = 2.896$ m/s^2), sugerindo que fatores como a resistência do ar ou pequenas imprecisões na coleta dos dados podem ter influenciado os resultados.

Para análise de discrepância entre os valores obtidos dos coeficientes angulares e o valor da aceleração no cálculo teórico, foi realizado um programa no *Python* para verificação exata.

```
import math

class medida:
    def __init__(self, x, dx):
        self.x = x
        self.dx = dx
    def __add__(self, outro):
        x = self.x + outro.x
        dx = self.dx + outro.dx
        return medida(x, dx)
    def __sub__(self, outro):
        x = self.x - outro.x
        dx = self.dx + outro.dx
        return medida(x, dx)
    def __mul__(self, outro):
        x = self.x * outro.x
        dx = self.x * outro.dx + outro.x * self.dx
        return medida(x, dx)
    def __truediv__(self, outro):
        x = self.x / outro.x
        dx = (self.dx + self.x / outro.x * outro.dx) / outro.x
        return medida(x, dx)
    def __str__(self):
        return ("{0:.3f} ± {1:.3f}").format(self.x, self.dx)

def ler_amostragem(amostra, amostragem, erro_instrumental):
    n = len(amostragem)
    medio = 0
    for valor in amostragem:
        medio += valor
    medio /= n
    desvio = 0
    for valor in amostragem:
        desvio += (valor - medio) ** 2
    desvio /= n * (n - 1)
    desvio = math.sqrt(desvio)
    print(f'### Desvio {amostra} ###')
    print(f'{desvio:.3f}')
    return medida(medio, desvio + erro_instrumental)

# experimento 2
# Tabela 1- Massas utilizadas
```

```
erro_balanca = 1 # g
massa_carrinho = ler_amostragem('massa_carrinho', [221.0, 221.0,
221.0, 221.0, 221.0], erro_balanca)
massa_suporte = ler_amostragem('massa_suporte',[8.2, 8.1,
8.1, 8.1, 8.1], erro_balanca)
massa_adicional_10g = ler_amostragem('massa_adicional_10g',
[10.1, 9.9, 9.9, 9.9, 9.9], erro_balanca)
massa_adicional_20g = ler_amostragem('massa_adicional_20g',
[20.2, 20.2,
20.2, 20.2, 20.2], erro_balanca)
massa_adicional = massa_adicional_10g + massa_adicional_20g

# Tabela 2- Diametro do pino
erro_paquimetro = 0.000005 #m
diametro_pino = ler_amostragem('diametro_pino', [0.00635,
0.00635,  0.00635,  0.00635,  0.00635], erro_paquimetro)

lista_dos_deslocamentos = []
# Tabela 3- Posicao inicial
erro_regua = 0.0005 # m
ds_10 = medida(0.1, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_10)
ds_20 = medida(0.2, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_20)
ds_30 = medida(0.3, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_30)
ds_40 = medida(0.4, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_40)
ds_50 = medida(0.5, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_50)
ds_60 = medida(0.6, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_60)
ds_70 = medida(0.7, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_70)
ds_80 = medida(0.8, erro_regua)
lista_dos_deslocamentos.append(ds_80)

# dados experimentais
# Tabela 1- Massas utilizadas
massa_total_suspensa = massa_suporte + massa_adicional # g
massa_conjunto = massa_carrinho + massa_total_suspensa # g

# Tabela 2 Velocidade instantanea (V)
no final de cada deslocamento (ΔS)
erro_cronometro = 0.001 # s

# dx = 10
t_10 = ler_amostragem('t_10', [0.377, 0.376, 0.378, 0.384,
0.372], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_10)
dt_10 = ler_amostragem('dt_10', [0.012, 0.012, 0.012,
0.012, 0.012], erro_cronometro)
```

```
v_10 = diametro_pino / dt_10  # [m/s]
v2_10 = v_10 * v_10
# dx = 20
t_20 = ler_amostragem('t_20', [0.536, 0.537, 0.537, 0.537,
0.538], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_20)
dt_20 = ler_amostragem('dt_20',[0.009, 0.009, 0.009, 0.009,
0.009], erro_cronometro)
v_20 = diametro_pino / dt_20
v2_20 = v_20 * v_20
# dx = 30
t_30 = ler_amostragem('t_30', [0.660, 0.659, 0.660, 0.659,
0.659], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_30)
dt_30 = ler_amostragem('dt_30',[0.007, 0.007, 0.007,
0.007, 0.007], erro_cronometro)
v_30 = diametro_pino / dt_30
v2_30 = v_30 * v_30
# dx = 40
t_40 = ler_amostragem('t_40', [0.763, 0.764, 0.763, 0.763,
0.762], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_40)
dt_40 = ler_amostragem('dt_40', [0.006, 0.006, 0.006, 0.007,
0.006], erro_cronometro)
v_40 = diametro_pino / dt_40
v2_40 = v_40 * v_40
# dx = 50
t_50 = ler_amostragem('t_50', [0.852, 0.852, 0.852, 0.852,
0.852], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_50)
dt_50 = ler_amostragem('dt_50', [0.005, 0.006, 0.006,
0.005, 0.006], erro_cronometro)
v_50 = diametro_pino / dt_50
v2_50 = v_50 * v_50
# dx = 60
t_60 = ler_amostragem('t_60', [0.934, 0.934, 0.933,
0.934, 0.933], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_60)
dt_60 = ler_amostragem('dt_60', [0.005, 0.005, 0.005,
0.005, 0.005], erro_cronometro)
v_60 = diametro_pino / dt_60
v2_60 = v_60 * v_60
# dx = 70
t_70 = ler_amostragem('t_70', [1.006, 1.004, 1.007,
1.005, 1.014], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_70)
dt_70 = ler_amostragem('dt_70', [0.005, 0.005, 0.005,
0.005, 0.005], erro_cronometro)
v_70 = diametro_pino / dt_70
v2_70 = v_70 * v_70
# dx = 80
t_80 = ler_amostragem('t_80', [1.080, 1.076,
```

```
1.078, 1.076, 1.076], erro_cronometro)
lista_dos_tempos.append(t_80)
dt_80 = ler_amostragem('dt_80', [0.005, 0.005,
0.004, 0.005, 0.005], erro_cronometro)
v_80 = diametro_pino / dt_80
v2_80 = v_80 * v_80

# analise de dados
gravidade = medida(9.81, 0) # [m/s^2]
peso_massa_total_suspensa = massa_total_suspensa * gravidade  # N
aceleracao = peso_massa_total_suspensa / massa_conjunto

# grafico ΔSm x t
erro1_0 = 0.00339725489158588
erro1_1 = 0.009812317720724
erro1_2 = 0.0066272917806555

a1_0  = medida(0.009467427539027, erro1_0)
a1_1  = medida(-0.0243027857866559, erro1_1)
a1_2  = medida(0.704148820961692, erro1_2)

ac_1 = medida(a1_2.x * 2, erro1_2 * 2)

equacao1 = "ΔS(t) = 0.704*t^2 -0.024*t + 0.010"

dif_1 = abs(aceleracao.x - ac_1.x)
som_1 = aceleracao.dx + ac_1.dx
discrepancia_1 = (dif_1 <= som_1)
and "nao ha discrepancia" or "ha discrepancia"

#grafico Vm x t
erro2_0 = 0.0524978392645927
erro2_1 = 0.0649957613134394

b2_0 = medida(0.0983193181214749, erro2_0)
a2_1 = medida(1.18859900983374, erro2_1)

equacao2 = "Vm(t) = 0.1 + 1.19*t"

dif_2 = abs(aceleracao.x - a2_1.x)
som_2 = aceleracao.dx + a2_1.dx
discrepancia_2 = (dif_2 <= som_2)
and "nao ha discrepancia" or "ha discrepancia"

#grafico Vm x ΔSm
erro3_0 = 0.0810758582105703
erro3_1 = 0.160554123603843

b3_0 = medida(0.124428571428571, erro3_0)
a3_1= medida(2.19904761904762, erro3_1)

equacao3 = "V(d) = 0.12 + 2.20*d"
```

```
ac_3 = medida(a3_1.x / 2, erro3_1 / 2)

dif_3 = abs(aceleracao.x - ac_3.x)
som_3 = aceleracao.dx + ac_3.dx
discrepancia_3 = (dif_3 <= som_3)
and "nao ha discrepancia" or "ha discrepancia"

print()
print("EXPERIMENTO 2.2")
print("##########")
print("Dados experimentais")
print("##########")
print("Tabela 1- Massas utilizadas")
print("Massa total suspensa = {0}g".format(massa_total_suspensa))
print("##########")
print("Tabela 2 -  Tempo de deslocamento (t), Deslocamento (ΔS),
velocidade instantanea no final do deslocamento e velocidade
instantanea no final do deslocamento ao quadrado")
print("| t ± Δt (s) | ΔSm ± Δ(ΔS) (cm) | Vm ± ΔV (m/s)
| Vm^2 ± ΔVm^2 (m/s) |")
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_10, ds_10, v_10, v2_10))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_20, ds_20, v_20, v2_20))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_30, ds_30, v_30, v2_30))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_40, ds_40, v_40, v2_40))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_50, ds_50, v_50, v2_50))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_60, ds_60, v_60, v2_60))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_70, ds_70, v_70, v2_70))
print("| {0} | {1} | {2} | {3} |".format(t_80, ds_80, v_80, v2_80))
print("##########")
print("Analise de dados")
print("##########")
print("Tabela 3 - Equacoes encontradas a partir das regressoes")
print("| {0} |".format(equacao1))
print("| {0} |".format(equacao2))
print("| {0} |".format(equacao3))
print("##########")
print("Tabela 4 - Discrepancia")
print("||a -  coeficiente angular |
| Δa + Δcoeficiente angular | discrepancia |")
print("| {0} | {1} | {2} |".format(dif_1, som_1, discrepancia_1))
print("| {0} | {1} | {2} |".format(dif_2, som_2, discrepancia_2))
print("| {0} | {1} | {2} |".format(dif_3, som_3, discrepancia_3))
print("##########")
print("Peso = {0} N".format(peso_massa_total_suspensa))
print("Massa do conjunto (carrinho + suspensa) = {0} g".
format(massa_conjunto))
print("Aceleracao = {0} m/s^2".format(aceleracao))
```

Embora possa existir falta de familiaridade com a codificação apresentada, as fórmulas utilizadas para as operações foram todas as apresentadas anteriormente.

Com a execução do código, foram geradas como saídas: o erro aleatório (desvio-padrão da média), o valor médio mais o erro experimental do tempo de deslocamento (t), do deslocamento(ΔS), da velocidade instantânea (Vm), as equações encontradas e o resultado de discrepância do valor obtido da aceleração como apresentado no trecho a seguir:

```
### Desvio massa_carrinho ###
0.000
### Desvio massa_suporte ###
0.020
### Desvio massa_adicional_10g ###
0.040
### Desvio massa_adicional_20g ###
0.000
### Desvio diametro_pino ###
0.000
### Desvio t_10 ###
0.002
### Desvio dt_10 ###
0.000
### Desvio t_20 ###
0.000
### Desvio dt_20 ###
0.000
### Desvio t_30 ###
0.000
### Desvio dt_30 ###
0.000
### Desvio t_40 ###
0.000
### Desvio dt_40 ###
0.000
### Desvio t_50 ###
0.000
### Desvio dt_50 ###
0.000
### Desvio t_60 ###
0.000
### Desvio dt_60 ###
0.000
### Desvio t_70 ###
0.002
### Desvio dt_70 ###
0.000
### Desvio t_80 ###
0.001
### Desvio dt_80 ###
0.000

EXPERIMENTO 2.2
##########
Dados experimentais
##########
Tabela 1- Massas utilizadas
Massa total suspensa = 38.260 ± 3.060g
```

```
##########
Tabela 2 -  Tempo de deslocamento (t), Deslocamento (ΔS),
velocidade instantanea no final do deslocamento e
velocidade instantanea no final do deslocamento ao quadrado
| t ± Δt (s) | ΔSm ± Δ(ΔS) (cm) | Vm ± ΔV (m/s)
| Vm^2 ± ΔVm^2 (m/s) |
| 0.377 ± 0.003 | 0.100 ± 0.001 | 0.529 ± 0.045 | 0.280 ± 0.047 |
| 0.537 ± 0.001 | 0.200 ± 0.001 | 0.706 ± 0.079 | 0.498 ± 0.111 |
| 0.659 ± 0.001 | 0.300 ± 0.001 | 0.907 ± 0.130 | 0.823 ± 0.236 |
| 0.763 ± 0.001 | 0.400 ± 0.001 | 1.024 ± 0.199 | 1.049 ± 0.408 |
| 0.852 ± 0.001 | 0.500 ± 0.001 | 1.134 ± 0.253 | 1.286 ± 0.574 |
| 0.934 ± 0.001 | 0.600 ± 0.001 | 1.270 ± 0.255 | 1.613 ± 0.648 |
| 1.007 ± 0.003 | 0.700 ± 0.001 | 1.270 ± 0.255 | 1.613 ± 0.648 |
| 1.077 ± 0.002 | 0.800 ± 0.001 | 1.323 ± 0.332 | 1.750 ± 0.878 |
##########
Analise de dados
##########
Tabela 3 - Equacoes encontradas a partir das regressoes
| ΔS(t) = 0.704*t^2 -0.024*t + 0.010 |
| Vm(t) = 0.1 + 1.19*t |
| V(d) = 0.12 + 2.20*d |
##########
Tabela 4 - Discrepancia
||a -  coeficiente angular |
| Δa + Δcoeficiente angular | discrepancia |
| 0.03940196464916901 | 0.15171119238135486 | nao ha discrepancia |
| 0.2591005967388129 | 0.20345237013348325 | ha discrepancia |
| 0.3481757970487429 | 0.21873367062196536 | ha discrepancia |
##########
Peso = 375.331 ± 30.019 N
Massa do conjunto (carrinho + suspensa) = 259.260 ± 4.060 g
Aceleracao = 1.448 ± 0.138 m/s^2
>>>
```

5 Conclusão

Os resultados obtidos mostraram que o movimento do carrinho sobre o trilho de ar pode ser descrito por equações polinomiais e lineares, com uma boa aproximação aos modelos teóricos de MRUA. Pequenas discrepâncias entre os valores experimentais e teóricos indicam a presença de incertezas experimentais, mas, no geral, os dados confirmam a validade das equações da cinemática.

Referências

[Resnick e Halliday 2002]RESNICK, R.; HALLIDAY, D. *Física*: Vol. i. 5ª. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora (LTC), 2002.

[SciDAVis 2021]SciDAVis2021 SCIDAVIS. [S.l.]: SciDAVis Development Team, 2021.