Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI3104-1: Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería.

Tarea N^{o}2

Raíces de Funciones.

José Ignacio Vines.
Profesor: Valentino González.
Auxiliares: Mario Aguilar.
Ignacio Armijo.
María Constanza Flores.
Fecha: 22 de septiembre de 2016

Índice

Índice de figuras

Índice de cuadros

1. Introducción

Se tienen dos funciones definidas como sigue:

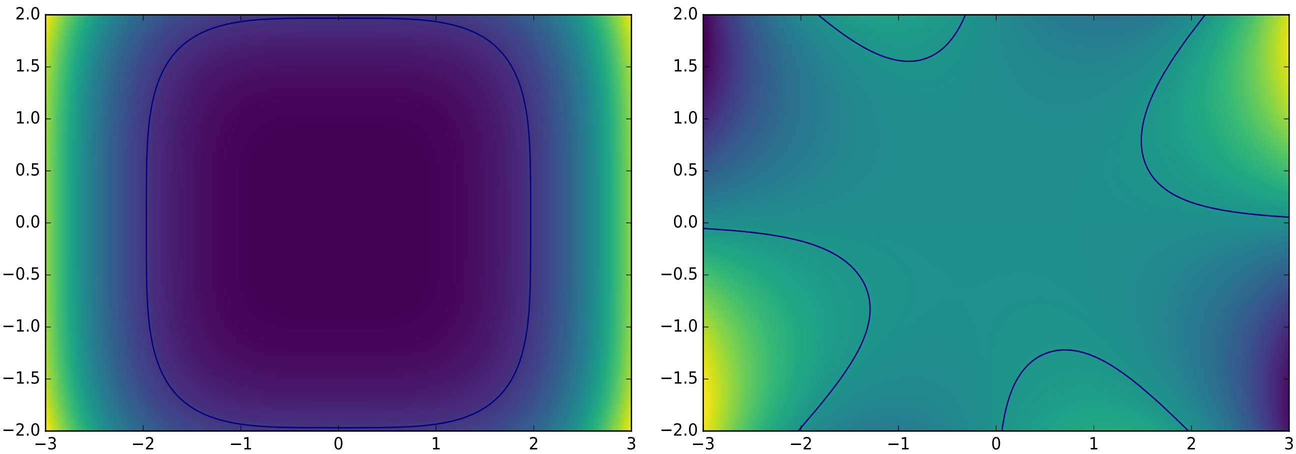
$$F_1(x,y) = x^4 + y^4 - 15 \tag{1}$$

$$F_2(x,y) = x^3y - xy^3 - \frac{y}{2} - 1{,}464 \tag{2}$$

Se busca encontrar, utilizando el método de bisección, todos los puntos $(x,y)|F_1(x,y) = F_2(x,y) = 0$

2. Procedimiento

Para encontrar los puntos en que ambas funciones se hacen 0 se comienza por graficar la curva de nivel 0 de (1) y la curva de nivel 0 de (2) como muestran las figuras 1a y 1b respectivamente.



(a) Curva de nivel 0 de F_1.

(b) Curva de nivel 0 de F_2.

Figura 1: Curvas de nivel 0 de F_1 y F_2

Para visualizar mejor las intersecciones de ambas curvas se grafican ambas curvas de nivel simultáneamente como muestra la figura 2.

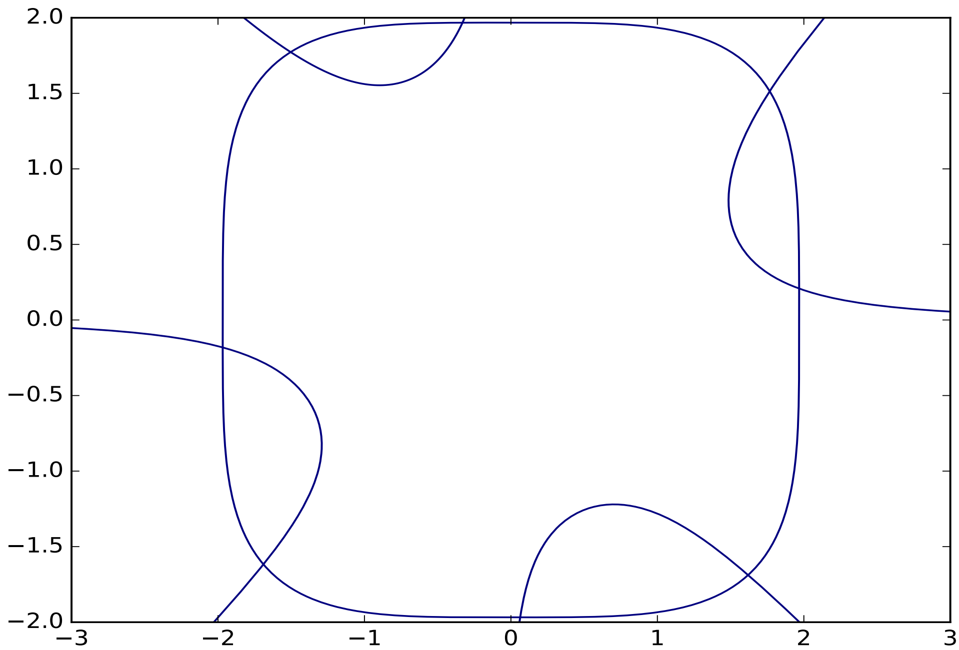


Figura 2: Intersección de las curvas de nivel 0 de F_1 y F_2.

Note que la curva de nivel de F_1 es cerrada, por lo tanto se puede parametrizar con las siguientes expresiones:

$$x(t) = \sqrt[4]{15} \cdot \text{sign}(\sin(t)) \sqrt[4]{\sin^2(t)} \tag{3}$$

$$y(t) = \sqrt[4]{15} \cdot \text{sign}(\cos(t)) \sqrt[4]{\cos^2(t)} \tag{4}$$

Luego, sólo basta recorrer la curva de F_1 a lo largo de la parametrización dada por las ecuaciones (3) y (4) para encontrar los ceros de F_2. Dado que la parametrización es similar a la de una circunferencia, se hace un símil con una; con esto se propone que el primer cero de la función, partiendo de $t = 0$ está cerca de $\frac{\pi}{4}$, lo cual se corrobora al trazar la parametrización como muestra la figura 3. Con esto se elige el primer punto 'a'. Para elegir el punto 'b' se le suma un valor delta a 'a' tal que la curva pase el 0 de F_2 y se pueda hacer la bisección. Esto está ejemplificado en la figura 4.
Este proceso se repite para todos los valores $n\frac{\pi}{4}$ con $n = 1 \ldots 8$ y con los valores 0,5 y $-0{,}5$ para δ dentro de una función llamada **busca_ceros**.

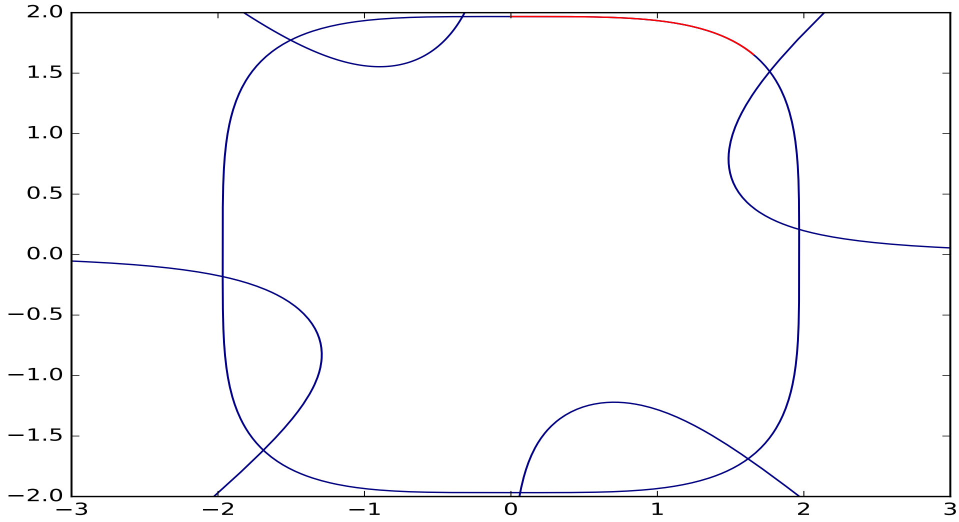


Figura 3: En rojo: trazado de la parametrización de la curva de F_1 desde $t = 0$ hasta $t = \frac{\pi}{4}$

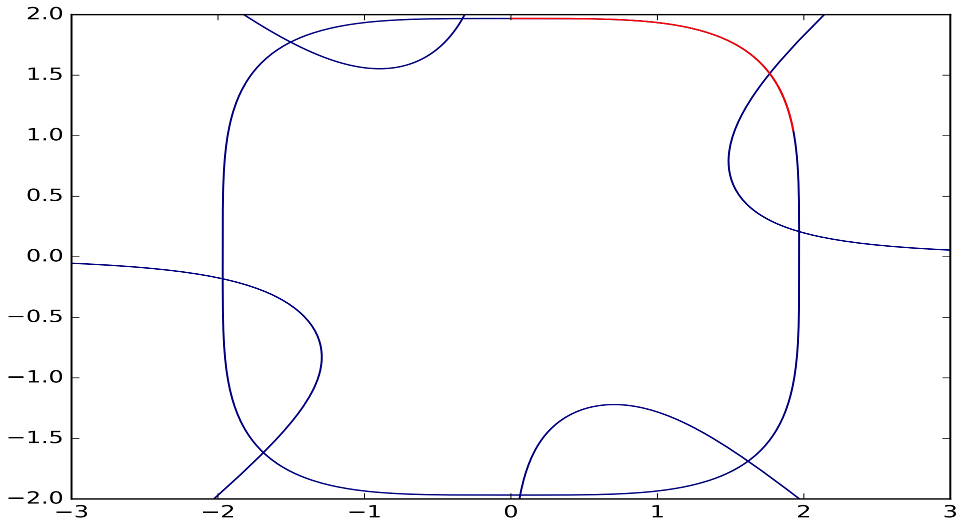


Figura 4: En rojo: trazado de la parametrización de la curva de F_1 desde $t = 0$ hasta $t = \frac{\pi}{4} + \delta$ con $\delta = 0{,}5$

3. Resultados

Los puntos encontrados y las evaluaciones de F_1 y F_2 en ellos están presentados en el cuadro 1.

Puntos (x, y)	$F_1(x, y)$	$F_2(x, y)$
(1,7669473251533254, 1,5138783340135835)	−1,7763568394002505e-15	−3,3306690738754696e-15
(1,9679281913239208, 0,20807043855682616)	−7,105427357601002e-15	−3,3306690738754696e-15
(1,6195315294277728, −1,6880897500097491)	−3,552713678800501e-15	1,687538997430238e-14
(0,063041119148445249, −1,9679891532205411)	0,0	2,9687363678476686e-13
(−1,6899275421855853, −1,6174428867372699)	−3,552713678800501e-15	−2,3092638912203256e-14
(−1,9679539076104238, −0,18171451675948014)	−7,105427357601002e-15	−2,646771690706373e-13
(−1,5040652893171853, 1,7730278324283797)	−3,552713678800501e-15	−2,708944180085382e-14
(−0,33068189913134088, 1,9675973488473744)	−7,105427357601002e-15	1,234568003383174e-13

Cuadro 1: Tabla con los puntos (x, y) en donde $F_1 = F_2 = 0$ con una tolerancia de 10^{-20}

4. Conclusiones

Se concluye que se encontraron los puntos que hacen cero a ambas funciones simultáneamente con una tolerancia de 10^{-20}

5. Apéndice

El mensaje escondido en el commit es: 'Alo, con la casa de la Cultura? Si, conchetumadre' - N. Parra