Consumo y Ahorro

Macroeconomía I
Profesor: Roberto Urrunaga
Jefe de Prácticas: Francisco Arizola[*]

Introducción: El primer componente de la demanda agregada que estudiaremos es el consumo. Para ello, al igual que en el resto de capítulos, nos apoyaremos en el modelo neoclásico. Este modelo busca a través de la matemática y la microfundamentación comprender como los agentes toman decisiones óptimas, caracterizando el problema que enfrentan. Es una forma de respaldar los comportamientos y hechos observados en la economía real.

1. Introducción al Modelo Neoclásico de Consumo

Consideramos un modelo básico de dos períodos para estudiar las decisiones intertemporales de un agente representativo que desea asignar su consumo entre hoy y el futuro. Esta estructura es suficiente para introducir conceptos fundamentales como restricción presupuestaria intertemporal, utilidad esperada, elección óptima de consumo y suavizamiento del consumo.

1.1. Restricciones presupuestarias intratemporales

Imagine un agente que vive dos períodos, como joven (periodo 1) y como viejo (período 2), y recibe ingresos exógenos[1] Y_1 y Y_2 en cada uno, respectivamente. Tal como en la vida real, el agente no debe consumir todo su ingreso en ese mismo periodo, pues puede ahorrar o endeudarse a una tasa de interés real r, accediendo libremente a los mercados financieros (sin restricciones). Sobre la base de esto, podemos plantear nuestras restricciones presupuestarias intratemporales para cada periodo. Una *restricción presupuestaria* es una ecuación que balancea fuentes de recursos con el uso de los mismos (como un presupuesto y en qué se gasta es presupuesto), e *intratemporal* hace referencia a dentro de un mismo periodo. Tenemos entonces:

[*]Autor de estos apuntes. Para dudas o sugerencias: fa.arizolab@up.edu.pe

[1]Exógeno quiere decir que no se determina dentro del modelo. Es decir, no ahondamos en cómo se determina ese ingreso, simplemente se recibe. En modelos posteriores ampliaremos el modelo y haremos del ingreso una variable endógena, es decir, cuánto gana el agente se determinará por las decisiones que se toman dentro del modelo.

- En el primer período, su restricción es:

$$\underbrace{C_1 + S}_{\text{Usos}} = \underbrace{Y_1}_{\text{Fuentes}}$$

donde C_1 es el consumo presente y S el ahorro (si $S < 0$, se trata de endeudamiento).

- En el segundo período, debe consumir lo que ahorró más los intereses que recibe sobre su ahorro. Si S fuese negativo, es decir, el agente se hubiese endeudado en el primer periodo, este segundo término tendría un signo negativo, pues representaría una fuente negativa (un uso):

$$C_2 = Y_2 + (1+r)S$$

1.2. Restricción presupuestaria intertemporal

A partir de las restricciones presupuestarias intratemporales, se puede formar una única restricción presupuestaria intertemporal (RPI). En este caso, *intertemporal* hace referencia a más de un periodo. El procedimiento es simple, el conector que aparece en ambas ecuaciones es el ahorro S, por lo que despejamos en la primera ecuación $S = Y_1 - C_1$ y reemplazamos en la ecuación del segundo período. Obtenemos:

$$C_2 = Y_2 + (1+r)(Y_1 - C_1) \Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$$

Esta es la restricción presupuestaria intertemporal: el valor presente del consumo debe ser igual al valor presente del ingreso. *Valor presente* significa que los recursos no tienen el mismo valor en el tiempo. Es decir, recibir una cantidad de ingreso hoy no es lo mismo que recibir esa misma cantidad mañana, pues existe un **costo de oportunidad**. Si recibiese ese ingreso Y hoy, podría ponerlo a ahorrar a una tasa r y recibir $(1+r)Y > Y$ mañana. Por ello, dividimos los términos del segundo periodo por $(1+r)$, para ponerlos en valor presente y que todos los términos de la restricción estén en las mismas unidades.

1.3. Función de utilidad

El agente elige C_1 y C_2 para maximizar su utilidad intertemporal:

$$\max_{C_1, C_2} \; u(C_1) + \beta u(C_2)$$

donde $u(\cdot)$ es una función de utilidad creciente y cóncava (esto es, $u' > 0$, $u'' < 0$). En palabras, una unidad más de consumo siempre brinda más utilidad (primera derivada positiva) pero cada vez crece menos la utilidad (segunda derivada negativa). Esto se conoce como utilidad marginal decreciente y está modelada así pensando en el concepto de *saciedad*. De no tener un carro a tener uno, nuestra felicidad/utilidad aumenta bastante, de un carro a dos también aumenta nuestra felicidad pero en menor medida. El pasar de tener 30 a 31 carros probablemente aumente nuestra utilidad, pero mucho menos que obtener los primeros 30. Esto es la saciedad.

Por otro lado, $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento subjetivo, que refleja la impaciencia del agente. Del mismo modo que los recursos tienen un valor en el tiempo por el costo de oportunidad, la utilidad que se recibe del consumo también tiene un valor distinto dependiendo del periodo en que se recibe. No es lo mismo tener un Porsche a los 20 que tenerlo a los 50. Claramente los agentes tienen un factor de impaciencia, que les hace valorar más el consumo en el presente, por ello la utilidad del segundo periodo se multiplica por un $\beta < 1$ que reduce el nivel de utilidad futura (lo descuenta). Un valor menor de β (más cercano a 0) implica que el individuo valora menos el consumo futuro, es decir, que es más impaciente.

1.4. Problema de maximización

Una vez hemos definido nuestra función a maximizar y nuestras restricciones, planteamos el problema de maximización. Para ello, utilizaremos un Lagrangiano con una única restricción (pues ya hemos combinado las dos restricciones intratemporales en una sola intertemporal, que comprende la información de ambas). Una opción alternativa de planteamiento es trabajar con las dos restricciones intratemporales sin combinar, en cuyo caso deberíamos trabajar con dos multiplicadores de Lagrange[2]:

$$\mathcal{L} = u(C_1) + \beta u(C_2) + \lambda \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r} \right)$$

Como en cualquier problema de maximización, derivamos respecto a las variables sobre las cuáles puede decidir el agente, en este caso, C_1 y C_2. Nuestras condiciones de primer orden (CPOs) vienen dadas por:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = u'(C_1) - \lambda = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \beta u'(C_2) - \lambda \cdot \frac{1}{1+r} = 0$$

Despejando λ de la primera y reemplazando en la segunda, obtenemos la ecuación de Euler:

$$u'(C_1) = \beta(1+r)u'(C_2)$$

Esta condición óptima se conoce como **ecuación de Euler** y equilibra la utilidad marginal de una unidad más de consumo hoy (lado izquierdo de la ecuación), con la utilidad marginal del consumo mañana, ajustada por el factor de descuento β y el rendimiento

[2] Es cuestión de preferencias, pero si se tiene más de una restricción y estas se pueden combinar en una sola, es más fácil trabajar con un único multiplicador. Sin embargo, en ocasiones, trabajar con dos multiplicadores también puede resultar conveniente. La clave es que si queremos colocar un + antes del multiplicador, entonces dentro del paréntesis se debe colocar fuentes menos usos.

financiero $1 + r$ (lado derecho de la ecuación). Si no consumiera esa unidad en el presente, el agente podría ahorrarla, recibir $(1 + r)$ unidades mañana, aumentado su utilidad $(1 + r)u'(C_2)$, lo que se debe descontar por β para poder ponerlo en utilidad presente. Recordar que $u'(C)$ es decreciente en C, por lo que si el lado derecho es mayor, significa que el individuo debería ahorrar más hoy (reducir C_1) para consumir más mañana.

1.6. Consumo óptimo y riqueza intertemporal

Usando la ecuación de Euler y la restricción intertemporal, podemos obtener las expresiones del consumo óptimo. Sea:

$$W \equiv Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$$

la riqueza intertemporal. Y $u(C) = \ln(C)$, entonces $u'(C) = 1/C$, nuestra ecuación de Euler toma la forma:

$$C_2 = \beta(1+r)C_1$$

Reemplazando la ecuación de Euler en la RPI y despejando para C_1:

$$C_1 + \frac{\beta(1+r)C_1}{(1+r)} = W$$
$$C_1^* = \frac{1}{1+\beta}W$$
$$C_2^* = \beta(1+r)C_1^*$$

Estas expresiones corresponden al consumo óptimo presente y futuro. Estas son ecuaciones óptimas, pues dependen únicamente de variables exógenas (Y_1, Y_2 y r) y de parámetros (β). Las ecuaciones óptimas indican que el consumo óptimo depende del valor presente del ingreso total W multiplicado por una fracción que depende del factor de impaciencia. El agente **suaviza su consumo** en el tiempo: no necesariamente consume lo que gana en cada período, sino que asigna su consumo en función de toda su riqueza intertemporal.

1.7. Suavizamiento del consumo

La ecuación de Euler revela dos fuerzas opuestas:

- El deseo de consumir hoy: reflejado en un $\beta < 1$.
- El incentivo a postergar consumo: si $r > 0$, el ahorro genera retorno.

La oposición de ambas fuerzas genera que estas se neutralicen en gran medida y que el nivel de consumo sea similar en ambos periodos ($\beta(1 + r) \Rightarrow 1$). A este fenómeno se le conoce como **suavizamiento del consumo**. Cuando $\beta(1+r)=1$, estas fuerzas se equilibran y el consumo es perfectamente plano: $C_1 = C_2$. Este caso particular se conoce como **suavizamiento perfecto del consumo**. Si, por ejemplo, el ingreso del primer periodo cae en una unidad, el consumo óptimo del primer periodo solo cae $1/(1+\beta) < 1$ unidades, reflejando que incluso si los ingresos fluctúan, el individuo busca mantener estable su consumo en el tiempo, siempre que tenga acceso al mercado financiero.

2. Ajustes ante Shocks

Una de las virtudes centrales del modelo intertemporal de consumo es su capacidad para analizar cómo los agentes responden a distintos tipos de shocks. En esta sección evaluamos tres casos relevantes: (1) un aumento en la tasa de interés, (2) un aumento en el ingreso presente, y (3) un aumento en el ingreso futuro.

2.1. Aumento en la tasa de interés r

Supongamos que inicialmente el individuo estaba en equilibrio con una tasa de interés r, y ahora esta tasa aumenta a $r' > r$. Existen dos efectos contrapuestos sobre el consumo:

- **Efecto sustitución:** Un mayor r encarece el consumo presente relativo al futuro, pues el ahorro ahora ofrece un mayor retorno, incentivando al individuo a consumir menos hoy y más mañana. Esto induce una caída en C_1 y un aumento en C_2.
- **Efecto ingreso:** Depende de si el individuo es ahorrador o deudor.
  - Si el agente es **ahorrador** ($S > 0$), un mayor r incrementa su ingreso total futuro por mayor rendimiento sobre su ahorro: esto genera un efecto ingreso positivo, lo cual permite aumentar el consumo en ambos períodos.
  - Si es **deudor** ($S < 0$), el mayor r hace que la deuda sea más costosa. Esto reduce su ingreso disponible futuro y genera un efecto ingreso negativo, llevando a una reducción del consumo en ambos períodos.

Efecto neto: Depende de la magnitud relativa de ambos efectos y del tipo de agente. El efecto sustitución es independiente del tipo de agente y muestra la sustitución de consumo presente por consumo futuro (o viceversa si la tasa de interés cae). El efecto ingreso dependerá del tipo de agente, y moverá tanto el consumo presente como el futuro hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de si el agente se siente más rico o pobre, respectivamente. Como el efecto sustitución es el mismo para todos los agentes, mientras que el ingreso difiere entre agentes, usualmente se asume que el efecto sustitución predomina sobre el efecto ingreso. Es decir, que ante un aumento de la tasa de interés, se sustituye consumo presente en favor de consumo futuro, y lo contrario cuando la tasa de interés cae.

2.2. Shock positivo en el ingreso presente Y_1

Un aumento inesperado en el ingreso del primer período incrementa la riqueza intertemporal W. El individuo puede usar ese ingreso adicional para aumentar tanto C_1 como C_2. Si el agente desea suavizar el consumo, preferirá distribuir el ingreso adicional entre ambos períodos. Esto se observa en nuestras ecuaciones de consumo óptimas:

$$\frac{dC_1}{dY_1} = \frac{1}{1+\beta}, \quad \frac{dC_2}{dY_1} = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}$$

El consumo presente aumenta pero en menor medida que el shock sobre el ingreso $(1/(1+\beta) < 1)$. El resto se ahorra para también consumir un poco más en el futuro. Este comportamiento es consistente con la **teoría del suavizamiento del consumo**: ante shocks transitorios, el consumo reacciona menos que el ingreso.

2.3. Shock positivo en el ingreso futuro Y_2

En este caso, el individuo anticipa un mayor ingreso en el segundo periodo. Dado que el mercado financiero le permite endeudarse hoy y pagar mañana, el agente ajusta tanto su consumo futuro como el actual:

$$\frac{dC_1}{dY_2} = \frac{1}{(1+\beta)(1+r)}, \quad \frac{dC_2}{dY_1} = \frac{\beta(1+r)}{(1+\beta)(1+r)}$$

Así, nuevamente el agente distribuye el incremento del ingreso futuro entre ambos períodos de consumo. El impacto sobre consumo presente y futuro dependerá de cuánto valore el consumo presente frente al futuro (es decir, de β y r).

En resumen:

- Un aumento de r genera un efecto sustitución negativo sobre C_1, pero su efecto ingreso dependerá del perfil financiero del agente.
- Un aumento en Y_1 se traduce en un aumento de consumo en ambos períodos, pero suavizado.
- Un aumento en Y_2 también aumenta el consumo presente, mediante mayor endeudamiento o menor ahorro.

3. Restricciones Financieras

Hasta ahora hemos asumido que el agente tiene acceso ilimitado a los mercados financieros: puede ahorrar o endeudarse libremente a la tasa de interés r. En la práctica, sin embargo, muchos individuos enfrentan **restricciones de liquidez** o límites al endeudamiento. Analizamos cómo esto afecta el consumo y el suavizamiento intertemporal.

3.1. Restricción de no endeudamiento

Supongamos que el agente no puede endeudarse: está restringido a $S \geq 0$, es decir:

$$C_1 \leq Y_1$$

Esta condición limita el consumo presente al ingreso disponible hoy. La restricción presupuestaria intertemporal sigue siendo:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} \leq Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$$

Pero ahora se impone adicionalmente:

$$C_1 \leq Y_1$$

3.2. Consecuencias sobre el consumo óptimo

En este nuevo contexto, el problema de maximización es:

$$\max_{C_1, C_2} \; u(C_1) + \beta u(C_2)$$

s.a.:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} \leq Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}, \quad C_1 \leq Y_1$$

Si en el óptimo sin restricciones se cumple que $C_1^* \leq Y_1$, la restricción no es vinculante, y la solución es la misma que antes (el agente ya elegía por sí mismo un nivel de consumo menor a su ingreso en el primer periodo, no se endeudaba). Pero si $C_1^* > Y_1$, entonces el agente desearía endeudarse para suavizar el consumo, pero no puede hacerlo. En este caso, la restricción de no endeudamiento es vinculante y se impone que $C_1 = Y_1$, que es lo más cercano al nivel óptimo que el agente puede situarse, por lo que $S = 0$.

3.3. Interpretación económica

La principal implicancia es que los agentes restringidos al endeudamiento no pueden suavizar su consumo ante shocks. Por ejemplo, si reciben un ingreso bajo en el período 1 y alto en el período 2, les gustaría endeudarse hoy para nivelar su consumo en ambos periodos. Pero como no pueden endeudarse, estarán forzados a consumir muy poco en el presente, a pesar de tener alto ingreso futuro. Además, si la restricción de crédito es vinculante y el ingreso presente cae por alguna razón, el agente tendrá que reducir su consumo en la misma magnitud, pues no puede acceder a crédito.

Este resultado se alinea con observaciones empíricas, donde los individuos con bajo acceso al crédito exhiben mayor sensibilidad del consumo al ingreso corriente. Además, las restricciones financieras generan un **rol para las políticas públicas**: si los individuos no pueden suavizar su consumo, programas de transferencia temporal (como seguros de desempleo o transferencias sociales) pueden aumentar significativamente el bienestar al aliviar estas fricciones.

En la siguiente sección, ampliaremos el análisis a un horizonte infinito, y veremos cómo el consumo responde a shocks transitorios y permanentes, lo que nos permitirá introducir formalmente la **Teoría del Ingreso Permanente** y el **Modelo del Ciclo de Vida**.

4. Teoría del Ingreso Permanente

Ahora extendemos el análisis a un horizonte infinito. El agente vive para siempre y desea maximizar su utilidad intertemporal, eligiendo su secuencia de consumo $\{C_t\}_{t=0}^{\infty}$, sujeto a su flujo de ingresos $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$ y a la posibilidad de ahorrar o endeudarse.

4.1. El problema del consumidor con horizonte infinito

El consumidor maximiza:

$$\max_{\{C_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t)$$

sujeto a la secuencia de restricciones presupuestarias intratemporales para un periodo t cualquiera:

$$S_{t+1} + C_t = Y_t + (1+r)S_t$$

donde S_t representa el nivel de ahorro al inicio del período t, y r es la tasa de interés constante. S_{t+1} representa el nivel de ahorro que se elige para el inicio del próximo periodo. ¿Cómo formamos la RPI? Podríamos ir iterando y reemplanzando, pero es más sencillo recordar la definición de la RPI: el valor presente de las fuentes debe ser igual al valor presente de los usos[3]:

$$\underbrace{\sum_{t=0}^{\infty} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \lim_{T\to\infty} \frac{S_{T+1}}{(1+r)^{T+1}}}_{\text{VP Usos}} = \underbrace{S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}}_{\text{VP Fuentes}}$$

En el lado derecho, se tiene el valor presente de la senda de consumo más el ahorro que se elige al final de la vida del agente. En el lado izquierdo, se tiene el nivel de ahorro con el que se nace más su rendimiento, más el valor presente de la senda de ingresos.

[3]Si tiene dudas, puede probar iterando. Para ello, empiece en $t = 1$ y conecte con la RP de $t = 2$ vía S_2. Luego, conecte ambas con la RP de $t = 3$, y así sucesivamente hasta hallar la forma general.

4.3. Condición de no esquema Ponzi

Para evitar soluciones donde el agente financia su consumo solo con deuda creciente, se impone la **condición de no esquema Ponzi**:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{S_{T+1}}{(1+r)^T} \geq 0$$

Esta garantiza que la deuda acumulada no crece más rápido que la capacidad de pago del agente. De lo contrario, el agente podría endeudarse y consumir por encima de sus posibilidades indefinidamente. Con esta restricción se impone que el valor presente del ahorro al final de la vida del agente ($T \to \infty$) tiene un valor igual a 0 o positivo.

4.4. Condición de transversalidad

La condición de no esquema Ponzi es una restricción, pero una condición que siempre surge como solución óptima es la **condición de transversalidad**. Esta es bastante intuitiva, como solo el consumo produce utilidad y el ahorro no, entonces el agente elegirá no dejar ahorro sin consumir al final de su vida. Es decir, consumirá todo lo posible para maximizar su utilidad y dejará un stock de ahorro igual a cero. Matemáticamente:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{S_{T+1}}{(1+r)^T} = 0$$

4.5. Maximización

Nuevamente, hay dos formas alternativas de plantear el Lagrangiano: Trabajando con las infinitas restricciones presupuestarias intratemporales (en cuyo caso tendríamos infinitos multiplicadores de lagrange, el multiplicador llevaría un subíndice t), o trabajar con la restricción presupuestaria intertemporal (en cuyo caso trabajamos con un único multiplicador y se quita el subíndice t a λ). Como en el modelo de dos periodos se trabajo con el segundo método, ahora se trabaja con el primero:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \left[Y_t + (1+r)S_t - S_{t+1} - C_t\right]$$

Ahora, ¿respecto a qué variables derivamos las CPOs? Tenemos que pensar en las variables que elegimos en un periodo t cualquiera. El agente elige C_t y S_{t+1}:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t u'(C_t) - \lambda_t = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_{t+1}} = -\lambda_t + (1+r)\lambda_{t+1} = 0$$

Combinando ambas, hallamos la ecuación de euler:

$$u'(C_t) = \beta(1+r)u'(C_{t+1}) \quad \forall t$$

4.6. Suavizamiento perfecto del consumo

Si $\beta(1+r) = 1$, entonces la ecuación de Euler implica:

$$u'(C_t) = u'(C_{t+1}) \Rightarrow C_t = C_{t+1} \quad \forall t$$

Es decir, el consumo es constante en el tiempo: $C_t = C$. Esta es una situación de **suavizamiento perfecto del consumo**, donde el agente mantiene su nivel de consumo estable a lo largo del tiempo. Vamos a trabajar con este caso para facilitar el trabajo de la RPI[4]:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{C}{(1+r)^t} = S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

$$C \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} = S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

$$C \left[1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + ...\right] = S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

$$C \frac{(1+r)}{r} = S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}$$

$$C = \frac{r}{1+r} \left[S_0(1+r) + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right]$$

El consumo es entonces una función de toda la senda de ingresos, la riqueza intertemporal total. Esta es la teoría del ingreso permanente: el agente no cambia sustancialmente su consumo ante shocks en su ingreso presente, sino ante cambios en su ingreso permanente. Esto quedará más claro en la siguiente sección donde se analizan shocks transitorios y permanentes.

4.8. Shocks transitorios vs. permanentes

El modelo predice respuestas diferentes dependiendo del tipo de shock. Asumismo una tasa $r = 4\,\%$ para visualizar la magnitud de los shocks:

[4] Pasando del tercer al cuarto paso, nos será conveniente recordar la convergencia de la siguiente serie geométrica: $1 + C + C^2 + ... = \frac{1}{1-C}$

- **Shock transitorio:** Suponga un aumento de una unidad en Y_0. Como se decide sobre toda la senda de ingresos, el consumo C apenas aumenta. Derivamos C_0 respecto a Y_0:
$$\frac{dC_0}{dY_0} = \frac{r}{1+r} = \frac{0{,}04}{1{,}04} = 0{,}038$$
- **Shock permanente:** Ahora suponga que el ingreso de todos los periodos aumenta en una unidad. El consumo ahora varía también en una unidad. El diferencial total se calcula como:
$$\Delta C_1 = \frac{r}{1+r}\left[\Delta \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right] = \frac{r}{1+r}\left[\Delta Y_0 + \frac{\Delta Y_1}{(1+r)} + \frac{\Delta Y_2}{(1+r)^2}\right]$$
$$\Delta C_1 = \frac{r}{1+r}\left[\Delta \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right] = \frac{r}{1+r}\left[1 + \frac{1}{(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^2}\right]$$
$$\Delta C_1 = \frac{r}{1+r}\left[\Delta \sum_{t=0}^{\infty} \frac{Y_t}{(1+r)^t}\right] = \frac{r}{1+r}\left[\frac{1+r}{r}\right]$$
$$\Delta C_1 = 1$$
Confirmamos entonces que el consumo varía en la misma magnitud que el ingreso.

Esta predicción, que el consumo responde más a shocks permanentes que a transitorios, es una de las principales implicancias empíricas de la **Teoría del Ingreso Permanente**, propuesta por Milton Friedman, y del **Modelo del Ciclo de Vida** de Modigliani y Brumberg.

5. Decisiones de Consumo y Ocio

Ahora ampliamos el modelo de dos períodos incorporando decisiones sobre cuánto trabajar. El agente ya no recibe ingresos exógenos, sino que elige cuánto trabajar en cada período, generando ingresos laborales endógenos. Esto permite analizar la interacción entre las decisiones de consumo, ahorro y ocio.

Nuevamente, asumimos que el agente vive dos períodos. Elige consumo C_1, C_2, y horas trabajadas L_1, L_2 en cada período. Además, el agente recibe utilidad no solo de su consumo, sino también del ocio. La utilidad del agente ahora viene dada por:

$$U = u(C_1, O_1) + \beta u(C_2, O_2)$$

Los ingresos laborales en cada período son $w_t L_t$. Por tanto, las restricciones presupuestarias son:

$$C_1 + S = w_1 L_1$$
$$C_2 = w_2 L_2 + (1+r)S$$

Combinando ambas, obtenemos la restricción intertemporal:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = w_1 L_1 + \frac{w_2 L_2}{1+r}$$

Además, debemos imponer una restricción de tiempo. El agente cuenta con H horas en cada periodo y las reparte en ocio y trabajo: $L_t + O_t = H$.

5.3. Problema de optimización

El agente elige C_1, C_2, O_1, O_2 para maximizar:

$$\text{máx } u(C_1, O_1) + \beta u(C_2, O_2)$$

sujeto a:

$$\begin{gathered} C_1 + \frac{C_2}{1+r} = w_1 L_1 + \frac{w_2 L_2}{1+r} \\ L_t + O_t = H, \quad t = 1, 2 \end{gathered}$$

Podemos reemplazar ambas restricciones de tiempo en la RPI vía L_1 y L_2. El Lagrangiano es entonces:

$$\mathcal{L} = u(C_1, O_1) + \beta u(C_2, O_2) + \lambda \left[w_1(H - O_1) + \frac{w_2(H - O_2)}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r} \right]$$

Derivando respecto a C_1, C_2, O_1, O_2:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} &= u_C(C_1, O_1) - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} &= \beta u_C(C_2, O_2) - \lambda \cdot \frac{1}{1+r} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial O_1} &= u_O(C_1, O_1) + \lambda w_1 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial O_2} &= \beta u_O(C_2, O_2) + \lambda \cdot \frac{w_2}{1+r} = 0 \end{aligned}$$

De las derivadas respecto a C_t y O_t obtenemos la **condición óptima intratemporal** en cada período:

- Para $t = 1$:

$$\frac{u_O(C_1, O_1)}{u_C(C_1, O_1)} = -w_1$$

- Para $t = 2$:

$$\frac{u_O(C_2, O_2)}{u_C(C_2, O_2)} = -w_2$$

Esta condición muestra que el agente elige el ocio O_t tal que su tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo sea igual al salario real: cada hora adicional de ocio sacrifica w_t unidades de consumo, y el agente iguala ese costo con su valoración marginal del ocio.

De las condiciones respecto a C_1 y C_2, se obtiene:

$$u_C(C_1, O_1) = \beta(1 + r)u_C(C_2, O_2)$$

Es la misma lógica de la ecuación de Euler en el modelo sin ocio.

5.7. Discusión económica

Ahora, jugamos un poco con estas condiciones para analizar cómo responden tanto el consumo como la oferta de trabajo ante cambios en salarios, preferencias o la tasa de interés.

- Si el salario actual sube ($w_1 \uparrow$), se genera:
  - **Efecto sustitución:** Reemplazar ocio por trabajo (ocio es más costoso).
  - **Efecto ingreso:** El agente se siente más rico y consume más de sus *bienes*, es decir, elige más horas de ocio.
- El efecto neto sobre L_1 (trabajo) dependerá de cuál de estos efectos domina.

Con esto finalizamos el análisis del modelo neoclásico de consumo. En las prácticas dirigidas expandiremos sobre el model básico e introduciremos restricciones financieras, incertidumbre y modelos con múltiples agentes, acercándonos progresivamente a entornos más realistas y dinámicos.