Aula 6

23 Abril 2019

Resumo da aula passada

- Uso de modelos no espaço de estados.
- Implementação em Matlab.
- Uso de observador de estados.
- Considerações sobre erro de regime na presença de perturbações constantes.

Modelo adotado (SISO - *Single Input, Single Output*)

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$
$$y(k) = Cx(k)$$

$$x(k) \in \mathbb{R}^n, u(k) \in \mathbb{R}, y(k) \in \mathbb{R}$$

$$A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times 1}, C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$$

Equação de predição

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N|k) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix}}^{H(N \times N)} \begin{bmatrix} \hat{u}(k|k) \\ \hat{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{u}(k+N-1|k) \end{bmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}}_{\mathbf{f_u}(N \times 1)} x(k) \Rightarrow \boxed{\hat{\mathbf{y}} = H\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{f_u}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = H\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{f_u}$$

$$H = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix}_{N \times N}$$

$$\mathbf{f_u} = \Phi_u \, x(k), \quad \Phi_u = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}_{N \times n}$$

Formulação em termos de incrementos da entrada Δu

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$

$$\xi(k+1) = \tilde{A}\xi(k) + \tilde{B}\Delta u(k), \quad y(k) = \tilde{C}\xi(k)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \quad 0]$$

$$\hat{\mathbf{y}} = G\Delta\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{f}$$

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{B} & \cdots & \tilde{C}\tilde{B} \end{bmatrix}_{N\times N}$$

$$\mathbf{f} = \Phi\,\xi(k), \quad \Phi = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A} \\ \tilde{C}\tilde{A}^2 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^N \end{bmatrix}$$

Obs: Caso $M < N$, basta suprimir as últimas $N - M$ colunas da matriz G.

Rejeição de perturbações

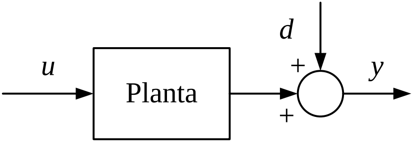
Problema: Esta abordagem não garante erro de regime nulo na presença de perturbações constantes.

Uma forma de contornar esse problema consiste em estimar as perturbações e levá-las em conta na formulação de controle preditivo.

Tópicos da aula de hoje

- Estimação de perturbações empregando observador de estados.
- Inclusão da perturbação estimada na equação de predição.
- Formulação alternativa: Determinação de valores de equilíbrio para o estado e o controle.

Uso de observador de estado para estimar perturbações



Vamos supor que a dinâmica da planta seja descrita por um modelo da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + d$$

sendo d uma perturbação constante que não pode ser medida diretamente.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)\ , \quad y(k) = Cx(k) + d$$

Este modelo pode ser reescrito utilizando-se o seguinte estado aumentado:

$$\chi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

sendo $d(k+1) = d(k)$. Com efeito, tem-se

$$\chi(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax(k) + Bu(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & 0_n \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + d(k) = [C \quad 1] \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

Assim, o modelo torna-se

$$\chi(k+1) = \bar{A}\chi(k) + \bar{B}u(k)$$

$$y(k) = \bar{C}\chi(k)$$

sendo

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_n \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad 1]$$

Pode-se então projetar um observador de estados para obter uma estimativa $\chi(k|k)$ do estado aumentado $\chi(k)$, que inclui a perturbação.

Uso do observador em conjunto com o MPC

Com o uso de um estimador de perturbações, pode-se obter erro de regime nulo mesmo empregando a primeira abordagem de controle.

Nesse caso, a equação de predição deve incluir a perturbação estimada. Para isso, pode-se redefinir o estado do modelo empregado pelo controlador como

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \chi(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$

Dessa forma, basta usar $\chi(k)$ e $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ em lugar de $x(k)$ e (A, B, C) na formulação de controle preditivo apresentada na aula passada.

MPC empregando observador de estado para estimar perturbações de saída: Resumo

Informação requerida sobre a planta:

- Matrizes A, B, C do modelo no espaço de estados

Parâmetros de projeto:

- Peso do controle ρ
- Horizonte de predição N
- Horizonte de controle M
- Posições dos polos para a dinâmica do erro de estimação de estado (incluindo a estimativa da perturbação)

Inicialização:

- Fazer

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_n \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad 1]$$

- Projetar o observador de estado empregando as matrizes $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$.
- Fazer

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = \begin{bmatrix} \bar{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{B} & \cdots & \tilde{C}\tilde{A}^{N-M}\tilde{B} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A} \\ \tilde{C}\tilde{A}^2 \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^N \end{bmatrix}$$

- Calcular $K_{MPC} = [\,1\ 0\ \cdots\ 0\,](G^T G + \rho I_M)^{-1} G^T$
- Fazer $k = 0$, $u(-1) = 0$, $\chi(0|-1) = 0$.

Rotina principal:

1. Ler $y(k)$ (saída da planta) e y_{ref} (valor de referência para a saída)
2. Obter a estimativa $\chi(k|k)$ usando o observador de estado
3. Fazer $\mathbf{r} = [y_{ref}]_N$
4. Fazer
$$\xi(k|k) = \begin{bmatrix} \chi(k|k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$
5. Calcular $\mathbf{f} = \Phi\,\xi(k|k)$
6. Calcular o incremento no controle $\Delta u(k) = K_{MPC}(\mathbf{r} - \mathbf{f})$
7. Atualizar o controle aplicado à planta: $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$
8. Fazer $k = k + 1$
9. Aguardar o próximo instante de amostragem e retornar ao passo 1.

Implementação em Matlab

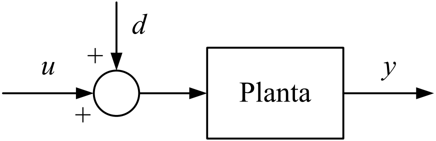
- `matrizes_ss_du.m`: Monta as matrizes K_{MPC}, Φ.
- `mpc_ss_du.m`: S-function que implementa o controlador

Exemplo (sistema de levitação magnética):

- `parametros_maglev_ss.m`: Define os parâmetros do levitador magnético
- `levitador_mpc_ss_du_pert.mdl`: Diagrama de simulação incluindo estimador de perturbação de saída

O que acontece ao se remover as constantes de polarização da malha de controle ?

Perturbação de entrada



Modelo da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Big[u(k) + d\Big]$$

$$y(k) = Cx(k)$$

sendo d uma perturbação constante que não pode ser medida diretamente.

A estimação de perturbações constantes na entrada da planta (ao invés de se considerar perturbações equivalentes na saída) é particularmente útil se a planta for de tipo 1 ou superior (por quê ?).

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Big[u(k) + d\Big], \quad y(k) = Cx(k)$$

Este modelo pode ser reescrito utilizando o seguinte estado aumentado:

$$\chi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

com $d(k+1) = d(k)$. Com efeito, tem-se

$$\chi(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax(k) + Bu(k) + Bd(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & B \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = Cx(k) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \end{bmatrix}$$

Assim, o modelo torna-se

$$\chi(k+1) = \bar{A}\chi(k) + \bar{B}u(k)$$

$$y(k) = \bar{C}\chi(k)$$

sendo

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_n^T & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad 0]$$

Novamente, pode-se projetar um observador de estado para obter uma estimativa $\chi(k|k)$ do estado aumentado $\chi(k)$, que inclui a perturbação de entrada d.

Perturbação tipo rampa

Pode-se também modificar o modelo de modo a contemplar perturbações do tipo rampa.

Para isso, assume-se $d(k+1) = d(k) + \mu(k)$, com $\mu(k+1) = \mu(k)$.

No caso de perturbação de saída, tem-se um modelo da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + d(k)$$

Este modelo pode ser reescrito utilizando-se o seguinte estado aumentado:

$$\chi(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ \mu(k) \end{bmatrix}$$

Com isso, tem-se

$$\chi(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ d(k+1) \\ \mu(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax(k) + Bu(k) \\ d(k) + \mu(k) \\ \mu(k) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & 0_n & 0_n \\ 0_n^T & 1 & 1 \\ 0_n^T & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ \mu(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + d(k) = [C \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ d(k) \\ \mu(k) \end{bmatrix}$$

Assim, o modelo torna-se

$$\chi(k+1) = \bar{A}\chi(k) + \bar{B}u(k)$$

$$y(k) = \bar{C}\chi(k)$$

sendo

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_n & 0_n \\ 0_n^T & 1 & 1 \\ 0_n^T & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad 1 \quad 0]$$

Com base neste modelo, pode-se então projetar um observador de estados como visto anteriormente.

De modo similar, pode-se reformular o modelo de modo a contemplar perturbações tipo rampa na entrada do sistema.

Uma formalização do uso de observadores de estado para estimar perturbações no contexto de MPC pode ser encontrada na seguinte referência:

MAEDER, U.; BORRELLI, F.; MORARI, M. Linear offset-free Model Predictive Control. Automatica, v. 45, p. 2214 – 2222, 2009.

Formulação alternativa: Determinação de valores de equilíbrio para o estado e o controle

Referência: Rossiter (2003), páginas 21 – 23.

Perturbação de saída constante

Considere que a dinâmica da planta seja descrita por um modelo da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + d$$

sendo d uma perturbação constante.

Problema 1: Determinar valores de equilíbrio apropriados para o estado e o controle

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)\,,\; y(k) = Cx(k) + d$$

Suponha inicialmente que o valor de d seja conhecido.

Pergunta: Quais devem ser os valores de equilíbrio $x_{ref} \in \mathbb{R}^n$, $u_{ref} \in \mathbb{R}$ para o estado e o controle, de modo que a saída seja igual a uma dada referência $y_{ref} \in \mathbb{R}$ em regime estacionário ?

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)\,,\; y(k) = Cx(k) + d$$

Deseja-se determinar $x_{ref} \in \mathbb{R}^n$, $u_{ref} \in \mathbb{R}$ de modo a satisfazer as seguintes relações de equilíbrio:

$$x_{ref} = Ax_{ref} + Bu_{ref}$$

$$y_{ref} = Cx_{ref} + d$$

que podem ser reescritas como

$$(A - I)x_{ref} + Bu_{ref} = 0_n$$

$$Cx_{ref} = y_{ref} - d$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ref} \\ u_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \\ y_{ref} - d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (A - I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ref} \\ u_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \\ y_{ref} - d \end{bmatrix}$$

Tem-se, portanto:

$$\begin{bmatrix} x_{ref} \\ u_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix} (y_{ref} - d)$$

desde que a inversa indicada exista.

Vale notar que

$$\det\left(\begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}\right) = (-1)^n \det\left(\begin{bmatrix} (I_n-A) & -B \\ C & 0 \end{bmatrix}\right)$$

$$= (-1)^n \det\left(\begin{bmatrix} (zI_n-A) & -B \\ C & 0 \end{bmatrix}\right)\Bigg|_{z=1} = (-1)^n \mathrm{N}(z)\Big|_{z=1}$$

sendo $\mathrm{N}(z)$ o numerador da função de transferência da planta:

$$\mathrm{H}(z) = C(zI_n - A)^{-1}B$$

Referência: GEROMEL, J. C.; KOROGUI, R. **Controle linear de sistemas dinâmicos**. São Paulo: Edgar Blücher, 2011.

Em resumo:

$$\det\left(\begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}\right) = (-1)^n \mathrm{N}(z)\Big|_{z=1}$$

sendo $\mathrm{N}(z)$ o numerador da função de transferência da planta:

$$\mathrm{H}(z) = C(zI_n - A)^{-1}B$$

Portanto, a matriz em questão admitirá inversa se o "ganho DC" da planta for não nulo (considerando ainda que não haja cancelamento de polos e zeros em $z = 1$).

Obs: Esta é uma condição conhecida na literatura da área. O desenvolvimento aqui apresentado pode ser encontrado na Tese de Doutorado de P. A. Q. Assis (ITA, 2018).

Resumo

$$\begin{bmatrix} x_{ref} \\ u_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix} (y_{ref} - d)$$

Alternativamente:

$$x_{ref} = N_x(y_{ref} - d)\,,\; u_{ref} = N_u(y_{ref} - d)$$

em que N_x e N_u correspondem, respectivamente, às primeiras n linhas e à última linha da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

Problema 2: Condução do estado para o ponto de equilíbrio calculado

Ideia: Empregar uma função de custo da forma

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{u}}) = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r})^T(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r}) + \rho(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_{\mathbf{ref}})^T(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_{\mathbf{ref}})$$

com

$$\mathbf{u}_{\mathbf{ref}} = [u_{ref}]_N$$

O problema de otimização pode ser reformulado utilizando uma mudança de variáveis:

$$\delta y = y - y_{ref}, \quad \delta x = x - x_{ref}, \quad \delta u = u - u_{ref}$$

Empregando essa mudança de variáveis, a função de custo torna-se

$$J = (\delta \hat{\mathbf{y}})^T (\delta \hat{\mathbf{y}}) + \rho (\delta \hat{\mathbf{u}})^T (\delta \hat{\mathbf{u}})$$

com

$$\delta \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r}\,, \quad \delta \hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u_{ref}}$$

Supondo conhecido o valor de d, a equação de predição pode ser escrita como

$$\hat{\mathbf{y}} = H\hat{\mathbf{u}} + \Phi_u x(k) + \mathbf{d}$$

com $\mathbf{d} = [d]_N$. Logo, segue que

$$\delta \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{r} = H(\delta \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{u_{ref}}) + \Phi_u [\delta x(k) + x_{ref}] + \mathbf{d}$$

Por definição, tem-se $\mathbf{r} = H\mathbf{u_{ref}} + \Phi_u x_{ref} + \mathbf{d}$. Portanto:

$$\delta \hat{\mathbf{y}} = H\delta \hat{\mathbf{u}} + \Phi_u \delta x(k)$$

Obs: Equação de predição

$$\delta\hat{\mathbf{y}} = H\delta\hat{\mathbf{u}} + \Phi_u \delta x(k)$$

$$H = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix}_{N\times N}, \; \Phi_u = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}_{N\times n}$$

Caso seja usado um horizonte de controle $M < N$, pode-se impor

$$\delta\hat{u}(k+i-1|k) = 0, \; i = M+1, M+2, \ldots, N$$

Com isso, basta suprimir as últimas $(N - M)$ colunas da matriz H.

Solução do problema de otimização

Problema: Minimizar

$$J = (\delta \hat{\mathbf{y}})^T (\delta \hat{\mathbf{y}}) + \rho (\delta \hat{\mathbf{u}})^T (\delta \hat{\mathbf{u}})$$

s.a.

$$\delta \hat{\mathbf{y}} = H \delta \hat{\mathbf{u}} + \underbrace{\Phi_u \delta x(k)}_{\mathbf{f_u}}$$

Seguindo desenvolvimento similar ao empregado na Aula 2, chega-se a

$$\delta \hat{\mathbf{u}}^* = -(H^T H + \rho I)^{-1} H^T \mathbf{f_u}$$

$$\delta u(k) = \delta \hat{u}^*(k|k) = -[\, 1 \; 0 \; \cdots \; 0 \,](H^T H + \rho I)^{-1} H^T \Phi_u \delta x(k)$$

$$\delta u(k) = \delta \hat{u}^*(k|k) = -[\,1\ 0\ \cdots\ 0\,](H^T H + \rho I)^{-1} H^T \Phi_u \delta x(k)$$

ou ainda:

$$\delta u(k) = -K_\delta\, \delta x(k)$$

sendo

$$K_\delta = [\,1\ 0\ \cdots\ 0\,](H^T H + \rho I)^{-1} H^T \Phi_u$$

Vale lembrar que

$$\delta x(k) = x(k) - x_{ref}\ ,\ \ u(k) = \delta u(k) + u_{ref}$$

MPC com determinação de valores de equilíbrio para estado e controle: Resumo

Informação requerida sobre a planta:

- Matrizes A, B, C do modelo no espaço de estados

Parâmetros de projeto:

- Peso do controle ρ
- Horizonte de predição N
- Horizonte de controle M
- Posições dos polos para a dinâmica do erro de estimação de estado (incluindo a estimativa da perturbação)

Inicialização:

- Obter N_x e N_u como, respectivamente, as primeiras n linhas e a última linha da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} (A-I) & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0_n \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Fazer

$$H = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \cdots & CA^{N-M}B \end{bmatrix}, \ \Phi_u = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}$$

- Calcular $K_\delta = [\, 1 \ 0 \ \cdots \ 0 \,](H^T H + \rho I)^{-1} H^T \Phi_u$;
- Fazer $k = 0$, $\chi(0|-1) = 0$.

Rotina principal:

1. Ler $y(k)$ (saída da planta) e y_{ref} (valor de referência para a saída).
2. Obter a estimativa $\chi(k|k)$ usando o observador de estado.
3. Extrair as estimativas $x(k|k)$ e $d(k|k)$.
4. Calcular $x_{ref} = N_x\big(y_{ref} - d(k|k)\big)$ e $u_{ref} = N_u\big(y_{ref} - d(k|k)\big)$.
5. Calcular $\delta x(k|k) = x(k|k) - x_{ref}$.
6. Calcular $\delta u(k) = -K_\delta\, \delta x(k|k)$.
7. Atualizar o controle aplicado à planta: $u(k) = \delta u(k) + u_{ref}$.
8. Fazer $k = k + 1$.
9. Aguardar o próximo instante de amostragem e retornar ao passo 1.

Implementação em Matlab

- `matrizes_ss_delta.m`: Monta as matrizes N_x, N_u, K_δ.
- `mpc_ss_delta.m`: S-function que implementa o controlador

Exemplo (sistema de levitação magnética):

- `parametros_maglev_ss.m`: Define os parâmetros do levitador magnético
- `levitador_mpc_ss_delta.mdl`: Diagrama de simulação incluindo estimador de perturbação de saída

Resumo da aula de hoje

- Estimação de perturbações empregando observador de estados.
- Inclusão da perturbação estimada na equação de predição.
- Formulação alternativa: Determinação de valores de equilíbrio para o estado e o controle.

Tópicos da próxima aula

- Tratamento de restrições - Caso SISO