Aula 3

12 Mar 2019

Resumo da aula passada - DMC

Informação requerida sobre a planta:

- Resposta a degrau $g(n), n = 1, 2, \ldots, N_s$
  (assume-se $g(0) = 0$ e $g(n) = g(N_s), \forall n \geq N_s$).

Parâmetros de projeto:

- Peso do controle ρ
- Horizonte de predição N
- Horizonte de controle M

Inicialização:

- Fazer $G = \begin{bmatrix} g(1) & 0 & \cdots & 0 \\ g(2) & g(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g(N) & g(N-1) & \cdots & g(N-M+1) \end{bmatrix}$
- Calcular $K_{MPC} = [\, 1 \; 0 \; \cdots \; 0 \,](G^T G + \rho I_M)^{-1} G^T$
- Fazer $k = 0$, $u(-1) = 0$ e $\Delta u(-1) = \Delta u(-2) = \cdots = \Delta u(-N_s + 1) = 0$

Rotina principal:

1. Ler $y(k)$ (saída da planta) e y_{ref} (valor de referência)
2. Fazer $\mathbf{r} = [y_{ref}]_N$
3. Calcular

$$f(k+i|k) = y(k) + \sum_{n=1}^{N_s-1} [g(n+i) - g(n)]\Delta u(k-n), \; i = 1, 2, \ldots, N$$

4. Fazer $\mathbf{f} = [f(k+1|k) \; f(k+2|k) \; \cdots \; f(k+N|k)]^T$
5. Calcular o incremento no controle: $\Delta u(k) = K_{MPC}(\mathbf{r} - \mathbf{f})$
6. Atualizar o controle aplicado à planta: $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$
7. Fazer $k = k + 1$
8. Aguardar o próximo instante de amostragem e retornar ao passo 1

Tópicos da aula de hoje

- DMC: Sintonia de parâmetros (Período de amostragem, M, N, ρ)
- Implementação em Matlab/Simulink
- Exemplos

Orientações para sintonia dos parâmetros

DMC: Orientações para sintonia dos parâmetros

Referências:

1. SHRIDHAR, R.; COOPER, D.J. A tuning strategy for unconstrained SISO model predictive control. Industrial and Engineering Chemistry Research, v. 36, n. 3, p. 729-746, 1997.
2. SHRIDHAR, R.; COOPER, D.J. A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control. Industrial and Engineering Chemistry Research, v. 37, n. 10, p. 4003-4016, 1998.

Considerações gerais

- O período de amostragem T deve ser escolhido de modo a se ter uma representação parcimoniosa da resposta a degrau da planta.
- O horizonte de predição N deve ser aproximadamente igual ao tempo de acomodação da resposta a degrau.
- O horizonte de controle M usualmente é escolhido entre 1 e 6.
  - Valores menores de M tendem a deixar o controlador menos "agressivo" (resposta mais lenta, menor sensibilidade a ruído).
  - A diferença $N - M$ deve ser suficientemente grande (da ordem do tempo de acomodação) para que o efeito das últimas variações no controle se manifeste dentro do horizonte de predição.

Orientações específicas

Suponha que a dinâmica da planta possa ser aproximada por um modelo de primeira ordem com atraso descrito pela seguinte função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Os parâmetros do DMC podem ser escolhidos da seguinte forma:

- Período de amostragem: $T = \max(0{,}1\tau; 0{,}5\theta)$
- Horizontes de predição e controle:

$$N = \text{round}\left[\frac{5\tau + \theta}{T} + 1\right], \; M = \text{round}\left[\frac{\tau + \theta}{T} + 1\right]$$

“Regra de Bryson” para escolha do peso ρ

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \Delta\hat{\mathbf{u}}) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N}[\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2}_{(1)} + \underbrace{\rho\sum_{i=1}^{M}[\Delta\hat{u}(k+i-1|k)]^2}_{(2)}$$

Ideia: Escolher ρ de modo que as parcelas (1) e (2) tenham aproximadamente a mesma magnitude.

Dificuldade: Como saber, de antemão, os valores de $\hat{y}(k+i|k)$ e $\Delta\hat{u}(k+i-1|k)$ a serem considerados para uso dessa regra ?

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \Delta\hat{\mathbf{u}}) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N}[\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2}_{(1)} + \underbrace{\rho\sum_{i=1}^{M}[\Delta\hat{u}(k+i-1|k)]^2}_{(2)}$$

Sugestão: Considerar a aplicação de um degrau na entrada, com amplitude adequada para conduzir a saída até $y_{ref} = 1$.

Seja g_{ss} o valor de regime da resposta a degrau unitário. Para que a saída seja conduzida até $y_{ref} = 1$, deve-se aplicar uma entrada degrau com amplitude $1/g_{ss}$. Nesse caso, as parcelas (1) e (2) serão dadas por

$$(1) = \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{g(i)}{g_{ss}} - 1\right]^2, \ \ (2) = \rho\left(\frac{1}{g_{ss}}\right)^2$$

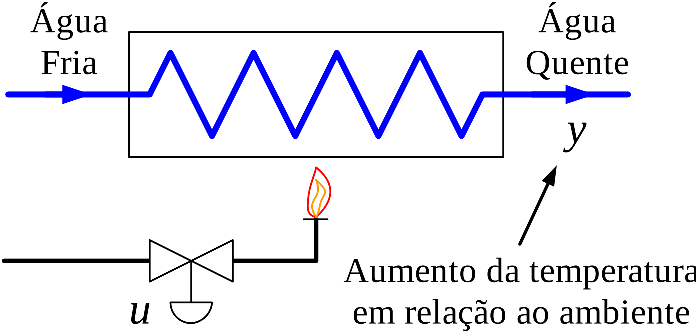
Logo, sugere-se tomar

$$\rho = (g_{ss})^2\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{g(i)}{g_{ss}} - 1\right]^2$$

Observação sobre a escolha de ρ

De maneira geral, valores maiores para o peso de controle ρ tendem a deixar o controlador menos "agressivo".

Exemplo: Aquecedor de água



Exemplo adaptado de CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control. London: Springer-Verlag, 1999.

Função de transferência adotada na simulação

$$H(s) = \frac{0{,}3}{s + 0{,}2} e^{-2s} = \frac{1{,}5}{5s + 1} e^{-2s} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$$

$$K = 1{,}5 \quad \tau = 5 \quad \theta = 2$$

Escolha dos parâmetros do controlador DMC

$$K = 1{,}5 \quad \tau = 5 \quad \theta = 2$$

- Período de amostragem:

$$T = \max(0{,}1\tau; 0{,}5\theta) = \max(0{,}5; 1) = 1$$

- Horizonte de predição:

$$N = \mathrm{round}\left[\frac{5\tau + \theta}{T} + 1\right] = \mathrm{round}\left[\frac{27}{1} + 1\right] = 28$$

- Horizonte de controle:

$$M = \mathrm{round}\left[\frac{\tau + \theta}{T} + 1\right] = \mathrm{round}\left[\frac{7}{1} + 1\right] = 8$$

Uso da "Regra de Bryson"

$$\rho = (g_{ss})^2 \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{g(i)}{g_{ss}} - 1 \right]^2$$

Diagrama de simulação:

- resposta_degrau_aquecedor.mdl

```
gss = 1.5

N = 28

rho = (gss^2)*sum((g(1:N)/gss - 1).^2)
```

Resultado: `rho = 9.1`

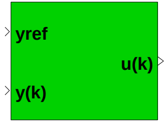
Implementação em Matlab/Simulink

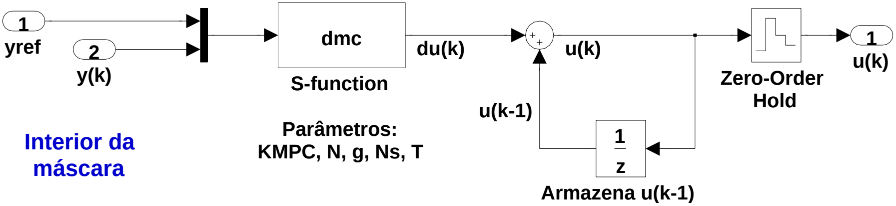
Arquivos Matlab a serem empregados

- dmc.m
- aquecedor_dmc.mdl
- resposta_degrau_aquecedor.mdl

DMC: Implementação em Matlab/Simulink (S-function)

Controlador Preditivo
DMC





Interior da máscara

DMC: Detalhes da máscara

Parâmetros:

- Peso do controle (escalar ρ)
- Horizonte de predição (escalar N)
- Horizonte de controle (escalar M)
- Resposta a degrau da planta (array g)
- Período de amostragem (escalar T)

Comandos executados na inicialização:

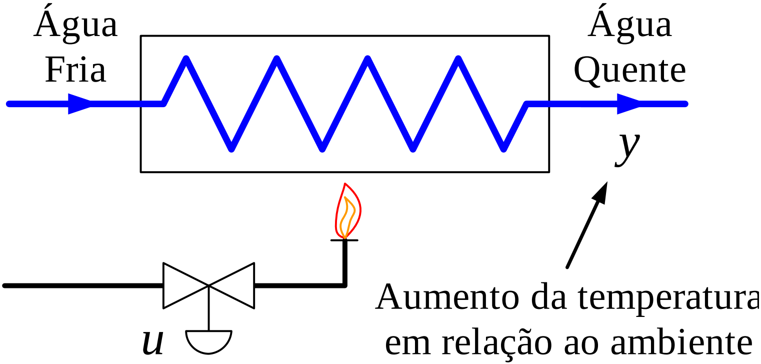
```
Ns = length(g);
gaux = g;
if N > Ns
    gaux(Ns+1:N) = g(Ns);
end
col = gaux(1:N);
row = [gaux(1) zeros(1,N-1)];
G = toeplitz(col,row);
G = G(:,1:M);
GAIN = inv(G'*G + rho*eye(M))*G';
KMPC = GAIN(1,:);
```

Alguns comentários sobre S-functions

DMC: Código da S-function

Arquivo dmc.m

Exemplo 1: Aquecedor de água



Adaptado de CAMACHO, E.F.; BORDONS, C. Model Predictive Control. London: Springer-Verlag, 1999.

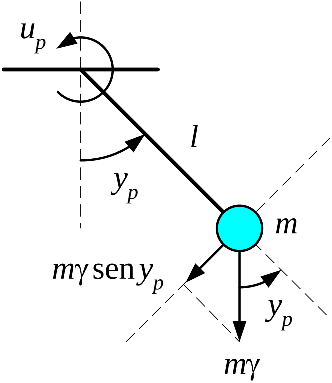
Roteiro para apresentação do exemplo

1. Definir período de amostragem no workspace.
2. Obter a resposta a degrau unitário em malha aberta: resposta_degrau_aquecedor.mdl
3. Abrir diagrama aquecedor_dmc.mdl, inserir parâmetros $\rho = 9.1, N = 28, M = 8$ na máscara e executar a simulação.

Simulações a serem realizadas:

- Inserir perturbação de saída tipo degrau.
- Inserir perturbação de entrada tipo degrau.
- Alterar ganho da planta.
- Inserir perturbação de saída tipo rampa.
- Variar ρ.
- Inserir ruído de medida e variar ρ. Monitorar y na saída da planta, antes do ponto de inserção do ruído.
- Remover o ruído de medida. Fixar $\rho = 0.91$. Fixar $N = 28$ e variar M de 8 até 1.
  (Interpretação: Calcular $\hat{\mathbf{y}} = G\Delta\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{f}$ para $k = 0$ com $M = 1$).
- Fixar $M = 2$ e variar N de 28 até 2.

Exemplo 2: Pêndulo de haste rígida



Entrada: Torque u_p

Saída: Ângulo y_p

Parâmetros:

- Massa m
- Aceleração da gravidade γ
- Comprimento l
- Coeficiente de atrito viscoso b

$$ml^2\ddot{y}_p = u_p - ml\gamma\mathrm{sen}y_p - bl^2\dot{y}_p \Rightarrow \ddot{y}_p = \frac{u_p}{ml^2} - \frac{\gamma}{l}\mathrm{sen}y_p - \frac{b}{m}\dot{y}_p$$

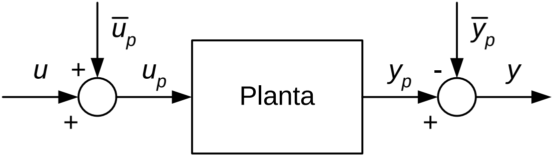
$$\ddot{y}_p = \frac{u_p}{ml^2} - \frac{\gamma}{l}\mathrm{sen}\, y_p - \frac{b}{m}\dot{y}_p$$

No equilíbrio:

$$\frac{\bar{u}_p}{ml^2} - \frac{\gamma}{l}\mathrm{sen}\, \bar{y}_p = 0$$

$$\bar{u}_p = m\gamma l\,\mathrm{sen}\, \bar{y}_p$$

Obtenção da resposta a degrau g



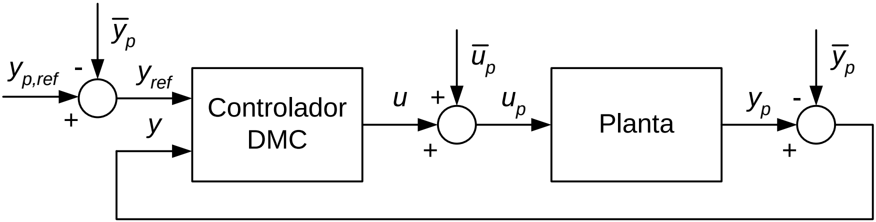
Sistema inicialmente em repouso em $k = 0$ com $y_p = \bar{y_p}$ e $u_p = \bar{u_p}$.

$$u(k) = \begin{cases} A_u, & k \geq 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases},$$

Resposta a degrau para uso no DMC:

$$g(k) = \frac{y(k)}{A_u} = \frac{y_p(k) - \bar{y_p}}{A_u}, \ k > 0$$

Malha de controle



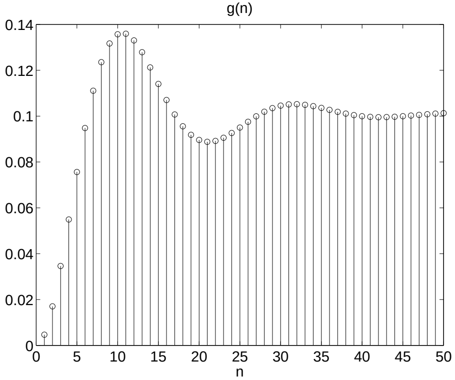
Arquivos a serem usados

1. dmc.m
2. parametros_pendulo.m
3. resposta_degrau_pendulo.mdl
4. pendulo_dmc.mdl

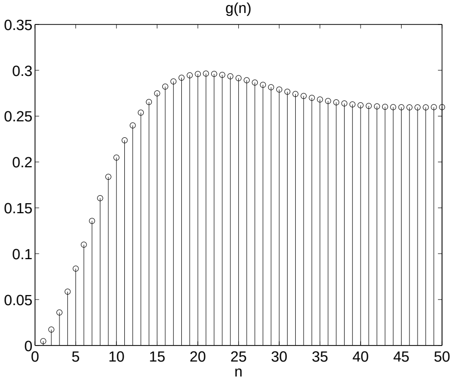
- Parâmetros do pêndulo (unidades SI): $m = 1, l = 1, \gamma = 10, b = 2$

Resposta a degrau

$\bar{y}_p = 5\pi/180$ rad



$\bar{y}_p = 60\pi/180$ rad



Período de amostragem: $T = 0{,}1s$

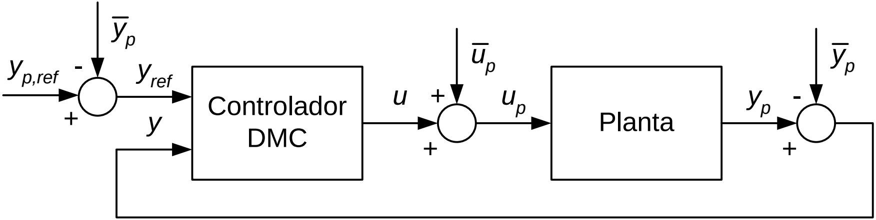
Horizontes adotados: $N = 50$, $M = 10$.

Peso do controle (com base na resposta a degrau partindo de $\bar{y}_p = 60\pi/180$ rad):

$$\rho = (g_{ss})^2 \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{g(i)}{g_{ss}} - 1 \right]^2$$

```
>> gss = g(end)

>> N = 50

>> rho = (gss^2)*sum((g(1:N)/gss - 1).^2)

rho =

    0.3190
```

Remoção da constante de polarização na saída da planta e no valor da referência



Lei de controle: $\Delta u(k) = K_{MPC}(\mathbf{r} - \mathbf{f})$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_{ref} \\ y_{ref} \\ \vdots \\ y_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{p,ref} - \bar{y_p} \\ y_{p,ref} - \bar{y_p} \\ \vdots \\ y_{p,ref} - \bar{y_p} \end{bmatrix}$$

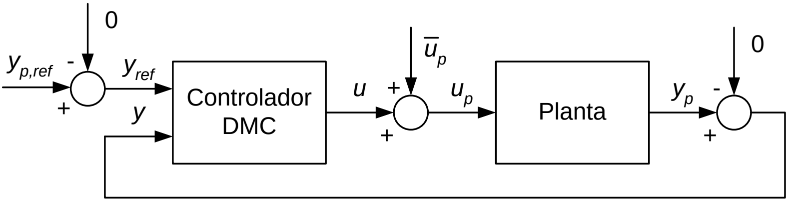
$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(k+1|k) \\ f(k+2|k) \\ \vdots \\ f(k+N|k) \end{bmatrix}$$

$$f(k+i|k) = \overbrace{y(k)}^{y_p(k)-\bar{y_p}} + \sum_{n=1}^{N_s} [g(n+i) - g(n)]\Delta u(k-n)$$

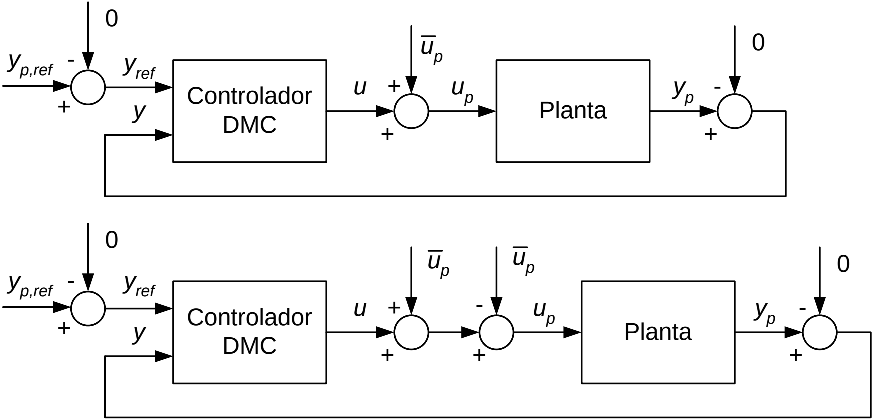
Lei de controle: $\Delta u(k) = K_{MPC}(\mathbf{r} - \mathbf{f})$

$$\mathbf{r} - \mathbf{f} = \begin{bmatrix} y_{p,ref} - \bar{y_p} \\ y_{p,ref} - \bar{y_p} \\ \vdots \\ y_{p,ref} - \bar{y_p} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_p(k) - \bar{y_p} + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \\ y_p(k) - \bar{y_p} + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \\ \vdots \\ y_p(k) - \bar{y_p} + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} y_{p,ref} \\ y_{p,ref} \\ \vdots \\ y_{p,ref} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_p(k) + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \\ y_p(k) + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \\ \vdots \\ y_p(k) + \sum_{n=1}^{N_s} \cdots \end{bmatrix}$$


0
$y_{p,ref}$
-
+
y_{ref}
y
Controlador
DMC
u
+
+
$\overline{u}_p$
u_p
Planta
y_p
-
+
0

Remoção da constante de polarização na entrada da planta



A ausência da constante de polarização na entrada da planta é compensada pela ação integral do controlador DMC.

Resumo da aula de hoje

- DMC: Sintonia de parâmetros
- Implementação em Matlab/Simulink
- Exemplo 1: Aquecedor de água
- Exemplo 2: Pêndulo de haste rígida (modelo de simulação não linear)
- Considerações sobre as constantes de polarização na malha de controle DMC.

Vale salientar que a abordagem DMC requer convergência da resposta a degrau em malha aberta.

Tópico da próxima aula

- Uso de funções de transferência.