EE-254 / 2019

3ª Série de Exercícios

1) Considere uma planta com dinâmica descrita pela seguinte equação de estado:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

sendo

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}, \; A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Suponha que $u(k)$ seja gerado por um controlador preditivo com função de custo dada por

$$J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} [\hat{x}_1(k+i \mid k)]^2 + [\hat{x}_2(k+i \mid k)]^2 + 5[\hat{u}(k+i-1 \mid k)]^2$$

sujeita às seguintes restrições:

$$\hat{x}(k+1 \mid k) = Ax(k) + B\hat{u}(k \mid k)$$
$$\hat{x}(k+2 \mid k) = A\hat{x}(k+1 \mid k) + B\hat{u}(k+1 \mid k)$$

Mostre que a dinâmica de malha fechada pode ser descrita por uma equação de estado da forma $x(k+1) = A_{MF}x(k)$ e obtenha a matriz A_{MF}.

2) Considere um modelo da forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k)$$
$$y(k) = Cx(k) + d(k)$$

em que $x(k) \in \Re^n$, $u(k) \in \Re$, $y(k) \in \Re$ denotam o estado, entrada e saída da planta, respectivamente, e $d(k)$ é uma perturbação do tipo rampa. Mostre que o modelo pode ser reescrito na forma

$$\chi(k+1) = \overline{A}\chi(k) + \overline{B}u(k)$$
$$y(k) = \overline{C}\chi(k)$$

sendo $\chi(k)$ um vetor de estado aumentado.

3 - Item a) Mostre que uma sequência numérica da forma $z(k) = a\cos(\omega k + \phi)$, com amplitude a e fase ϕ constantes, satisfaz a seguinte equação de estado:

$$\begin{bmatrix} z(k+1) \\ z(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cos\omega & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(k) \\ z(k-1) \end{bmatrix}$$

sendo ω a frequência de oscilação, em radianos por período de amostragem.

3 - Item b) Considere uma planta com dinâmica dada por

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + Ed(k) \\
y(k) &= Cx(k) + d(k)
\end{aligned}
$$

em que $x(k) \in \Re^n$, $u(k) \in \Re$, $y(k) \in \Re$ denotam o estado, entrada e saída, respectivamente. O termo $d(k) \in \Re$ é uma perturbação externa, suposta senoidal com frequência conhecida. Com o intuito de estimar a perturbação empregando um observador de estados, obtenha um modelo de projeto na forma

$$
\begin{aligned}
\chi(k+1) &= \overline{A}\chi(k) + \overline{B}u(k) \\
y(k) &= \overline{C}\chi(k)
\end{aligned}
$$

sendo $\chi(k)$ um vetor de estado aumentado.