

## AE-249 - AEROELASTICIDADE

#### Modelo Aeroelástico na Base Modal

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA/IEA

### Modelo Aeroelástico

Equações de movimento de um sistema aeroelástico geral:

$$[M]\{\ddot{u}(x_s, y_s, z_s, t)\} + [K]\{u(x_s, y_s, z_s, t)\} = \{L(u(x_s, y_s, z_s, t), \dot{u}(x_s, y_s, z_s, t))\}$$

- onde  $\{u(x_s, y_s, z_s, t)\}$  é um vetor de deslocamentos físicos estruturais. M e K matrizes de massa e rigidez, respectivamente e L representa o carregamento aerodinâmico.
- As matrizes de massa e rigidez são usualmente obtidas de modelos de elementos finitos da estrutura sob análise.
- Este tipo de modelo matemático prevê que a estrutura é subdividida em elementos conectados por nós, onde se calculam deslocamentos em resposta a uma força aplicada a estrutura. Neste caso a cargas aplicadas são de natureza aerodinâmica.

## Carregamento Aerodinâmico

- O carregamento aerodinâmico pode ser subdividido em uma parcela devido a forças externas (L<sub>e</sub>(t)) e outra incremental, dependente dos deslocamento estruturais (L<sub>a</sub> (u(t),...))
- As cargas externas podem ser devido a rajadas, ação de sistemas de controle, por exemplo. São consideradas em estudos de resposta aeroelástica.
- As cargas incrementais, dependentes dos deformações da estrutura, são obtidas de uma teoria aerodinâmica não estacionária tal como o DLM.
- A modelagem destas cargas em conjunto coma modelagem da estrutura definem o modelo aeroelástico:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} - \{L_a(u(t), \dot{u}(t))\} = \{L_e(t)\}$$

#### Estabilidade Aeroelástica

☐ A versão homogênea da equação do sistema aeroelástico:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} - \{L_a(u(t), \dot{u}(t))\} = \{0\}$$

na maior parte dos casos em estudo será linear

- Pode-se, da mesma forma como foi feito para o caso da seção típica, estudar a estabilidade do sistema, para se identificar condições de flutter ou divergência aeroelástica.
- Esta investigação também é realizada variando um parâmetro de interesse do sistema, tal como a velocidade do escoamento.
- Quando se estuda a estabilidade, é desejável transformar a formulação no domínio do tempo (acima), para o domínio da frequência (Laplace).
- Entretanto, para tal deveremos transformar as cargas aerodinâmicas para este novo domínio.

## Cargas Aerodinâmicas no Domínio de Laplace

- A transformação das cargas aerodinâmicas do domínio do tempo para o domínio a frequência (Laplace) pode ser realizada aplicando a definição de transformada de Laplace
- Imagina-se que a força aerodinâmica é uma saída devido à estrada associada aos estados, o vetor u(t) e suas derivadas temporais.
- Ou seja um carregamento qualquer pode ser representado por uma integral de Duhamel onde a função de resposta indicial do sistema é a função de transferência aerodinâmica H, ou seja, uma integral de convolução resultando em:

$$L_{a}\left(u(t),\dot{u}(t)\right) = \int_{0}^{t} q_{\infty} \left[H\left(\frac{U_{\infty}}{b}(t-\tau)\right)\right] \left\{u(\tau)\right\} d\tau$$

## Cargas Aerodinâmicas no Domínio de Laplace

Cuja transformada de Laplace é:

$$\left\{L_a\left(u\left(s\right)\right)\right\} = q_{\infty} \left[\overline{H}\left(\frac{sb}{U_{\infty}}\right)\right] \left\{u(s)\right\}$$

onde  $\overline{H}\left(rac{sb}{U_{\infty}}
ight)$  é a função de transferência aerodinâmica,

transformada de Laplace de  $\left.H\left(rac{U_{\infty}t}{b}
ight)$  com  $\left.sb/U_{\infty}
ight.$  sendo a

variável de Laplace adimensional.

## Problema de Autovalor

O problema de autovalor associado ao sistema aeroelástico no domínio da frequência fica:

$$\left[s^{2}\left[M\right]+\left[K\right]-q_{\infty}\left[\overline{H}\left(\frac{sb}{U_{\infty}}\right)\right]\right]\left\{u(s)\right\}=0$$

- Esta é uma solução geral, onde pode-se pressupor carregamentos aerodinâmicos quaisquer, desde que se conheça a função de transferência aerodinâmica.
- Este sistema pode ser particularizado para movimentos harmônicos simples, uma vez que temos soluções matemáticas que considera movimentos associados aos corpos de natureza hamônica, tal como o DLM.

## Transformação para a Base Modal

- □ Normalmente modelos dinâmicos representado por elementos finitos implicam em um número muito elevado de graus de liberdade.
- O que implica também em matrizes de massa e rigidez de dimensões elevadas.
- A aproximação mais adequada para a redução da dimensão, ou da ordem do sistema é transformar o modelo dinâmico estrutural para uma base modal.
- Esta transformação é realizada através da solução do problema de autovalor associado, de onde se pode obter autovalores e autovetores. Estes autovetores são conhecidos também como modos naturais, ou modos de vibração, e representam um operador que transforma coordenadas de uma base física (ex. Sistema cartesiano) para uma base modal.

## Representação modal

Desta forma, a representação dos deslocamento físicos estruturais na base modal é feita através da seguinte transformação:

$$\{u(t)\} = [\Phi]\{q(t)\}$$

- O que representa fisicamente que um deslocamento físico pode ser escrito como uma combinação linear de coordenadas generalizadas, isto é, coordenadas que representam uma participação modal em um movimento qualquer da estrutura.
- A matriz  $[\Phi]$  é conhecida como matriz modal e é composta por vetores modais  $\{\phi\}_I$ , que são os autovetores associados ao sistema dinâmico representado pelas equações de movimento sob análise.

## Aplicação em aeroelasticidade

- Usualmente modos críticos de flutter estão associados às frequências naturais mais baixas do sistema.
- Note que o número de graus de liberdade de um sistema discreto será igual ao número de graus de liberdade associados deslocamento de pontos que discretizam este sistema.
- Sendo assim pode-se eleger um subconjuntos dos modos naturais da estrutura para representar o sistema dinâmico na base modal, para o estudo de estabilidade aeroelástica por exemplo.
- Esta redução de ordem é muito praticada e é uma boa aproximação para se resolver um sistema menos sujeito a instabilidades numéricas.

## Modelo Aeroelástico na Base Modal

Aplicando a transformação modal ao sistema aeroelástico temos:

$$\left[s^{2}\left[\overline{M}\right]+\left[\overline{K}\right]-q_{\infty}\left[Q\left(\frac{sb}{U_{\infty}}\right)\right]\right]\left\{q(s)\right\}=0$$

onde:

$$\left[\overline{M}\right] = \left[\Phi\right]^{T} \left[M\right] \left[\Phi\right] \qquad \left[\overline{K}\right] = \left[\Phi\right]^{T} \left[K\right] \left[\Phi\right]$$

$$\left[Q\left(\frac{sb}{U_{\infty}}\right)\right] = \left[\Phi\right]^{T} \left[\bar{H}\left(\frac{sb}{U_{\infty}}\right)\right] \left[\Phi\right]$$

$$\{u(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} \Rightarrow \{u(s)\} = [\Phi]\{q(s)\}$$

## Modelo Aeroelástico na Base Modal - MHS

☐ Assumindo Movimento Harmônico Simples:

$$\left[-\omega^{2}\left[\overline{M}\right]+\left[\overline{K}\right]-q_{\infty}\left[Q(ik)\right]\right]\left\{q(i\omega)\right\}=0$$

$$\{u(i\omega)\} = [\Phi]\{q(i\omega)\}$$

- Pode-se estudar o problema de estabilidade resolvendo o problema do autovalor associado a este sistema.
- Observe que esta consideração é pertinente uma vez que a nossa aerodinâmica não estacionária assume movimento harmônico simples associado às condições de contorno.

# E como calculamos a parcela Aerodinâmica?

Duas abordagens serão apresentadas, uma baseado em teoria aerodinâmica tridimensional e a outra como uma extensão da teoria bidimensional para uma teoria tridimensional por faixas;

#### Coeficientes de Influência

$$\begin{cases}
-\overline{l} \cdot b \\
\overline{m}_{y}
\end{cases} = \pi \rho b^{4} \omega^{2} \begin{bmatrix} l_{h} & l_{\alpha} \\
m_{h} & m_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{h}/b \\
\overline{\alpha} \end{bmatrix} \qquad l_{h} = 1 - \frac{2iC(k)}{k}$$

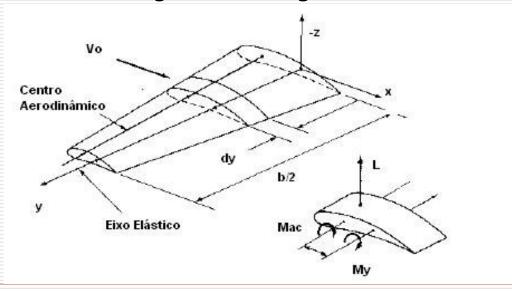
$$l_{\alpha} = -a - \frac{i}{k} - \frac{2C(k)}{k^{2}} - \frac{2iC(k)(0.5 - a)}{k} \qquad m_{h} = -a + \frac{2iC(k)(0.5 + a)}{k}$$

$$m_{\alpha} = \frac{1}{8} + a^{2} - \frac{i(0.5 - a)}{k} + \frac{2C(k)(0.5 + a)}{k^{2}} + \frac{2iC(k)(0.25 - a^{2})}{k}$$

- A matriz na relação, é a matriz de coeficientes de influência da seção típica;
- Relaciona as "influências" entre os movimentos associados aos graus de liberdade e os esforços atuantes.

#### Teoria das Faixas I

- ☐ Técnica para resolver um problema tridimensional empregando soluções bidimensionais conhecidas;
- Não é restrito apenas ao cálculo de carregamento não estacionário para aeroelasticidade;
- A idéia é subdividir uma dada superfície de sustentação em faixas dispostas ao longo da envergadura:



#### Teoria das Faixas II

- Esta teoria é limitada a casos de asas onde os efeitos tridimensionais do escoamento podem ser desprezados, por exemplo, asas de grande alongamento;
- Não são considerados efeitos de influência aerodinâmica entra as faixas, lembre que a solução empregada para cada faixa é uma solução bidimensional
- As faixas devem estar preferencialmente alinhadas com o escoamento, porém é bastante usual adotar-se faixas perpendiculares ao eixo elástico.
- Neste caso, deve-se decompor o escoamento para um sistema de coordenadas local da asa onde para a envergadura, o eixo "y" deve coincidir com o eixo elástico.

#### Teoria das Faixas III

□ Cada faixa possui uma largura finita, a partir da qual pode-se calcular o carregamento por faixa multiplicando:

$$L_i = \overline{l} \cdot dy_i$$

Note que o carregamento obtido através da teoria de Theodorsen, é por unidade de comprimento de envergadura.

- ☐ Para o cálculo do carregamento, emprega-se os movimentos referentes aos graus de liberdade de uma determinada faixa.
- ☐ Por exemplo, sendo as equações para uma dada faixa representadas por:

#### Teoria das Faixas IV

 $\square$  Supondo N o número total de faixas:

$$\begin{bmatrix} \{\bar{P}_1\} \\ \{\bar{P}_2\} \\ \{\bar{P}_3\} \\ \vdots \\ \{\bar{P}_N\} \end{bmatrix} = \pi \rho \begin{bmatrix} b_1^4 \Big[ A(ik) \Big]_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ b_2^4 \Big[ A(ik) \Big]_2 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & b_3^4 \Big[ A(ik) \Big]_3 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & b_N^4 \Big[ A(ik) \Big]_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\bar{x}_1\} \\ \{\bar{x}_2\} \\ \{\bar{x}_3\} \end{bmatrix}$$

- Onde a distribuição do carregamento sobre a asa pode ser representada pela multiplicação do vetor dos deslocamentos das faixas pela matriz de coeficientes de influência
- □ Note que a matriz de coeficientes de influencia total é diagonal por blocos o que representa a ausência de interferência aerodinâmica entre as faixas.

#### Teoria das Faixas V

- Devemos tomar o cuidado de levar em conta o comprimento de referência de cada faixa como sendo o valor da semi-corda de cada seção. No caso de asa afilada este valor varia;
- Por outro lado, deve-se também tomar o cuidado de empregar a frequência reduzida para o cálculo dos elementos das matrizes de coeficientes de influência de cada faixa;
- $\square$  Conceito de frequência reduzida local assume-se que a asa toda oscile a uma frequência reduzida de referência  $k_{ref.}$ ;
- $\square$  Para que as seções típicas que descreve o nosso modelo de asa oscilem na mesma frequência reduzida  $k_{ref}$ ,
- A escolha da frequência reduzida de referência é feita levando em conta o comprimento de referência como sendo a semi corda na raiz;  $\omega b_{ref}$   $b_r$

 $k_{ref} = \frac{\omega b_{ref}}{V_0} \Longrightarrow k_i = k_{ref} \left[ \frac{b_i}{b_{ref}} \right]$ 

#### Teoria das Faixas VI

Desta forma garante-se que a frequência reduzida será igual ao longo de toda a envergadura.

$$\frac{k_1 V_0}{b_1} = \frac{k_2 V_0}{b_2} = \frac{k_3 V_0}{b_3} = \dots = \frac{k_N V_0}{b_N} = \omega$$

- Cada faixa deverá ter uma frequência reduzida local, garantindo que a frequência circular ( $\omega$ ) do movimento seja a mesma.
- Além da semi-corda, e consequentemente a frequência reduzida, outros parâmetro, tais como a distância do eixo elástico a bem como a envergadura da faixa devem ser levadas em conta supondo a geometria do modelo e a estratégia de discretização
- E finalmente, cabe lembrar que as componentes do vetor do carregamento aerodinâmico {P} são quantias por unidade de envergadura. Para o cálculo do esforço total por faixa, devemos multiplicar cada um dos vetores por dy; que é a largura da faixa.

## Teoria das Faixas Modificada I

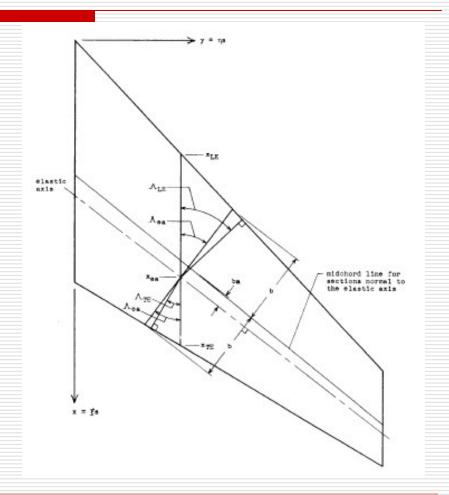
- □ Limitações das Teoria das Faixas
  - Aplicável a asa com grande alongamento;
  - Sem enflechamento
  - Aerodinâmica incompressível (Theodorsen)
- Referências:
  - "CALCULATION OF FLUTTER CHARACTERISTICS FOR FINITE-SPAN SWEPT OR UNSWEPT WINGS AT SUBSONIC AND SUPERSONIC SPEEDS BY A MODIFIED STRIPANALYSIS" por E. Carson Yates, Jr., March 18, 1958 - NACA-RM-L57L10.
  - Barmby, J. G, Cunningham, H. J. and Garrick, I. E., "Study of Effects of Sweep on the flutter of Cantilever Wings" - NACA-REPT 1014.
  - LIVRO Scanlan, R. H., and Rosenbaum, R. "Introduction to the Study of Aircraft Vibration and Flutter"; MacMillan Co. – New York, Cap. XVI e Apêndice A.2

### Teoria das Faixas Modificada II

- □ O emprego da Teoria da Faixas Modificada (TFM), permite:
  - Minimizar a limitação a grande alongamentos corrigindo os coeficientes aerodinâmicos estacionários, implícitos da na parcela circulatória da formulação de Theodorsen;
  - Corrige para efeitos de enflechamento;
  - Sugere a correção dos efeitos de compressibilidade através do emprego de regras de similaridade (Prandtl-Glauert), bem como a correção da função de Theodorsen (C(K)) para levar en conta o efeito da esteira em regime compressível.
- □ Vamos apresentar as correção em três partes:
  - A) Correção dos efeitos de enflechamento
  - B) Correção de compressibilidade
  - C) Correção para efeitos tridimensionais (baixo alongamento)

#### Teoria das Faixas Modificada IV

- Enflechamento:
  - Método das componentes de velocidade
- Usualmente, a asa é
   discretizada em faixas,
   cuja corda de cada seção
   típica é perpendicular ao
   seu eixo elástico;
- Entretanto, se a asa é enflechada, o eixo elástico também será;

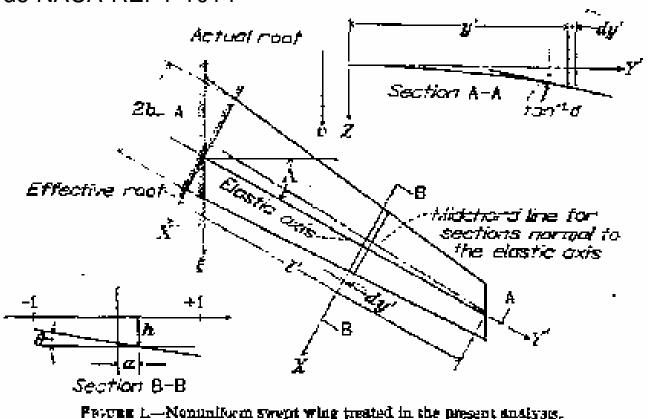


#### Teoria das Faixas Modificada V

- Quando a asa é enflechada, deve-se tomar o cuidado em considerar que as seções típicas não estão alinhadas com o escoamento.
- A solução bidimensional para resolver o problemas por faixas continua ser Theodorsen.
- Entretanto, alguns "termos novos" surgirão nas relação de sustentação e momento, pois existirão outros potenciais de velocidade resultantes do acoplamento entre o modo de movimento da asa e o ângulo de enflechamento.
- O primeiro passo será escrever a velocidade de deformação da asa na direção vertical como função de coordenadas de um novo sistema de eixos, onde um deles é coincidente com as meias cordas das seções típicas que discretizam a asa.

#### Teoria das Faixas Modificada VI

Extraído de NACA-REPT-1014



#### Teoria das Faixas Modificada VII

- Sendo "s"o eixo alinhado com a direção da envergadura e "r" perpendicular a "s", um deslocamento Z escrito neste novo sistema de coordenadas é uma função: Z = Z(r, s, t) . (y' = s)

superfície da asa é: 
$$W(r,s,t) = \frac{\partial Z}{\partial t}(r,s,t) + V_0 \frac{\partial Z}{\partial \xi}(r,s,t)$$

onde a coordenada  $\xi$  é paralela com o escoamento não perturbado e com relação a esta variável é que faz sentido diferenciar o deslocamento vertical para se computar a parcela do normalwash com relação ao escoamento  $V_0$ .

$$\frac{\Box}{\partial \xi} = \frac{\partial Z}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \xi} + \frac{\partial Z}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \xi} = \cos \Lambda \frac{\partial Z}{\partial r} + \sin \Lambda \frac{\partial Z}{\partial s}$$

#### Teoria das Faixas Modificada VIII

Condição de contorno:

$$W(r,s,t) = \frac{\partial Z}{\partial t} + V_0 \cos \Lambda \frac{\partial Z}{\partial r} + V_0 \sin \Lambda \frac{\partial Z}{\partial s}$$

Porém o deslocamento na direção do eixo Z pode ser escrito como uma função de h(s,t) e lpha(s,t) :

$$Z(r,s,t) = r \cdot \alpha(s,t) + h(s,t)$$

onde se considerou que  $\cos \alpha \cong 1.0$  e  $\sin \alpha \cong \alpha$ 

□ Substituindo esta última relação na condição de contorno:

$$W(r,s,t) = \frac{\partial}{\partial t} \left[ Z(r,s,t) \right] + V_0 \cos \Lambda \frac{\partial}{\partial r} \left[ Z(r,s,t) \right] + V_0 \sin \Lambda \frac{\partial}{\partial s} \left[ Z(r,s,t) \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W(r,s,t) = r \cdot \dot{\alpha}(s,t) + \dot{h}(s,t) + V_0 \cos \Lambda \left[\alpha(s,t)\right] + V_0 \sin \Lambda \left[r \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial s}(s,t) + \frac{\partial h}{\partial s}(s,t)\right]$$

### Teoria das Faixas Modificada IX

- Note que os termos circulatórios são calculados através dos potenciais de velocidade associados devido a distribuição de fontes e sumidouros no extradorso e intradorso, respectivamente.
- $\square$  E a intensidade das fontes e sumidouros é proporcional a w.
- Portanto, surgem novos termos (últimos do lado direito da equação para a condição de contorno, ponderados pela componente da velocidade de escoamento não perturbado alinhado com o eixo enflechado).
- Estes novos termos serão responsáveis por modificar o carregamento não circulatório devido o efeito do enflechamento.

#### Teoria das Faixas Modificada X

- A parte circulatória da nossa seção típica "guinada" também apresentará uma contribuição do efeito de enflechamento.
- Note que a velocidade efetiva à qual a seção típica guinada está sujeita é uma componente do escoamento não perturbado:

$$V_n = V_0 \cos \Lambda$$
 E além disto, existem os potenciais associados a  $\frac{\partial \alpha}{\partial s}$  e  $\frac{\partial h}{\partial s}$ .

Da condição de Kutta, já levando em conta os efeitos do enflechamento:

$$Q_{\Lambda} = \dot{h} + V_n \left( \alpha + \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda \right) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left( \dot{\alpha} + V_n \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda \right)$$

$$\square$$
 Chamando:  $\frac{\partial h}{\partial s} = \sigma$  e  $\frac{\partial \alpha}{\partial s} = \tau$ 

#### Teoria das Faixas Modificada XI

- ☐ Theodorsen para a seção típica "guinada"
- ☐ Sustentação....

$$l^{\Lambda} = -\pi \rho b^{2} \left[ \ddot{h} + V_{n} \dot{\alpha} + V_{n} \frac{\partial \dot{h}}{\partial s} \tan \Lambda - ba \left( \ddot{\alpha} + V_{n} \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial s} \tan \Lambda \right) \right]$$

$$-2\pi \rho V_{0} bC(k) \left[ \dot{h} + V_{n} \left( \alpha + \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda \right) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left( \dot{\alpha} + V_{n} \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda \right) \right]$$

$$O_{\Lambda}$$

#### Teoria das Faixas Modificada XII

■ Momento....

$$m_y^{\Lambda} = \pi \rho b^4 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \left( \ddot{\alpha} + V_n \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial s} \tan \Lambda \right) + \pi \rho b^2 V_n \left( \dot{h} + V_n \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda \right) + \pi \rho b^3 a \left( \ddot{h} + V_n \frac{\partial \dot{h}}{\partial s} \tan \Lambda \right) + \pi \rho b^2 V^2 \left[ \dot{\alpha} - a b \frac{\partial \alpha}{\partial s} \tan \Lambda \right]$$

$$+\pi\rho b^3 a \left( \ddot{h} + V_n \frac{\partial \dot{h}}{\partial s} \tan \Lambda \right) + \pi\rho b^2 V_n^2 \left[ \dot{\alpha} - ab \frac{\partial \alpha}{\partial s} \tan \Lambda \right]$$

$$+2\pi\rho V_n b^2 \left(\frac{1}{2} + a\right) C(k) \left[\dot{h} + V_n \left(\alpha + \frac{\partial h}{\partial s} \tan \Lambda\right) + b \left(\frac{1}{2} - a\right) \left(\dot{\alpha} + V_n \frac{\partial \alpha}{\partial s} \tan \Lambda\right)\right]$$

 $\square$  Lembrando que as derivadas  $\frac{\partial h}{\partial s}$  e  $\frac{\partial \alpha}{\partial s}$  são obtidas dos modos

de deformação da superfície de sustentação.

### Teoria das Faixas Modificada XIII

- Correção para considerar efeitos tridimensionais, incluindo o enflechamento.
- Na formulação de Theodorsen, chegou-se a conclusão que o coeficiente de sustentação por unidade de ângulo de ataque é o mesmo valor encontrado para a placa plana;
- □ E a posição do centro aerodinâmico a ¼ da corda (a = -½) por estarmos trabalhando em regime incompressível, o mesmo permanece a ¼ nesta posição.
- Ou seja, apenas as componentes circulatórias, proporcionais ao Cl<sub>a</sub> serão modificadas.

$$\left(C_{l_{\alpha}}\right)_{n} = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho V_{n}^{2} 2b\alpha} = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho V_{0}^{2} \cos^{2}\Lambda 2b\alpha} = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho V_{0}^{2} 2b\alpha} \cdot \left(\frac{1}{\cos^{2}\Lambda}\right) \Rightarrow \left(C_{l_{\alpha}}\right)_{n} = \frac{C_{l_{\alpha}}}{\cos^{2}\Lambda}$$

#### Teoria das Faixas Modificada XIV

- □ Além do efeito do enflechamento, pode-se empregar coeficientes de sustentação obtidos a partir de experimentos na asa real tridimensional.
- Este coeficientes serão diferentes de estação para estação pois implicitamente representam os efeitos tridimensionais sobre a asa.
- Além destes tipos de correção, existe também a possibilidade de corrigir para efeitos de compressibilidade.
- Entretanto este assunto será tratado adiante, depois de ser introduzida a teoria de escoamentos aerodinâmico não estacionários compressíveis. (Ver: "CALCULATION OF FLUTTER CHARACTERISTICS FOR FINITE-SPAN SWEPT OR UNSWEPT WINGS AT SUBSONIC AND SUPERSONIC SPEEDS BY A MODIFIED STRIPANALYSIS" por E. Carson Yates, Jr., March 18, 1958 NACA-RM-L57L10.)