Aula 1

19 Fev 2019

Informações gerais

- Folha de informações sobre o curso
- Folha de orientações sobre o trabalho final

Trabalhos finais

Orientações gerais para redação de um artigo (sugestão):

- lagunita.stanford.edu/courses/Medicine/SciWrite-SP/SelfPaced/ (Prof. Kristin Sainani, Stanford University)
- Unit 4: Steps in the writing process
- Unit 7: Issues in scientific writing (plagiarism, authorship, ghostwriting, reproducible research)

Programação do curso - 1º Bimestre

- 19 Fev Conceitos preliminares. *Dynamic Matrix Control* (DMC).
- 26 Fev DMC: Obtenção da equação de predição com base na resposta a degrau da planta. Solução do problema de otimização.
- 05 Mar Feriado.
- 12 Mar DMC: Sintonia de parâmetros. Implementação em Matlab/Simulink (S-function).
- 19 Mar Feriado.
- 26 Mar Uso de funções de transferência.
- 02 Abr Uso de modelos no espaço de estados. Estimação de estados.
- 09 Abr Prova.
- 16 Abr Semana de recesso.

Programação do curso - 2º Bimestre

- 23 Abr Resolução da prova. Inclusão de ação integral de controle: Estimação de perturbações. Formulação alternativa: Determinação de valores de equilíbrio para o estado e o controle.
- 30 Abr Tratamento de restrições - caso SISO (*Single Input, Single Output*).
- 07 Mai Extensão ao caso MIMO (*Multiple Inputs, Multiple Outputs*).
- 14 Mai Estabilidade.
- 21 Mai Estabilidade (continuação).
- 28 Mai Tratamento de problemas de factibilidade.
- 04 Jun Controle preditivo robusto empregando desigualdades matriciais lineares.
- 11 Jun Prova.
- 25 Jun (2a semana de exames) Entrega do trabalho final.

Tópicos que não serão abordados

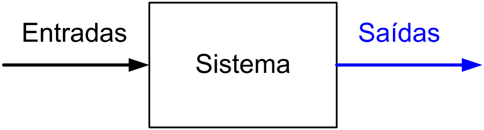
- Identificação de sistemas (supõe-se conhecido um modelo nominal para a planta).
- Formulações estocásticas (serão consideradas medidas sem ruído e perturbações constantes).
- Métodos numéricos para solução de problemas de otimização.
- Uso de modelos não lineares.

Controle

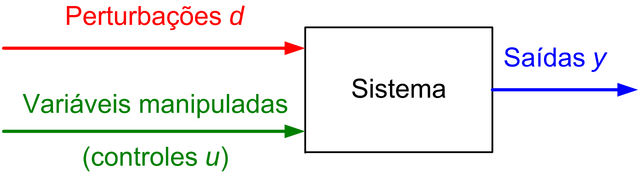
- Controlar = Atuar sobre um sistema físico de modo a obter um comportamento desejado.

Sistema

• Sistema (planta/processo) = Parte do universo sobre a qual se foca a atenção.

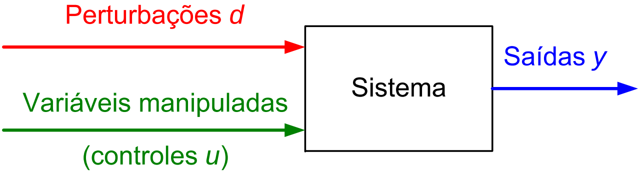


Sistema



Exemplos ?

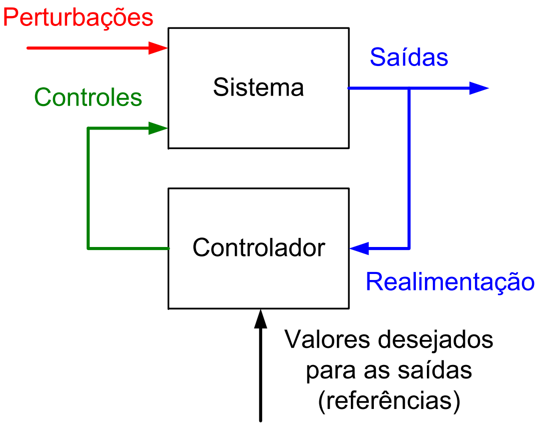
Sistema



• Tipicamente, deseja-se manipular os controles de modo a conduzir as saídas a valores desejados (referências).

• Problema: Como compensar o efeito das perturbações ?

Controle em malha fechada



Obs: O uso de realimentação também é de valia para (i) estabilizar sistemas instáveis e (ii) obter robustez a descasamentos entre o modelo de projeto e o sistema real.

Observação: Saídas do sistema

As saídas aqui consideradas podem ser:

- Variáveis controladas (com referências associadas)
- Variáveis medidas
- Variáveis sujeitas a restrições

Exemplos ?

Comportamento desejado

Deseja-se que as saídas da planta sejam conduzidas aos respectivos valores de referência, respeitando restrições de operação.

As restrições podem estar relacionadas, por exemplo, com:

- limitações físicas dos atuadores (excursão e taxa de variação do sinal de controle)
- segurança de operação
- requisitos de qualidade

Deseja-se que as saídas da planta sejam conduzidas aos respectivos valores de referência, respeitando restrições de operação.

Problema: Pode haver diferentes formas de se atingir as referências com atendimento das restrições. Como escolher a melhor ?

Adotando um índice de desempenho a ser empregado como "critério de seleção".

Quando o índice de desempenho é um valor a ser minimizado, adota-se o termo "custo".

A área conhecida como Controle Ótimo estuda formas de se obter sinais de controle que minimizem o custo especificado em um dado problema.

Exemplo: Controle Ótimo Linear-Quadrático

Considere que o controle seja implementado a tempo discreto, tendo em vista o uso de um computador digital.

Suponha ainda que seja adotado um custo J da forma

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} [y(i) - y_{ref}]^2 + \rho[u(i-1) - u_{ref}]^2$$

sendo:

- $u(i), y(i)$: entrada e saída da planta no i-ésimo instante de amostragem ($i = 0$: instante inicial considerado no problema)
- y_{ref}: valor desejado para a saída da planta (referência)
- u_{ref}: valor de controle correspondente ao valor desejado para a saída
- $\rho > 0$: Peso ajustado pelo projetista

Considere, por fim, que a relação entre as sequências $u(i)$ e $y(i)$ seja descrita por um modelo da forma:

$$\begin{aligned} x(i+1) &= Ax(i) + Bu(i) \\ y(i) &= Cx(i) \end{aligned}$$

para $i \geq 0$, sendo $x(i)$ um vetor de variáveis de estado e A, B, C matrizes com dimensões apropriadas. Sob certas condições, a lei de controle ótima é dada por

$$u(i) = F(x(i) - x_{ref}) + u_{ref}$$

sendo x_{ref} o vetor de estado correspondente ao valor desejado para a saída e F uma matriz obtida por meio da solução de uma equação de Riccati algébrica envolvendo A, B, C, ρ.

Limitação: A lei de controle assim obtida não considera a presença de restrições de operação da planta.

Para levar em conta as restrições, tipicamente é necessário empregar métodos numéricos para determinar a sequência de controle $\{u(i),\, i \geq 0\}$ ótima. Contudo, o problema de otimização resultante envolve uma infinidade de variáveis.

Como alternativa, pode-se empregar um custo com horizonte finito (N períodos de amostragem):

$$J = \sum_{i=1}^{N} [y(i) - y_{ref}]^2 + \rho[u(i-1) - u_{ref}]^2$$

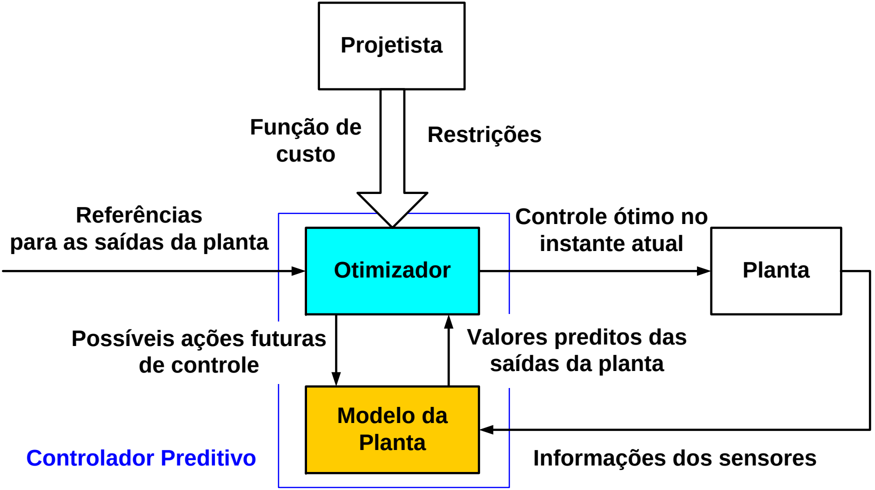
$$J = \sum_{i=1}^{N} [y(i) - y_{ref}]^2 + \rho[u(i-1) - u_{ref}]^2$$

Com o transcorrer do tempo, a otimização precisará ser repetida, deslocando o horizonte para frente (horizonte móvel/retrocedente).

Essa estratégia é a essência do Controle Preditivo.

Controle Preditivo

- *Model (-Based) Predictive Control*, MPC
- Estratégia em que as ações de controle são escolhidas como solução de um problema de controle ótimo com horizonte retrocedente.
- As ações de controle são atualizadas à medida que novas observações se tornam disponíveis (realimentação).
- Usualmente a implementação é realizada em tempo discreto e a tarefa de otimização é repetida a cada período de amostragem.
- Um modelo do sistema é empregado para descrever a relação entre as entradas e saídas da planta ao longo do horizonte considerado na otimização.


Projetista
Função de custo
Restrições
Referências para as saídas da planta
Otimizador
Controle ótimo no instante atual
Planta
Possíveis ações futuras de controle
Valores preditos das saídas da planta
Modelo da Planta
Controlador Preditivo
Informações dos sensores

Artigos seminais

- RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Model predictive heuristic control: applications to industrial processes. **Automatica**, v. 14, p. 413 - 428, 1978.
- CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. In: **Proc. Joint Automatic Control Conference**. San Francisco, CA, 1980.

Fatores de sucesso do MPC em aplicações industriais

- Tratamento sistemático de restrições, permitindo operar a planta em pontos de operação economicamente adequados (menor tempo de produção, economia de insumos, etc.).
- Aplicabilidade direta a sistemas com múltiplas entradas e saídas, bem como atrasos de transporte.
- Possibilidade de emprego de diversos tipos de modelos (não apenas no espaço de estados).
- Disponibilidade de pacotes comerciais com módulos de identificação.

Uma lista de aplicações industriais pode ser encontrada em:

QIN, S. J.; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. **Control Engineering Practice**, v. 11, p. 733-764, 2003.

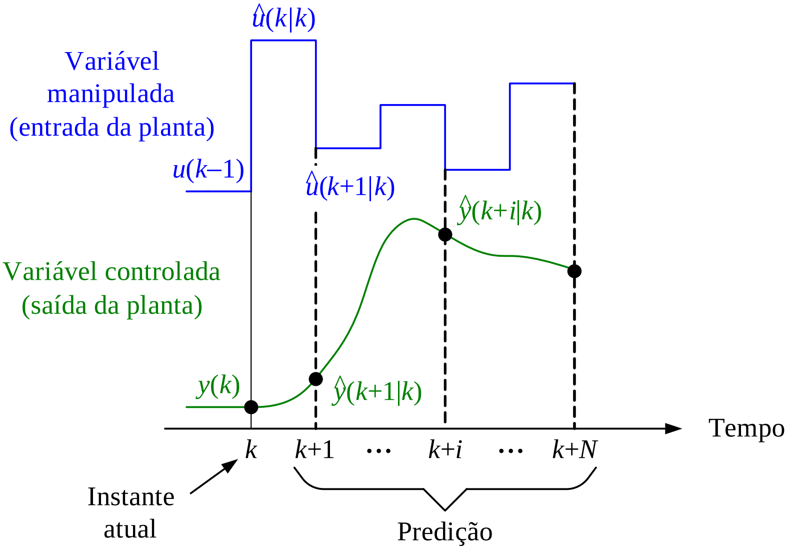
Conceitos básicos

- **Horizonte de predição**
- **Horizonte retrocedente**
- **Horizonte de controle**

Observação: Notação (1)

- k: Instante de amostragem atual (início do horizonte de tempo considerado na otimização)
- Entrada e saída da planta: $u(k)$, $y(k)$.
- Notações também encontradas na literatura:
  $u(kT)$, $u[k]$, u_k (sendo T o período de amostragem).
- Nesta primeira metade do curso, serão considerados sistemas de entrada e saída únicas, isto é, $u(k) \in \mathbb{R}$, $y(k) \in \mathbb{R}$.
- Considera-se que o sinal de controle (em tempo contínuo) permanece constante entre os instantes de amostragem.

Horizonte de predição



Observação: Notação (2)

- (Comprimento do) Horizonte de predição: N
- $\hat{u}(k+i|k)$: Valor futuro do controle no instante $k+i$, dentro de um horizonte de predição iniciado no instante k.
- $\hat{y}(k+i|k)$: Valor predito da saída no instante $k+i$ com base nas informações disponíveis até o instante k, supondo a aplicação da sequência de controle $\hat{u}(k|k), \hat{u}(k+1|k), \ldots, \hat{u}(k+i-1|k)$.
- $\hat{u}^*(k+i|k)$: Valor ótimo de $\hat{u}(k+i|k)$.

Obs: Alguns autores omitem o chapéu $\hat{}$. Consideraremos que o chapéu indica as **variáveis envolvidas no problema de otimização**.

Horizonte Retrocedente (*Receding Horizon*)

Em cada instante de tempo k:

1. Leem-se os sinais do(s) sensor(es).
2. Otimiza-se a sequência de controle $\{\hat{u}(k+i-1|k), i = 1, 2, \ldots, N\}$ para minimizar a função de custo sujeita às restrições existentes.
3. Aplica-se o primeiro termo da sequência ótima: $u(k) = \hat{u}^*(k|k)$.

A realimentação dos sensores é necessária para compensar o efeito de perturbações exógenas e descasamento entre o modelo de predição e a real dinâmica da planta.

Horizonte de Controle

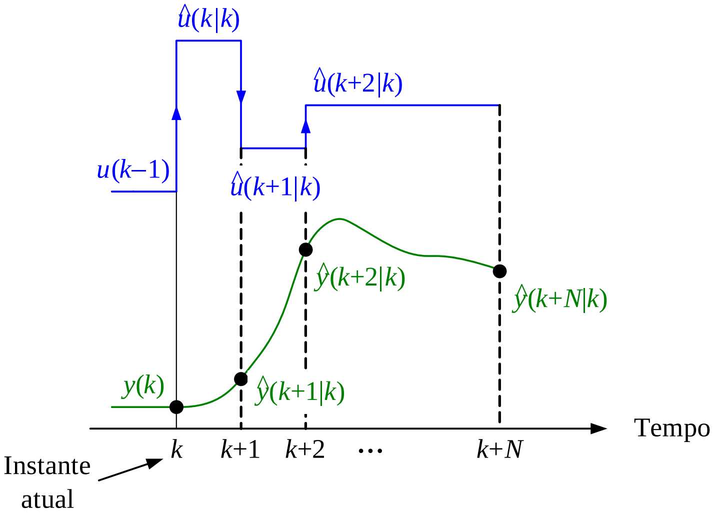
Na otimização da sequência de controle, usualmente impõe-se que o controle permaneça fixo após um número $M < N$ de passos, isto é:

$$\hat{u}(k+i-1|k) = \hat{u}(k+M-1|k),\ i = M+1, M+2, \ldots, N$$

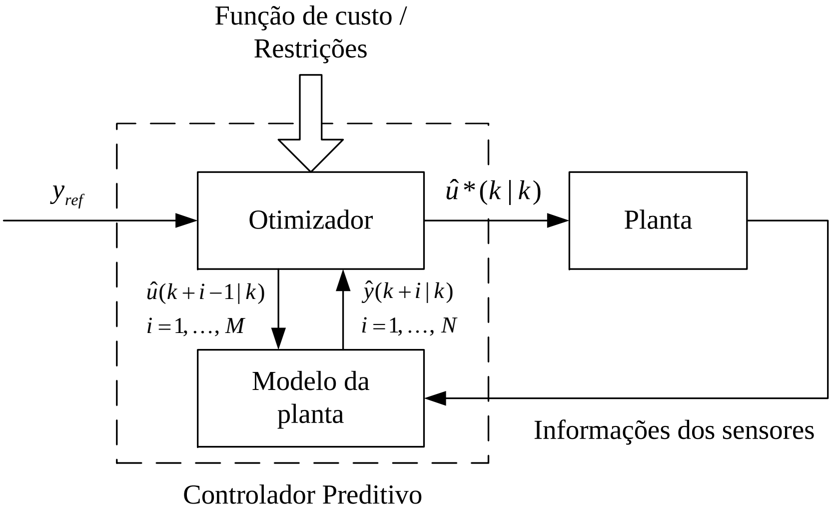
Razões:

- Reduzir o número de variáveis do problema de otimização.
- Melhor avaliar o efeito das ações de controle sobre a saída da planta.

Ex: Horizonte de Controle de $M = 3$ passos



Controle preditivo: Diagrama de blocos



Elementos básicos de uma formulação MPC

- Função de custo
  - Erro de rastreamento / esforço de controle
  - Norma $\ell_2, \ell_1, \ell_\infty$
- Modelo de predição (dinâmica da planta + perturbações)
  - Modelos de convolução (resposta a impulso/degrau)
  - Função de transferência
  - Espaço de estados
- Restrições
  - Excursão e taxa de variação do controle
  - Excursão da saída
  - Restrições terminais (tipicamente para garantia de estabilidade)
- Obtenção da sequência de controle ótima

Função de custo: Observação

Para que não haja erro de regime estacionário entre a referência e a saída da planta, em geral duas condições devem ser respeitadas:

1. Em regime estacionário, o mínimo da função de custo deve ser consistente com a ausência de erro entre a referência e a saída.
2. O modelo de predição deve ser não polarizado (isto é, deve-se corrigir o efeito de perturbações constantes e descasamento de ganho estático entre o modelo e a planta).

Referência: ROSSITER, J. A. Model-based predictive control. Boca Raton: CRC Press, 2003 (página 59)

Em regime estacionário, o mínimo da função de custo deve ser consistente com a ausência de erro entre a referência e a saída.

Exemplo (1):

$$J = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2$$

Desvantagem: Devido à ausência de penalização do esforço de controle, o problema de otimização pode não ficar bem-posto.

Em regime estacionário, o mínimo da função de custo deve ser consistente com a ausência de erro entre as referências e as saídas.

Exemplo (2):

$$J = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2 + \rho \sum_{i=1}^{M} [\hat{u}(k+i-1|k) - u_{ref}]^2$$

Desvantagem: O cálculo de u_{ref} requer o conhecimento do ganho estático da planta.

Em regime estacionário, o mínimo da função de custo deve ser consistente com a ausência de erro entre as referências e as saídas.

Exemplo (3):

$$J = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2 + \rho \sum_{i=1}^{M} [\Delta \hat{u}(k+i-1|k)]^2$$

sendo $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$.

$\rightarrow$ Abordagem empregada em boa parte das formulações de MPC.

Dynamic Matrix Control (DMC)

- Desenvolvida na indústria de refino de petróleo ao final da década de 1970 (Cutler e Ramaker, Shell Oil Co.)
- Patente concedida em 1982 (Prett, Ramaker e Cutler – US Patent 4349869).

Principais características:

- Função de custo quadrática.
- Modelo de predição baseado na resposta a degrau da planta.
- Correção de perturbações de saída constantes.

DMC: Função de custo

$$J(\hat{y}(k+1|k), \ldots, \hat{y}(k+N|k), \Delta\hat{u}(k|k), \ldots, \Delta\hat{u}(k+M-1|k))$$
$$= \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2 + \rho \sum_{i=1}^{M} [\Delta\hat{u}(k+i-1|k)]^2$$

- N, M: Horizontes de predição e controle
- y_{ref}: Referência ("setpoint")
- $\rho > 0$: Peso ajustado pelo projetista
- $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$: Incremento no controle

Assume-se $\Delta\hat{u}(k+i-1|k) = 0$ para $i = M+1, M+2, \ldots, N$.

Função de custo: Notação vetorial

$$J(\hat{y}(k+1|k), \ldots, \hat{y}(k+N|k), \Delta\hat{u}(k|k), \ldots, \Delta\hat{u}(k+M-1|k))$$
$$= \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2 + \rho \sum_{i=1}^{M} [\Delta\hat{u}(k+i-1|k)]^2$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N|k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_{ref} \\ y_{ref} \\ \vdots \\ y_{ref} \end{bmatrix} \triangleq [y_{ref}]_N$$

$$\Delta\hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{u}(k|k) \\ \Delta\hat{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta\hat{u}(k+M-1|k) \end{bmatrix}$$

Obs: Outras notações possíveis para $\hat{\mathbf{y}}$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N|k) \end{bmatrix}$$

- Com mais formalismo: $\hat{\mathbf{y}}(k)$
- Maciejowski: $\mathcal{Y}(k)$
- Camacho e Bordons: $\mathbf{y}$
- Rossiter: $\underset{\rightarrow k}{\mathbf{y}}$
- EE-254/2011, algumas teses: $\hat{Y}$

Idem para $\Delta\hat{\mathbf{u}}$.

Reescrevendo a função de custo em termos de $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{u}}$

$$\begin{aligned} J(\hat{y}(k+1|k), \ldots, \hat{y}(k+N|k), \Delta\hat{u}(k|k), \ldots, \Delta\hat{u}(k+M-1|k)) \\ = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}]^2 + \rho \sum_{i=1}^{M} [\Delta\hat{u}(k+i-1|k)]^2 \end{aligned}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \Delta\hat{\mathbf{u}}) = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r}) + \rho \Delta\hat{\mathbf{u}}^T \Delta\hat{\mathbf{u}}$$

Obs: Outras notações comumente usadas para a função de custo

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \Delta\hat{\mathbf{u}}) = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r})^T(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r}) + \rho\Delta\hat{\mathbf{u}}^T\Delta\hat{\mathbf{u}}$$

- $J(\Delta\hat{\mathbf{u}})$
- J
- $J(k)$
- J_k

Relação entre $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{u}}$

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \Delta\hat{\mathbf{u}}) = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r})^T(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{r}) + \rho\Delta\hat{\mathbf{u}}^T\Delta\hat{\mathbf{u}}$$

- $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ não são independentes.
- A relação entre $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ é dada pelo modelo de predição adotado.
- Assumindo um modelo de predição linear e invariante no tempo, a relação entre $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ toma a forma de uma **equação de predição** linear.
- Na formulação DMC, a equação de predição é obtida com base na resposta a degrau da planta, como se verá na próxima aula.

Tópicos da próxima aula

- Obtenção da equação de predição com base na resposta a degrau da planta.
- Solução do problema de otimização: Breve revisão de otimização sem restrições.