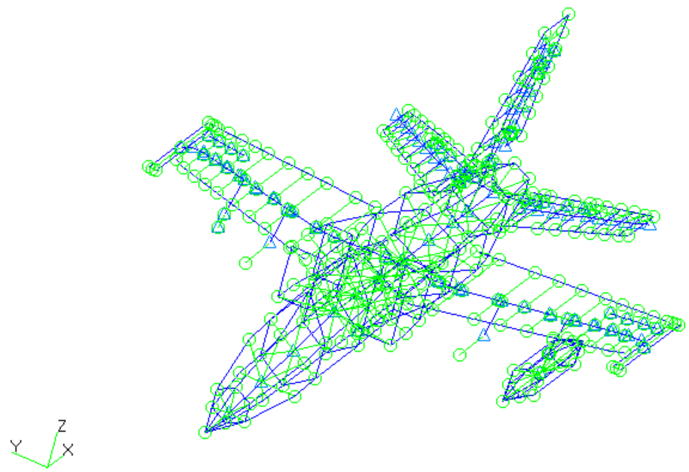
AE-249 - AEROELASTICIDADE

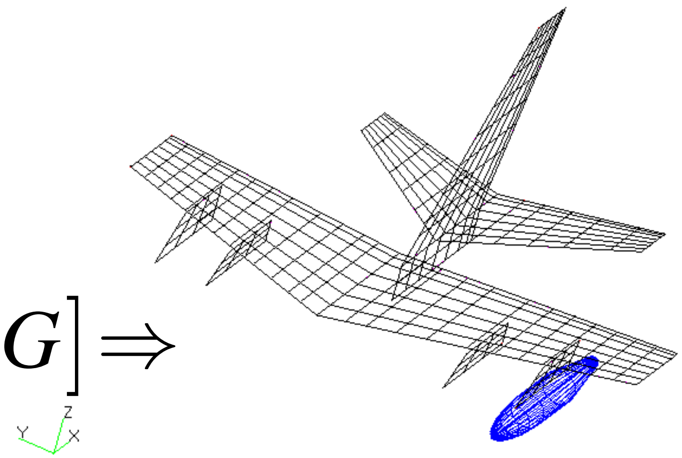
Solução do problema aeroelástico

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA/IEA

Interconexão Fluido-Estrutura



$$\Rightarrow [G] \Rightarrow$$



Modelo em elementos finitos

Modelo em paineis (DLM)

$$\{h(x,y,0)\}_{aero} = [G]\cdot\{u(x_s,y_s,z_s)\}_{strut}$$

$\{h(x,y,0)\} =$ Deslocamentos dos painéis

$\{u(x_s,y_s,z_s)\} =$ Deslocamentos dos nós

Interconexão Fluido-Estrutura

- Assume-se que existe um operador [G] que representa a transformação dos deslocamentos por ora definidos nos nós do modelo em elemento finitos para os pontos de controle dos painéis aerodinâmicos:

$$\left\{h\left(x,y,0\right)\right\}=\left[G\right]\left\{u\left(x_s,y_s,z_s\right)\right\}$$

- Este processo de transformação pode se feito através de uma interpolação dos deslocamentos estruturais em pontos de interessa na malha aerodinâmica. Vale a mesma transformação para os modos de forma:

$$\left\{\phi_i^s\right\}=\left[G\right]\left\{\phi_i^a\right\}$$

- Lembrando que eles são os mesmos, só mudam as coordenadas onde as amplitudes modais são observadas

Interconexão Fluido-Estrutura

- Nã0 só os deslocamentos, mas os carregamentos devem ser transformados de um sistema para o outro.
- Para tal recorre-se ao principio dos trabalhos virtuais, uma vez que o trabalhos realizado pelas forças aerodinâmicas tanto em pontos da estrutura como em pondo distintos associados geometria da malha aerodinâmica deve ser o mesmo:

$$\left\{\delta h\left(x,y,0\right)\right\}^T\left\{L_a^{aero}\left(x,y,0\right)\right\}=\left\{\delta u\left(x_s,y_s,z_s\right)\right\}^T\left\{L_a^{str}\left(x_s,y_s,z_s\right)\right\}$$

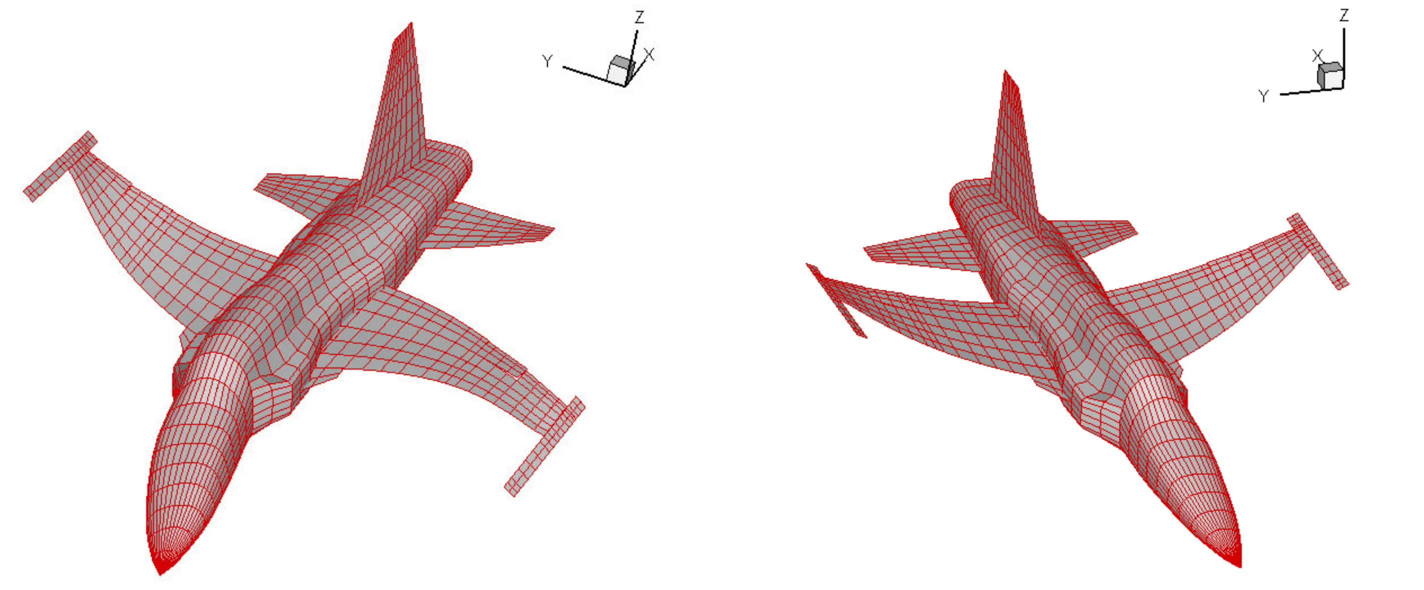
E esta igualdade implica em:

$$\left\{L_a^{str}\left(x_s,y_s,z_s\right)\right\}=\left[G\right]^T\left\{L_a^{aero}\left(x,y,0\right)\right\}$$

uma vez que temos a transposta do vetor de deslocamentos virtuais empregados para calcular o trabalho realizado pela força.

Interpoladores dos modos

- O interpolador mais adequado para esta transformação são aproximações por ajuste de uma função do tipo spline.
- A matriz G resultante da seleção da interpolação adequada, é conhecida normalmente como matriz de splines, cujos coeficientes são obtidos de funções de interpolação.



Carregamento aerodinâmico transformado

- O carregamento aerodinâmico que, a priori, era calculado em pontos definidos por uma malha aerodinâmica pode ser representado nos pontos que definem a malha estrutural por:

$$\left\{L_a^{str}\left(x_S,y_S,z_S,ik\right)\right\}=q_\infty\left[G\right]^T\left[S\right]\left[AIC\left(ik\right)\right]\left[F\left(ik\right)\right]\left[G\right]\left\{u\left(x_S,y_S,z_S\right)\right\}$$

e da mesma forma, o carregamento aerodinâmico generalizado (carregamento na base modal) é dado por:

$$\left[Q\left(ik\right)\right]=\left[\Phi_a\right]^T\left[G\right]^T\left[S\right]\left[AIC\left(ik\right)\right]\left[F\left(ik\right)\right]\left[G\right]\left[\Phi_a\right]$$

onde: $\left[F\left(ik\right)\right]\left(\cdot\right)=\left[\dfrac{\partial\left(\cdot\right)}{\partial x}+ik\left(\cdot\right)\right]$ é o operador que representa a derivada substancial associado a relação para a condição de contorno.

Modelo Aeroelástico Completo na Base Modal

- Podemos representar o sistema aeroelástico na base modal como:

$$\left[-\omega^2\left[\bar{M}\right]+\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q\left(ik\right)\right]\right]\{q(i\omega)\}=0$$

com:

$$\left[Q\left(ik\right)\right]=\left[\Phi_a\right]^T\left[G\right]^T\left[S\right]\left[AIC\left(ik\right)\right]\left[F\left(ik\right)\right]\left[G\right]\left[\Phi_a\right]$$

Métodos de solução de Flutter

- E como podemos aproveitar a relação que representa o sistema aeroelástico na base modal para o estudo do flutter?
- Note que temos o mesmo problema identificado quanto estudamos a estabilidade aeroelástica da seção típica:

$$\left[-\omega^2\left[M\right]+\left[K\right]-\pi\rho b^4\omega^2\left[A\left(k\right)\right]\right]\left\{\bar{x}\right\}=\left\{0\right\}$$

- Ou seja, temos como argumento a frequência de movimento circular e a frequência reduzida, que é dependente da velocidade.

$$\left[-\omega^2\left[\bar{M}\right]+\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q\left(ik\right)\right]\right]\left\{q(i\omega)\right\}=0$$

Método K

- Desta forma, torna-se necessário empregar uma técnica de solução do problema de flutter, tal como empregamos o método V-g (ou k) para a seção típica com dois graus de liberdade.
- Neste caso, o método k é baseado na solução do problema de autovalor da seguinte equação:

$$\left[-\omega^2\left[\bar{M}\right]+\left(1+ig_s\right)\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q\left(ik\right)\right]\right]\{q(i\omega)\}=0$$

- Assumindo que existe um amortecimento artificial necessário para garantir que a solução do problema de autovalor da equação acima represente um movimento harmônico simples.
- Esta idéia de amortecimento artificial foi originalmente introduzida por Theodorsen.

Método K

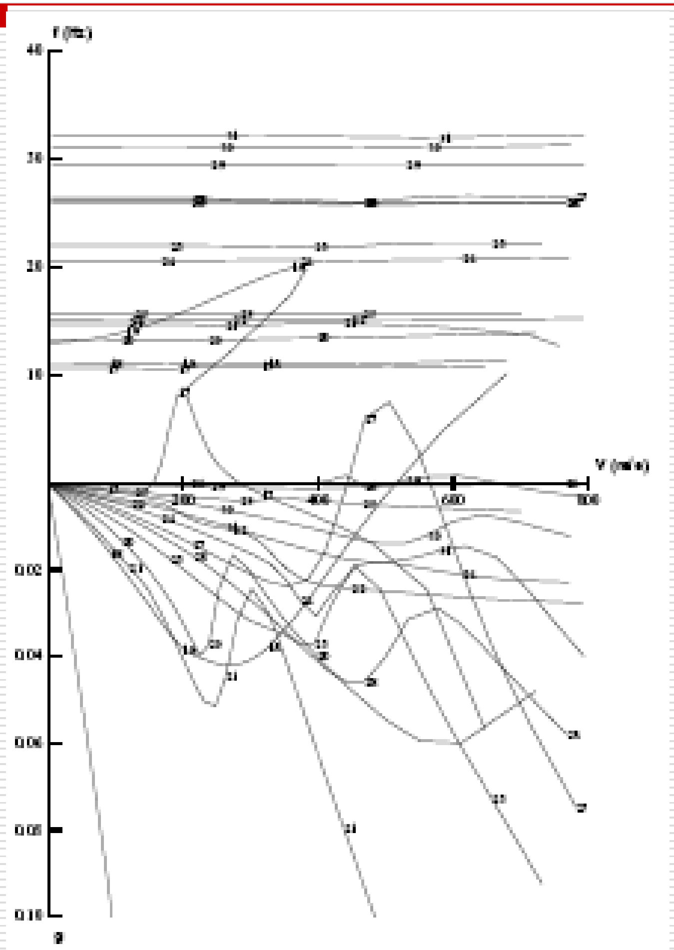
- Deve-se notar que ao assumir amortecimento artificial, o valor deste amortecimento fora da condição de flutter não tem significado físico.
- Este é um artifício usado para compor uma curva de evolução do amortecimento necessário para sustentar um movimento harmônico simples, pois é o que a equação

$$\left[-\omega^2\left[\bar{M}\right]+\left(1+ig_s\right)\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q\left(ik\right)\right]\right]\left\{q(i\omega)\right\}=0$$

representa.
- Somente na condição de flutter este amortecimento tem significado físico, ou seja, quando g_s=0.
- O procedimento empregado para resolver a estabilidade do sistema pelo método k é exatamente o mesmo empregado quando estudamos a seção típica.

Exemplo

- Resultado típico do método k, na forma de um diagrama V-g-f



Método PK

- O problema de não se ter amortecimentos físicos em velocidades subcríticas (abaixo da velocidade de flutter) quando se emprega o método k impede que se possa estabelecer condições de referência para a condução de testes aeroelásticos em túnel de vento ou mesmo em vôo.
- Para resolver este problema foi desenvolvido o método p-k, também conhecido como método de amortecimento real (*true damping flutter solution*)
- Este método foi originalmente desenvolvido pelos britânicos (Hassig, 1972), adequando a forma do sistema aeroelástico a ser resolvido o problema de autovalor como:

$$\left[\left(\frac{b}{U_\infty}\right)^2 p^2\left[\bar{M}\right]+\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q\left(p\right)\right]\right]\{q(p)\}=0$$

Método PK

- Onde $p = \bar{\gamma}k + ik = sb/U_{\infty}$, sendo $\bar{\gamma}$ a taxa de decaimento associado ao amortecimento do sistema.
- A equação que representa o sistema aeroelástico na realidade é a equação empregada pelo método p, que pressupõem que a função de transferência aerodinâmica pode ser escrita em função de uma variável complexa associada a uma movimento qualquer (com decaimento).
- No entanto, o que se tem de modelos aerodinâmicos tal como o DLM é uma solução que pressupõem um movimento harmônico simples associados às condições de contorno do problema.
- Uma forma de evitar esta inconsistência foi proposta por Irwin and Guyett (1965), através do método que ficou conhecido como *p-k*

Método PK

- A idéia é simples, substituir a função de transferência aerodinâmica definida para movimento harmônico simples na equação em função do argumento complexo p.

$$\left[\left(\frac{b}{U_\infty}\right)^2 p^2\left[\bar{M}\right]+\left[\bar{K}\right]-q_\infty\left[Q(ik)\right]\right]\{q(p)\}=0$$

- A equação do método *p-k* fica matematicamente inconsistente uma vez que *p* é complexo, (correspondente a um movimento harmônico amortecido), e a função de transferência aerodinâmica é definida para movimento harmônicos simples.

Método PK

- Mesmo assim, é um método razoável para se identificar o amortecimento subcrítico.
- A razão para este bom desempenho do método *p-k* deve-se ao fato que para movimentos harmônicos com amplitudes que decrescem ou aumentam lentamente, as forças aerodinâmicas generalizadas baseadas em movimento harmônico simples são uma boa aproximação.
- Entretanto,a inconsistência da equação só poderá ser resolvida através de um procedimento iterativo onde se busca a igualdade entre as partes imaginárias do autovalor calculado e a frequência reduzida empregada para o cálculo da matriz de coeficientes de influencia aerodinâmica.
- Assim que existe a igualdade entre estas partes imaginárias (de $Im(p) = ik$), adota-se esta raiz como um autovalor do sistema para se compor uma curva de evolução do mesmo.

Método PK – procedimento - I

- O procedimento empregado no método p-k consiste nos passos a seguir:
- Inicialmente são atribuídos como autovalores do sistema os valores de frequência natural de cada modo a ser investigado, expressos na forma complexa; (chute inicial)
- Este autovalor é assumido como convergido, o que é verdade para o caso de velocidade nula uma vez que não existem forcas aerodinâmicas.
- Sua definição é necessária para o processo de extrapolação, que será exposto mais a frente, para determinação de autovalores em velocidades subseqüentes.

Método PK – procedimento - II

- Escolhido um conjunto de velocidades sobre o qual se traçará o diagrama V -g-f, calcula-se a estimativa inicial para o processo iterativo onde, deste autovalor inicial, pode-se obter uma frequência reduzida, dada pela parte imaginaria do autovalor, para o calculo da matriz aerodinâmica.
- O procedimento a partir do passo da extração de autovalores repete-se ate que uma condição de convergência seja satisfeita, baseada na igualdade das partes imaginárias da frequência reduzida e do autovalor calculado
- Quando a condição de convergência é satisfeita, assume-se o ultimo autovalor obtido no processo iterativo como sendo o valor convergido, obtendo a frequência e amortecimento na velocidade e modo investigados.

Método PK – procedimento - III

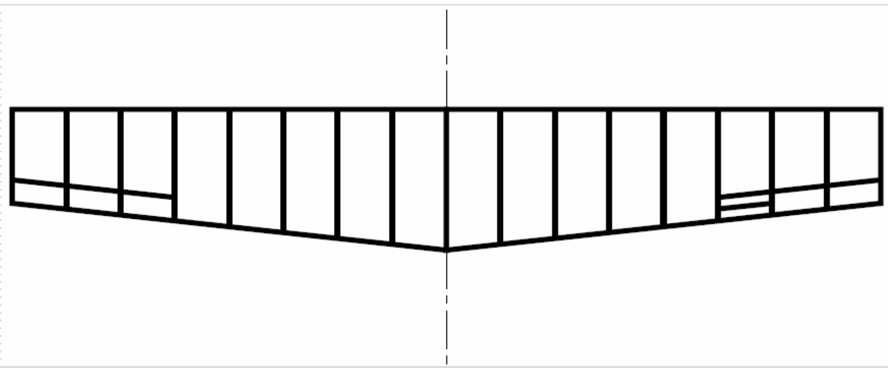
- A estimativa inicial para o autovalor de um próximo modo a ser investigado, e dada pelo autovalor associado a este modo que foi calculado através do procedimento iterativo empregado na investigação do modo anterior.
- Novamente um processo de convergência e iniciado até atender a mesma condição de erro. Assim que todos os modos são determinados, parte-se para a velocidade seguinte.
- A estimativa do primeiro autovalor para o processo iterativo e baseada no valor convergido obtido na velocidade imediatamente anterior, em se tratando do primeiro modo.
- Por isso e necessário definir um autovalor para a velocidade nula para se poder determinar o valor relativo a segunda velocidade.

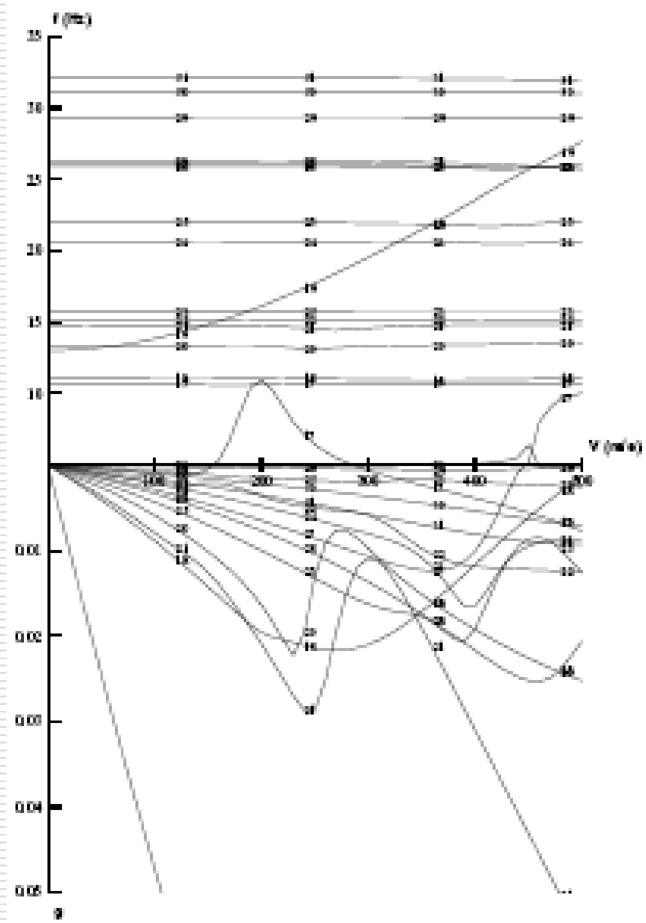
Método PK – procedimento - IV

- Feita a varredura sobre o conjunto de velocidades escolhidas, o processo finaliza, fornecendo todos os autovalores para cada velocidade.
- A desvantagem deste método esta no caráter iterativo da formulação, tornando-o computacionalmente mais caro. Porém, como vantagem, pode-se afirmar que a evolução modal encontrada nesta análise e mais próxima da realidade, uma vez que o amortecimento aeroelástico não é artificial como no método k, mas sim é obtido através da hipótese que os amortecimento é pequeno e é obtido da igualdade das partes imaginárias, que de uma certa forma atende a equação modificada para o método p-k.

Exemplo de solução

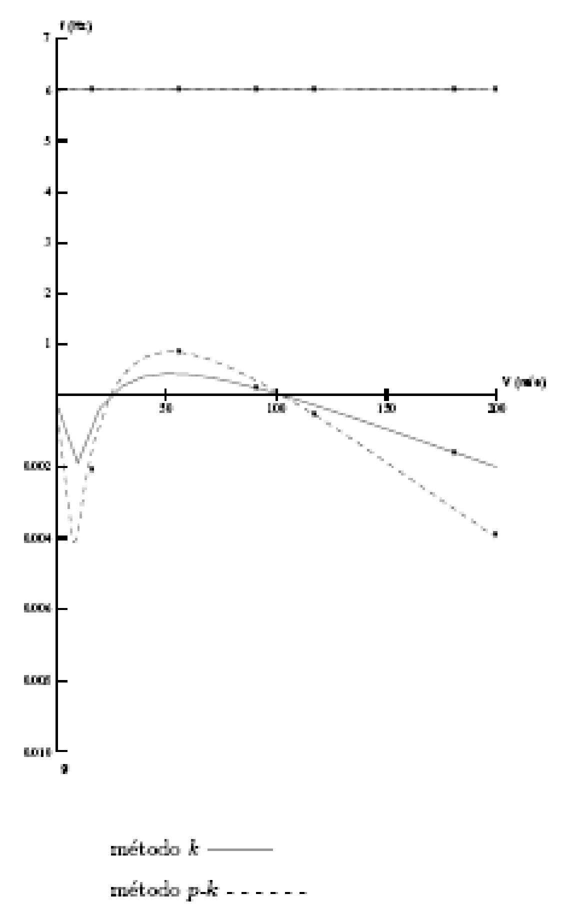
- Solução obtida pelo método pk para uma asa isolada com aileron e tab





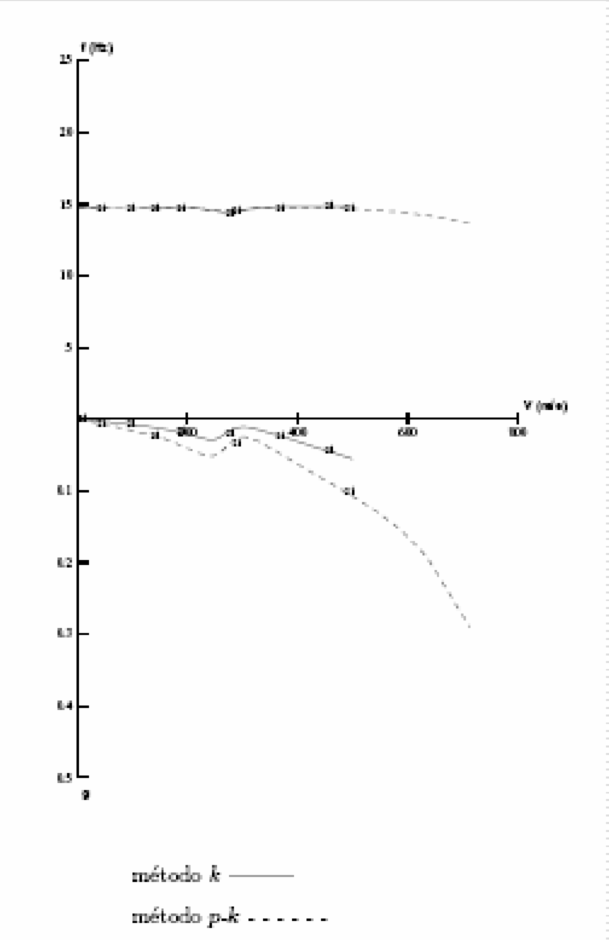
Comparando k e pk

- O amortecimento previsto pelo método pk é maior em magnitude no geral, pressupõem-se através da aproximação sugerida pelo método que existe um decaimento.



Comparando k e pk

- Modos estáveis, porém as curvas de amortecimento diferem, como era de se esperar.



Comparando k e pk

- Fornecem a mesma velocidade de flutter!