4/3/25

Repaso de probabilidad

Probabilidad: $\Omega = \{w_1, w_2, \dots\}$

Ejemplo: Moneda $= \{A, S\}$ Dado $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Conjunto potencia de todos los subconjuntos:

$S = P(\Omega)$

Eventos: $\{A\}$ $\{2, 4, 6\}$

$Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$

Partición de $\Omega$: $A_1, A_2, \dots, A_n$ tal que

$\cup A_i = \Omega$ y $A_i \cap A_j = \emptyset$ $\forall i, j$ $i \neq j$

Ejemplo: Tomando un dado de 6 caras

Impares $= \{1, 3, 5\}$ Pares $= \{2, 4, 6\}$

Variables Aleatorias: T es una V. A.

$\Omega = [-5, 60]$

Valores$(T) = \{$Frío, Tibio, Calor$\}$

Frío $= [-5, 25]$

Tibio $= [26, 37]$

Calor $= [37, 60]$

$T = $ Frío $\longleftrightarrow \{w \mid w \in \Omega$ y $T(w) = $ Frío$\}$

$T : \Omega \longrightarrow$ Valores $(T)$

$$T(w) = \begin{cases} \text{Frío si } w \in [-5, 25] \\ \vdots \\ \text{Calor si } w \in [37, 60] \end{cases}$$

$P(\cup A_i) = P(\Omega) = 1$

$P(A_i \cap A_j) = \emptyset$ $\forall i, j$

5/3/25

continuación repaso de probabilidad

partición en 2 conjuntos
partición en $c$ conjuntos $\Big\}$ $\sum_{k=1}^{c} Pr(A_k) = 1$
partición infinita numerable $\rightarrow$ $\sum_{k=1}^{\infty} Pr(A_k) = 1$

partición infinita no numerable $\rightarrow \int Pr(A(x))\,dx = 1$

Variable Aleatoria Discreta:

$X: \Omega \rightarrow valores(X)$

$valores(X) = \{V_1, V_2, \ldots\}$

$X = x \Longleftrightarrow \{w \mid w \in \Omega$ tal que $X(w) = x\}$

$Pr(X=x) \Longleftrightarrow Pr(\{w \mid w \in \Omega$ y $X(w) = x\})$

X V.A. 2 valores

$val(X) = \{0, 1\}$

$\left.\begin{array}{l} Pr(X=1) = \rho \\ Pr(X=0) = 1-\rho \end{array}\right\} Pr(X=x) = \rho^x (1-\rho)^{1-x}$

X Varios valores finitos

$val(X) = \{1, 2, \ldots, c\}$

$Pr(X=i) = \phi_i$ donde $\sum_{i=1}^{c} \phi_i = 1, \quad \phi_i \geq 0$

$\sum_{i=1}^{c-1} \phi_i \leq 1, \quad \phi_i \geq 0, \quad \phi_c = 1 - \sum_{i=1}^{c-1} \phi_i$

5/3/25

$$\Pr(X=i)=\prod_{i=1}^{c}\phi_i^{1\{X=i\}},\quad \sum_{i=1}^{c}\phi_i=1,\quad \phi_i\geq 0$$

$$X \sim \text{Multinomial}(\underbrace{\phi_1,\ldots,\phi_c}_{\phi})$$

$$\sum_{i=1}^{\infty}\Pr(X=i)=1$$

$$e^{\lambda}=1+\lambda+\frac{\lambda^2}{2!}+\frac{\lambda^3}{3!}+\ldots$$

$$1=\frac{e^{\lambda}}{e^{\lambda}}=e^{\lambda}e^{-\lambda}=e^{-\lambda}\left[1+\lambda+\frac{\lambda^2}{2!}+\frac{\lambda^3}{3!}+\ldots\right]$$

$$1=e^{-\lambda}+\frac{\lambda e^{-\lambda}}{1!}+\frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!}+\ldots=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}=\sum_{i=0}^{\infty}\Pr(X=i)$$

$$\boxed{\Pr(X=i)=\frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}} \longleftrightarrow X\sim \text{Poisson}(\lambda)$$

$$X \rightarrow \text{val}(X)=\mathbb{R}$$

$$X=x \longleftrightarrow \{\Omega \mid \Omega\in\Omega \;\; y \lim_{\varepsilon\to 0} x-\varepsilon\leq(\Omega)\leq x+\varepsilon\}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\text{pdf}(X=x)\,dx=1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}\,dx=\frac{1}{K}$$

$$\text{pdf}(X=x)=Ke$$

$$\Updownarrow$$

$$X\sim N(\mu,\sigma^2)$$

5/3/25

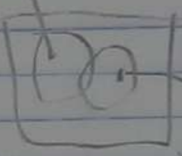
Probabilidad conjunta:

$P(x,y) = P(X=x \wedge Y=y)$

$P(x,y)$

| $X$ | $Y$ | $P(x,y)$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | $y_1$ | 0 |
| $x_2$ | $y_2$ | 0 |
| $x_1$ | $y_1$ | 0 |
| $x_2$ | $y_2$ | 0 |

$$Pr(Y=y \mid X=x) = \frac{Pr(Y=y, X=x)}{Pr(X=x)}$$




$$Pr(Y=y \mid X=x) = P(Y=y)$$

Entonces

$$Pr(Y=y, X=x) = Pr(Y=y)\, P(X=x)$$

$$Pr(X=x \mid Y=y) = P(X=x)$$