

- 1.
2. ¿Para qué valores de n el algoritmo de inserción directa es mejor que mezcla directa?

$$\text{Inserción directa : } 8(n^2)$$

$$\text{Mezcla directa : } 64n * \log(n)$$

Respuesta en forma analítica:

Para saber que algoritmo es mejor que otro nos basamos en diferentes métricas en las que podemos cuantificar cual es la cantidad de recursos que son requeridos para resolver la tarea. Estos recursos principalmente se dividen en dos, el tiempo de ejecución del algoritmo y la cantidad de memoria que el algoritmo requiere.

Implícitamente podemos medir el tiempo de ejecución si conocemos cuantas instrucciones ejecutará el algoritmo, debido a que cada una de nuestras computadoras puede ejecutar un número determinado de instrucciones por segundo, es por ello que para conocer el número de segundos que tomará un algoritmo en finalizar queda determinado por:

$$\text{Tiempo}(s) = \frac{\# \text{ instrucciones}}{\# \text{ instrucciones por segundo que la computadora ejecuta}} \left(\frac{\text{instrucciones}}{\text{instrucciones/s}} \right)$$

Por esa razón, para saber que algoritmo es mejor que otro basta con fijarse en el número de instrucciones que cada uno de ellos requieren, asumiendo que la misma computadora ejecutara los algoritmos. Es importante notar que el número de instrucciones es una función que depende de los datos de entrada que se le dan al algoritmo.

Por lo ya descrito, para conocer cuándo el algoritmo de inserción directa es mejor que el algoritmo de mezcla directa se hace una análisis sobre la entrada comparando la cantidad de instrucciones que cada uno de estos requiere.

Con el objetivo de discernir para que valores de n el número de instrucciones del algoritmo de inserción directa es menor que el algoritmo de mezcla directa, si definimos I como la función que calcula el número de instrucciones por cada algoritmo basta con resolver la siguiente desigualdad:

$$I(\text{Inserción directa}) \leq I(\text{Mezcla directa})$$

Es decir:

$$8 * n^2 \leq 64n * \log(n)$$

\Leftrightarrow

$$n \leq 8 * \log(n)$$

Trabajando solo con la igualdad encontraremos el valor de n en el que se deja de cumplir la desigualdad estricta. es decir

$$n - 8 * \log(n) = 0$$

Dicho algoritmo en realidad está en base 2, debido a que el análisis de complejidad de merge sort depende de un árbol binario completo es por esa razón que la altura queda representada por $\log_2(n)$. Si graficamos esta igualdad obtenemos:

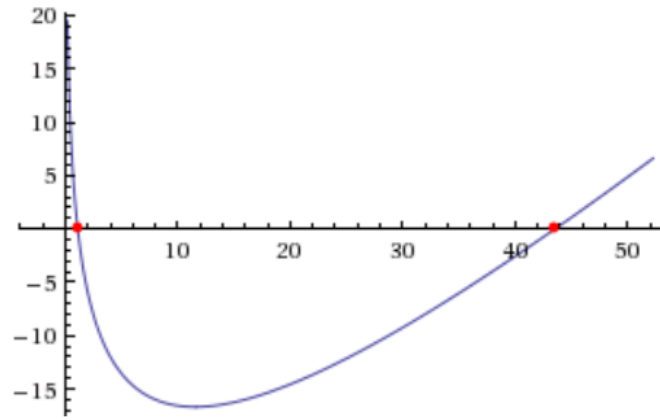


Figure 1: Gráfica $y = n - 8 * \log_2(n)$

Por lo que, la solución a la igualdad es cuando $n = 1.0999$ y $n = 43$, con lo que concluimos que si $2 \leq n \leq 43$, entonces el algoritmo de inserción directa es más mejor que el algoritmo de mezcla.